

На правах рукописи

Уточкин Владимир Юрьевич

**ХЕМОКОНВЕКЦИЯ В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ В
ПОСТОЯННОМ И ПЕРЕМЕННОМ
ИНЕРЦИОННОМ ПОЛЕ**

Специальность 1.1.9 —
«Механика жидкости, газа и плазмы»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Пермь — 2025

Работа выполнена в...

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, доцент
Брацун Дмитрий Анатольевич

Официальные оппоненты: **Фамилия Имя Отчество**,
доктор физико-математических наук, профес-
сор,
Фамилия Имя Отчество,
кандидат физико-математических наук,

Ведущая организация:

Защита состоится ...

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ...

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учре-
ждения, просьба направлять по адресу:

Автореферат разослан ...
Телефон для справок: ...

Ученый секретарь
диссертационного совета ...
д-р физ.-мат. наук

Фамилия Имя Отчество

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Исследование взаимосвязи химических реакций и конвективного движения жидкости мотивируется двумя глобальными причинами. Первой причиной служит бурное развитие представлений о структурообразовании в сложных нелинейных системах, начавшееся в середине прошлого столетия. В пространственно распределенных средах выше порога устойчивости, как правило, наблюдается нарушение симметрии основного состояния, сопровождающееся всё более сложным поведением. Хорошо известно, что в этой области существует несколько фундаментальных проблем: отбор волновых чисел, явление гистерезиса, поиск универсальных сценариев перехода к хаосу. Наглядным примером сложного пространственно-временного поведения сплошной среды служит конвективное движение жидкости. Стандартное описание конвективных явлений в рамках полевой теории требует рассмотрения взаимодействия двух полей: одно из них — скоростное (векторное), а второе — тепловое (скалярное). Как известно, поле температуры играет принципиальную роль в возникновении тепловой конвекции, так как именно его неоднородности приводят к вариациям плотности и развитию неустойчивости жидкости. Специфика хемоконвективных систем заключается в том, что дополнительные скалярные поля, описывающие концентрации растворенных веществ, вступающих в реакцию, принципиально отличаются от поля температуры. Неустойчивость, генерируемая теплом, как правило, имеет глобальный для данной системы характер. В классических задачах конвекции тепло поступает в систему либо при нагреве со стороны границ, либо в процессах тепловыделения/теплопоглощения в среде. В последнем случае, как правило, постулируются универсальные правила для всей среды сразу, что также делает эффект глобальным для системы. Химические реакции подразумевают наличие сразу нескольких скалярных полей, которые непрерывно испытывают локальные превращения, что непосредственно влияет на локальное значение плотности. Важно отметить, что возмущения концентрационных полей являются долгоживущими на фоне вариаций теплового поля, так как типичное значение числа Льюиса для жидкостей $\sim 10^2$ (диффузия тепла происходит на два порядка быстрее диффузии вещества). Поэтому локальные тепловые возмущения, которые всегда сопровождают экзо- и эндотермические реакции, не могут конкурировать с возмущениями концентраций. Все перечисленное указывает на то, что химические реакции открывают для исследуемой системы новые степени свободы, которые могут привести к еще неизвестным эффектам в теории конвективной устойчивости. Вторую важную мотивацию обеспечивают технологические приложения. Вопрос о возбуждении или подавлении движения жидкости в реагирующей среде в промышленных

условиях представляет собой комплексную задачу исследования множества возникающих природных процессов. Например, химические реакции могут сопровождаться изменениями исходных физических свойств жидкости. Локально воздействуя на концентрационные и температурные поля, реакция способна инициировать макроскопическое движение и осложнять его динамику более тонкими эффектами, связанными с зависимостью диффузии компонентов от концентрации, вязкостью растворителя, вариациями коэффициента поверхностного натяжения. В свою очередь течение жидкости может существенно изменять скорость реакции за счет перемешивания реагентов. Область применения данных эффектов включает процессы хемосорбции при захвате CO_2 , нефтепереработку, сепарацию руд. В качестве отдельной перспективной отрасли выделяются химические микрореакторы проточного типа, где отыскание оптимального способа перемешивания реагирующих компонентов является ключевой проблемой.

Зачастую в таких устройствах используется квазидвумерная конфигурация Хеле-Шоу, что объясняется удобством регистрации тепловых и концентрационных полей интерферометрическими методами. Теоретическое описание течения также существенно упрощается в приближении Хеле-Шоу за счет исключения одной из пространственных координат. Однако даже в этом случае система в условиях протекания химических реакций может иметь обширный диапазон сценариев эволюции. При наличии макроскопического движения всегда существует характерный пространственный масштаб, который определяется вязкой диссипацией. В многокомпонентных средах образование пространственных структур происходит с участием механизма диффузии. Конечное расстояние, на которое молекулы могут диффундировать прежде чем вступят в реакцию, также навязывает системе характерный пространственный масштаб, который определяется кинетикой реакции. Различия соответствующих масштабов могут приводить к таким нетривиальным эффектам, как формирование зон с локально неустойчивой стратификацией по плотности. Таким образом, дополнительный источник энергии в виде химической реакции расширяет спектр возможных типов поведения и увеличивает число управляющих параметров системы.

Многообразие наблюдаемых явлений зачастую не допускает описания в рамках единого подхода и требует разработки конкретных моделей в зависимости от типа реакции и условий ее протекания в жидкой среде. В исследованиях хемоконвективных течений Хеле-Шоу особую роль играют двухслойные системы, в которых процессы реакции-диффузии-конвекции сильно отличаются по характеру в случае смешивающихся и несмешивающихся растворов. Несмотря на то, что данная конфигурация широко освещена в литературе, классификация возможных типов неустойчивости не является исчерпывающей и до сих пор пополняется режимами, теоретическое объяснение которых опирается на свойства конкретных реагентов.

Зачастую такое объяснение позволяет не только выявить особенности динамики рассматриваемого режима, но и расширить общие представления о структурообразовании в гидродинамических системах.

Наконец, стоит отметить, что значительное число работ по двухслойным системам реагирующих жидкостей посвящено рассмотрению неустойчивости в статическом поле тяжести. Это можно объяснить удобством проведения лабораторного эксперимента и простотой численного моделирования, однако с точки зрения приложений более перспективным является переменное инерционное поле. В частности, поле центробежной силы меняется с расстоянием до оси вращения и может непосредственно контролироваться величиной угловой скорости, что увеличивает число степеней свободы системы и позволяет эффективно управлять течением. К настоящему времени подобные исследования слабо представлены в литературе. С учетом наметившейся в химической промышленности тенденции к активному управлению, последнее обстоятельство также подчеркивает актуальность диссертационного исследования.

Целью работы является исследование конвективной неустойчивости, вызванной протеканием химической реакции в системе растворов, помещенных в ячейку Хеле-Шоу и находящихся под воздействием различных силовых полей. Для достижения цели были решены следующие **задачи**:

1. Исследована устойчивость, структура и эволюция конвективных движений в системе несмешивающихся реагирующих растворов, помещенных в вертикально-ориентированную ячейку Хеле-Шоу в поле тяжести.
2. Исследовано влияние силы Кориолиса на структуру и устойчивость течения в жидкости при протекании реакции нулевого порядка в ячейке Хеле-Шоу.
3. Исследована устойчивость, структура и эволюция конвективных движений, вызванных реакцией нейтрализации второго порядка в смеси, помещенной в ячейку Хеле-Шоу в поле центробежной силы.

Научная новизна:

1. В задаче о движении растворов с межфазной границей в поле тяжести применяется новый подход, основанный на учете производства растворителя в реакционной зоне.
2. В рамках данного подхода описан режим конвективной неустойчивости, демонстрирующий тенденцию к пространственной локализации последовательности вихревых структур с растущим аспектным отношением.
3. Показано, что корректный вывод уравнения движения в приближениях Хеле-Шоу и Буссинеска приводит к появлению слагаемого, отвечающего за плавучесть элемента среды, вызываемой силой Кориолиса.

4. В рамках изучения эффекта плавучести Кориолиса решена задача о конвективной устойчивости жидкости с внутренней генерацией компонента переноса во вращающейся ячейке Хеле-Шоу.
5. Исследованы режимы конвекции при центрифугировании реагирующих растворов с концентрационно-зависимыми законами диффузии; выявлены условия существования режимов в зависимости от начальных концентраций, величины перегрузки и расстояния от поверхности их контакта до оси вращения.

Теоретическая и практическая значимость работы. Часть полученных результатов имеет общетеоретический интерес, позволяя углубить представления об особенностях формировании течений в системах реагирующих жидкостей. К ним можно отнести модель производства растворителя, позволившую объяснить локализацию конвективной структуры в пространстве, а также эффект плавучести Кориолиса в двумерных течениях. С практической точки зрения результаты исследования режимов неустойчивости реагирующих жидкостей во вращающейся ячейке Хеле-Шоу могут быть использованы в технологиях центрифугирования растворов драгоценных металлов, а также в ряде биомедицинских устройств на основе вращающихся платформ, применяющихся в том числе для транспорта питательных веществ к клеточным культурам. В более широком смысле исследования тепло- и массообмена в течениях Хеле-Шоу актуальны для тех отраслей химической промышленности, где требуется тщательный контроль движения растворов на малых пространственных масштабах: в микросмесителях, реакторах проточного типа.

Методология и методы исследования. В условиях протекания реакции второго порядка основное состояние реакция-диффузия необратимо меняется во времени, что вызывает необходимость использования прямого численного моделирования. В указанном случае задача о движении жидкости решалась методом конечных разностей. Устойчивость и свойства инкрементов возмущений основного состояния системы в условиях генерации единственного компонента переноса исследовались методами линейного анализа. Ветвление решений вблизи первой бифуркации равновесия изучалось методом многих временных масштабов. Для обработки пространственных и временных характеристик течений применялось разложение Фурье. В задаче о конвекции в плоской кювете анализ эволюции течений проводился с использованием пространственно-временных диаграмм.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Установлен механизм динамической стабилизации хемоконвективной структуры в системе несмешивающихся реагирующих растворов кислоты и основания. Регулярность паттерна обеспечивается производством растворителя в ходе реакции. Получены

- уравнения, описывающие данный эффект. При определенных значениях управляющих параметров регулярная структура сменяется неупорядоченной конвекцией.
2. Установлена роль силы Кориолиса в квазидвумерных течениях вращающейся неоднородной жидкости в геометрии Хеле-Шоу. Получена система уравнений конвекции с эффектом плавучести Кориолиса, который срабатывает при наличии неоднородности плотности в среде. Под действием эффекта равновесие жидкости стабилизируется, а переход к хаотической конвекции осложняется бифуркациями тороидальных аттракторов.
 3. Выявлены сценарии развития неустойчивости в системе смешивающихся реагирующих растворов во вращающейся ячейке Хеле-Шоу. Взаимодействие реакции и диффузии приводит к возникновению потенциальных ям в поле плотности среды. Под действием вращения в них возбуждается неустойчивость в виде регулярной системы ячеек. При определенном соотношении концентраций реагентов ячеистая конвекция сменяется плотностной волной ударного типа.

Достоверность обеспечивается обоснованностью физических представлений, лежащих в основе предлагаемых моделей, использованием апробированных методов расчета и анализа результатов, сравнением с экспериментальными данными.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы были представлены на следующих научных конференциях: VI, VII, VIII, IX Всероссийские конференции «Пермские гидродинамические научные чтения» (Пермь, 2019, 2020, 2022, 2023); XXII, XXIII, XXVI Зимние школы по механике сплошных сред (Пермь, 2021, 2023, 2025), 12-ая, 13-ая, 14-ая Международные конференции «Волны и вихри в сложных средах» (Москва, 2021, 2022, 2023), XXIV, XXV Международные конференции «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность» (Звенигород, 2020, 2024), XI, XII, XIII Всероссийские конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и механики» (п. Джанхот, Краснодарский край, 2022, 2023, 2024), Международный симпозиум «Неравновесные процессы в сплошных средах» (Пермь, 2024), Всероссийская конференция «Математическое моделирование в механике» (Красноярск, 2024), XXIX Всероссийская конференция «Математическое моделирование в естественных науках» (Пермь, 2020), VI Всероссийская конференция «Теплофизика и физическая гидродинамика» (Севастополь, 2021), XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике (Санкт-Петербург, 2023), Минисимпозиум «Задачи механики деформируемых сред с поверхностями раздела» (Красноярск, 2022).

Результаты были представлены на Пермском гидродинамическом семинаре им. Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого и Д. В. Любимова (заседания №1578 (2023), №1597 (2025), Пермский государственный университет, рук. проф. Т. П. Любимова).

Часть исследований выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 19-11-00133) и Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FSNM-2023-0003).

Личный вклад. Аналитические вычисления и численное моделирование выполнены автором самостоятельно. Постановка задач, обсуждение и интерпретация результатов проведены совместно с научным руководителем и соавторами.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 29 работ, включая 8 статей в журналах, рекомендованных ВАК.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, 3 глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 142 страницы, включая 57 рисунков и 3 таблицы. Список литературы содержит 175 наименований.

Содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность и новизна исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, сформулированы ее цель и задачи, отражена теоретическая и практическая значимость результатов, представлены положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** выполнен обзор научной литературы, посвященной исследованию хемоконвективной неустойчивости в системах реагирующих растворов в поле тяжести и в условиях вращения.

Вторая глава посвящена исследованию режимов конвективной неустойчивости в системе реагирующих жидкостей в вертикальной ячейке Хеле-Шоу в поле тяжести [1–3]. Верхний слой заполняется раствором соляной кислоты HCl в пентаноле, нижний — водным раствором гидроксида натрия NaOH . Молекулы кислоты могут преодолевать межфазную границу и диффундировать в нижний слой. Встречный поток щелочи отсутствует, поэтому реакция нейтрализации протекает только в водной фазе. Ее схема имеет вид



где A , B и S — концентрации кислоты, основания и соли, Q — количество тепла. Предполагается, что $Q = 0$, так как пластины ячейки Хеле-Шоу обеспечивают быстрый теплоотвод из реакционной зоны. Верхний слой выполняет роль пассивного резервуара с кислотой, и система редуцируется до одного слоя, заполненного раствором основания с концентрацией B_0 .

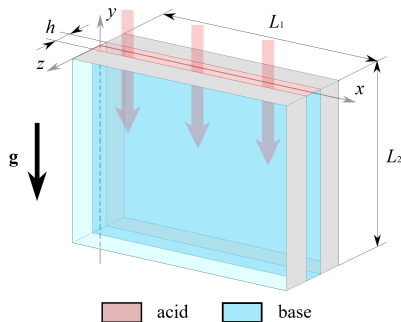


Рисунок 1 — Ячейка Хеле-Шоу с растворами в поле тяжести.

На верхней свободной границе задается фиксированное значение A_0 концентрации кислоты (Рис 1). Система эволюционных уравнений включает уравнения движения в приближениях Буссинеска и Хеле-Шоу и уравнения переноса компонентов A , B и S . Развивается подход, в котором учитывается динамическое производства растворителя (воды) в ходе реакции. Новые молекулы образуются в узкой зоне реакционного фронта, где влияние растворителя оказывается существенным. Вводится объем $V_{rz}(t)$ зоны реакции и ее дополнительное расширение ΔV за счет образования воды. Их величины

рассчитываются согласно кинетике реакции нейтрализации, после чего поправка вида

$$W(t) = \frac{1}{1 + \frac{\Delta V(t)}{V_{rz}(t)}}. \quad (2)$$

вносится в безразмерную добавочную плотность раствора

$$\hat{\rho} = A + R_B B + R_S W(t) S, \quad (3)$$

где $R_B = \beta_B/\beta_A$ и $R_S = \beta_S/\beta_A$ — отношения коэффициентов объемного расширения компонентов. Отношение $\Delta V/V_{rz}$ пропорционально безразмерной величине

$$G = A_0 \left(\frac{\mu_{H_2O}}{\rho_{H_2O}} + \frac{\mu_S}{\rho_S} \right), \quad (4)$$

где μ — молярная масса, ρ — плотность. Параметр G определяет вклад образования воды в реакционном процессе с фиксированной парой реагентов. Управляющим параметром задачи служит отношение начальных концентраций $\gamma = B_0/A_0$.

В разделе 2.1 рассматривается динамика системы при изменении величины γ . Выделяется четыре диапазона изменений параметра, соответствующих четырем сценариям структурообразования (Рис. 2). При $\gamma \rightarrow 0$ вблизи границы раздела возникает область плотной жидкости, расположенная над менее плотными слоями, что приводит к неустойчивости Рэлея – Тейлора (RT). В противоположном случае $\gamma \gg 1$ стратификация по плотности устойчива, и в зоне реакции формируется устойчивый диффузионный слой (DL). При $\gamma \approx 1$ между диффузией и реакцией устанавливается равновесие, что приводит к установлению квазистационарных

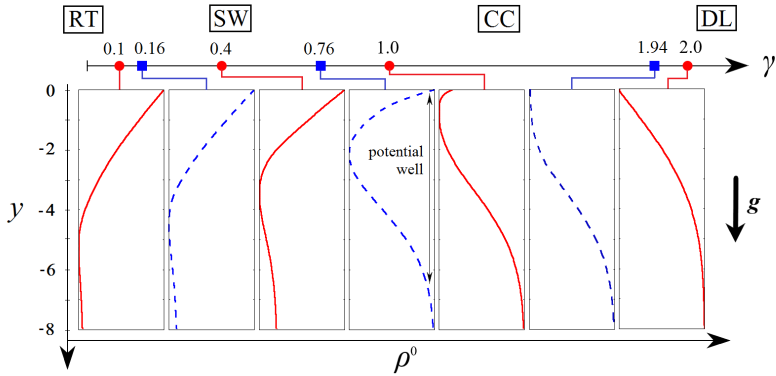


Рисунок 2 — Профили плотности основного состояния ρ^0 в зависимости от отношения γ . Квадраты соответствуют бифуркационным значениям параметра, круги — промежуточным.

процессов переноса. Профиль плотности имеет потенциальную яму, состоящую из двух частей: нижняя с устойчивой стратификацией, верхняя — с неустойчивой. Условие развития локализованной конвекции состоит в том, что плотность нижней части превышает плотность верхней. Их равенство определяет точку бифуркации, разделяющую локализованную ячейную конвекцию (CC) и глобальную неустойчивость (RT). Переход между режимами осуществляется при $\gamma_2 = 0.76$. Еще одна бифуркация происходит при $\gamma_3 = 1.94$, когда минимум профиля совпадает с координатой свободной поверхности и возмущения Рэлея – Тейлора не развиваются. Профили плотности в диапазоне $0.16 < \gamma < 0.76$ типичны для неустойчивости Рэлея – Тейлора (Рис. 2). Однако исследование нелинейных свойств системы показывает, что в этом диапазоне развивается специфическая хемоконвективная структура (SW). Она имеет вид периодической последовательности пальцев, кончики которых образуют плоский фронт (Рис. 3). Основным механизмом поддержания барьера и стабилизации возмущений Рэлея – Тейлора является облегчение зоны реакции за счет образования воды. Бифуркация, разделяющая сценарии RT и SW, происходит при $\gamma_1 = 0.16$.

В разделе 2.2 исследуется влияние интенсивности производства воды G на выравнивание конвективной структуры. Данный параметр является фиксированным для заданной пары реагентов. Его большие значения отвечают веществам с большой молярной массой и низкой плотностью. Из уравнений (2), (3) видно, что плотность зоны реакции в этом случае стремится к плотности растворителя. Обратная асимптотика $G \rightarrow 0$ соответствует веществам с плотной упаковкой при небольшой молярной массе. Обнаружено, что при бифуркационном значении $\gamma = 0.16$ переход от нерегулярной пальчиковой структуры RT к регулярной системе вихрей SW происходит при $G^* \approx 0.028$. Вблизи $G \sim G^*$ огибающая кончиков

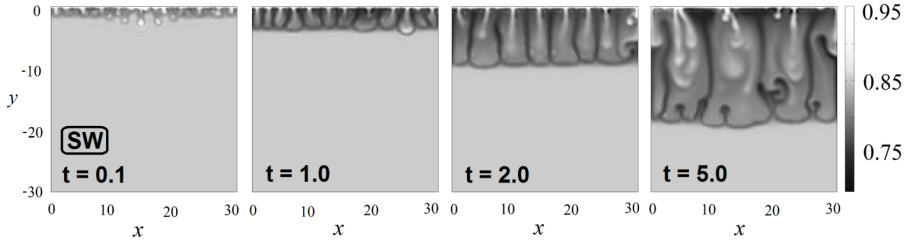
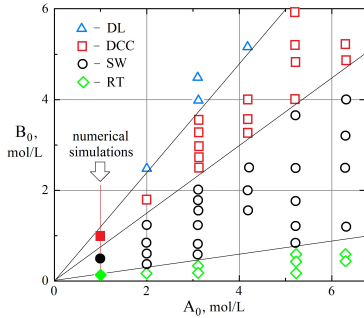
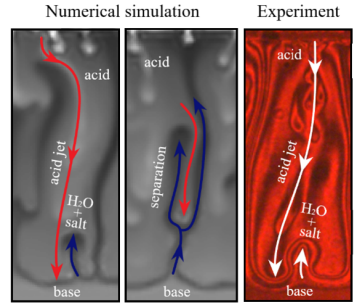


Рисунок 3 — Эволюция поля плотности $\hat{\rho}$ в режиме неустойчивости SW при $\gamma = 0.4$.

пальцев испытывает заметные деформации. При $G > G^*$ она становится прямой, и структура единым фронтом движется в направлении поля тяжести (Рис. 3). Скорость фронта является постоянной, снижаясь с ростом G . Вопреки тенденции к огрублению, ведущее волновое число вихревой структуры с течением времени приближается к асимптотическому значению $k \approx 1$ независимо от величины G . Причиной служит вторичная неустойчивость реакционного фронта в виде легких плюмов с продуктом реакции. В процессе движения плюм делит пальчиковую структуру на две части, что приводит к локальному уменьшению длины волны (Рис. 4, б).



(a)



(б)

Рисунок 4 — (a) Карта устойчивости на плоскости начальных концентраций; (б) Численная и экспериментальная визуализация режима SW.

В разделе 2.3 проведено сравнение результатов численного моделирования с экспериментом. В рассмотренном диапазоне начальных концентраций γ между ними наблюдается хорошее согласие (Рис. 4, a). Предложен сценарий эволюции неустойчивости SW. На начальном этапе происходит нерегулярное движение тяжелых пальцев вниз (Рис. 3, $t = 0.1$), в ходе чего зона реакции постепенно становится легче. Каждая пальчиковая структура состоит из плотного ядра с кислотой и оболочки, плотность

которой постепенно снижается (Рис. 4, б), что приводит к выравниванию вдоль горизонтальной линии. Происходит спонтанное возникновение потенциального барьера, который препятствует проникновению течения в область с неподвижным раствором основания.

Третья глава посвящена исследованию хемоконвекции в условиях равномерного вращения [4–8]. В **разделе 3.1** на основе теории возмущений выводятся уравнения движения вращающейся жидкости в приближениях Буссинеска и Хеле-Шоу. Формальный малый параметр ϵ определяется разложением плотности

$$\rho = \rho_0(1 + \epsilon^3\theta), \quad (5)$$

вблизи постоянного значения ρ_0 . Неоднородность θ играет роль температуры или концентрации. Подстановка (5) и разложений основных переменных в уравнения движения приводит к системе, содержащей число Россби $Ro = U/\omega R$. При значительном влиянии силы Кориолиса данный параметр является малым. Однако в полости Хеле-Шоу данная сила действует слабее, поскольку при $h/R \rightarrow 0$ ведущий член ее разложения стремится к нулю. Из предположения $Ro \sim \epsilon^0$ для плоских течений Хеле-Шоу получается уравнение

$$Ro_0^2 \frac{d\mathbf{v}_0}{d\tau} = -\nabla p_3 + \frac{1}{\sqrt{Gr_\omega}} \nabla^2 \mathbf{v}_0 + 2Ro_0\theta_0 \mathbf{v}_0 \times \mathbf{e}_z - \theta_0 \mathbf{e}_z \times (\mathbf{e}_z \times \mathbf{r}), \quad (6)$$

где τ — «медленное» время $\epsilon^3 t$, Gr_ω — вращательное число Грасгофа. В уравнении (6) обе силы инерции представлены высшими порядками разложения, ответственными за эффекты плавучести.

В **разделе 3.2** эффект плавучести Кориолиса исследуется на примере задачи о хемоконвекции в цилиндрической ячейке Хеле-Шоу, которая вращается с постоянной угловой скоростью ω (Рис. 5). Предполагается, что вариации плотности возникают в системе за счет генерации компонента переноса в химической реакции нулевого порядка. Зазор ячейки Хеле-Шоу

Рисунок 5 — Ячейка Хеле-Шоу в цилиндрических координатах.

предполагается настолько малым, что можно пренебречь диффузией импульса и использовать модель Дарси:

$$R_\omega Ek \frac{1}{r} J(C, \Psi) = \nabla^2 \Psi - R_\omega \frac{\partial C}{\partial \phi},$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{r} J(C, \Psi) = \nabla^2 C + 2R_\omega, \quad (7)$$

$$r = 1 : \quad \Psi = 0, \quad C = 0,$$

где Ψ — функция тока, C — концентрация, R_ω — центробежное число Рэля, Ek — число Экмана. Нелинейное слагаемое в левой части уравнения движения описывает плавучесть, создаваемую силой Кориолиса. Линеаризация уравнений (7) вблизи состояния равновесия приводит к задаче линейной теории устойчивости. В рамках данной задачи показано,

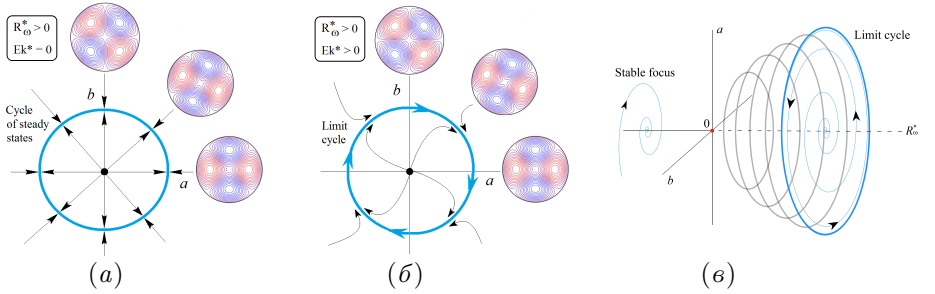


Рисунок 6 — (а) Семейство стационарных состояний при $Ek = 0$; (б) Устойчивый предельный цикл при $Ek \neq 0$; (в) Диаграмма сверхкритической бифуркации Хопфа.

что при $Ek \neq 0$ спектр содержит колебательные возмущения, обуславливающие нестационарный характер течения за порогом устойчивости. Поведение решений вблизи первой бифуркации исследовалось методом многих временных масштабов. Решение амплитудных уравнений вблизи порога $R_{\omega 0} = 13.21$ показывает, что потеря устойчивости сопровождается возникновением цикла равновесий при $Ek = 0$ и устойчивого предельного цикла при $Ek \neq 0$ (Рис. 6). В ходе численного исследования динамики

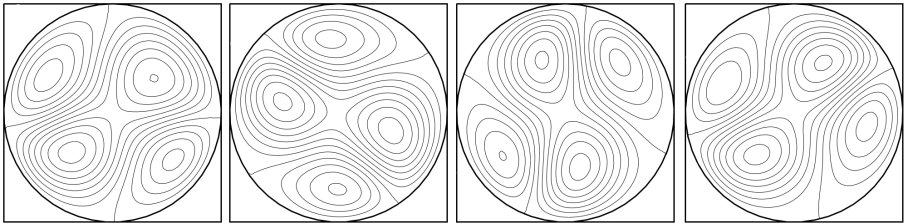


Рисунок 7 — Возмущения функции тока при $Ek = 0.025$, $R_\omega = 20$ в последовательные моменты времени. Полость вращается против часовой стрелки.

вдали от равновесия обнаружено, что основное состояние стабилизируется под действием силы Кориолиса. При $Ek > 0.038$ оно является абсолютно устойчивым. При пересечении нейтральной кривой на плоскости параметров (R_ω, Ek) в фазовом пространстве системы возникает предельный цикл. С ростом R_ω происходит переход к хаотической конвекции через сложную последовательность бифуркаций тора. При больших числах Экмана наблюдаются сдвиговые неоднородности в структуре течения, обусловленные ростом влияния кориолисовой плавучести вследствие роста перепада плотностей (Рис. 7).

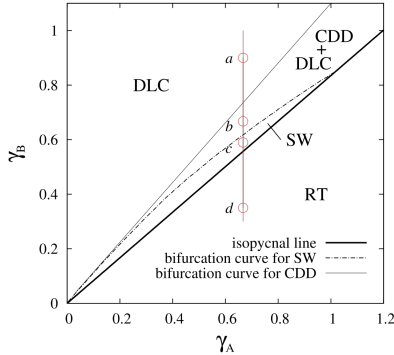
В разделе 3.3 исследуется динамика хемоконвективных движений в системе смешивающихся растворов, помещенных в цилиндрическую ячейку Хеле-Шоу и реагирующих по схеме нейтрализации (1). Рассматривается влияние только центробежной силы инерции, являющейся единственным генератором неустойчивости в системе. Центральная область кюветы заполнена водным раствором кислоты HNO_3 , периферийная — водным раствором основания NaOH . Контакт между ними инициирует образование соли NaNO_3 . Вклад производства воды в плавучесть реакционной зоны для данной пары реагентов пренебрежимо мал, поэтому принимается уравнение состояния (3), где $W(t) = 1$. Управляющими параметрами задачи являются безразмерные начальные концентрации растворов γ_A и γ_B , центробежное число Рэлея R_A и расстояние $\tilde{L}/\tilde{R}$ от начальной поверхности контакта растворов до оси вращения. Механизм неустойчивости в данной системе чувствителен к зависимости диффузии веществ от концентрации:

$$D_A = 0.881 + 0.158A, \quad D_B = 0.594 - 0.087B, \quad D_S = 0.487 - 0.284S. \quad (8)$$

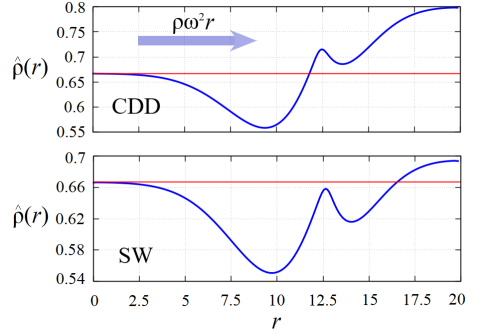
Бифуркационная структура выявляется путем анализа основного состояния реакции – диффузии. На карте устойчивости существует четыре области, отвечающие качественно различным профилям плотности. Области разделены тремя бифуркационными кривыми. Основная кривая

$$\gamma_B = \frac{\beta_A}{\beta_B} \gamma_A = \frac{\gamma_A}{R_B}, \quad (9)$$

представляет собой линию изопикны для центрального и периферийного слоев (Рис. 8, а; жирная сплошная линия). Выше изопикны раствор основания плотнее раствора кислоты, и система устойчива в поле центробежной силы. При достаточно малых γ_B кислота в центральной части кюветы является более плотной, что приводит к развитию неустойчивости Рэлея – Тейлора. Реакция нейтрализации в сочетании с механизмами концентрационно-зависимой диффузии может привести к возникновению плотностной потенциальной ямы и поддерживать ее в течение длительного времени. Условие ее появления (Рис. 8, а; тонкая сплошная линия) определяется точкой перегиба в радиальном профиле плотности основного состояния. Снижение γ_B приводит к пересечению еще одной кривой

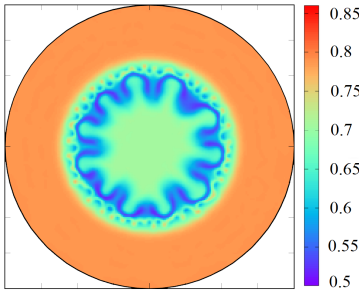


(a)

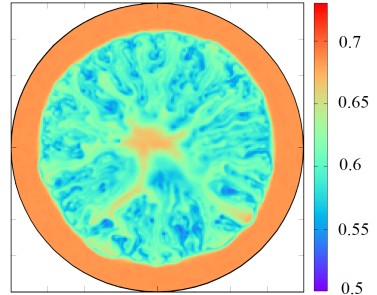


(б)

Рисунок 8 — Динамика в основном состоянии: (a) Карта устойчивости на плоскости (γ_A, γ_B) ; (б) Профили плотности в режимах CDD ($\gamma_A = \gamma_B = 0.667$) и SW ($\gamma_A = 0.667, \gamma_B = 0.57$).



(a)



(б)

Рисунок 9 — Поля безразмерной плотности: (a) Ячеистая конвекция CDD; (б) Волна плотности SW.

(Рис. 8, a; штрихпунктирная линия), определяющей равенство плотностей реакционной зоны и центрального слоя:

$$\hat{\rho}^0(t, 0) = \hat{\rho}^0(t, r_{max}), \quad (10)$$

где r_{max} — положение локального максимума плотности (Рис. 8, б). Максимум формируется за счет образования тяжелой соли, коэффициент диффузии которой уменьшается с ростом концентрации (8). При $\hat{\rho}^0(t, 0) < \hat{\rho}^0(t, r_{max})$ по обе стороны от максимума развиваются моды неустойчивостей CDD (ячеистая конвекция) и DLC в виде плюмов, всплывающих к центру (Рис. 9, б). В ином случае зона реакции начинает быстро всплывать к центру кюветы (Рис. 9, а). Процесс сопровождается образованием

вторичных вихрей и интенсификации реакции. Непрерывная подача кислоты к периферии по системе каналов, образованных крупномасштабными вихрями в центральной части, приводит к стремительному расширению реакционной зоны. При этом механическое равновесие в области, занятой раствором основания, не нарушается. Расширение зоны реакции имеет форму цилиндрической плотностной волны.

В заключении приведены основные результаты работы:

1. Установлен механизм динамической стабилизации хемоконвективной структуры в системе несмешивающихся реагирующих растворов сильной кислоты и основания. Показано, что регулярность паттерна обеспечивается производством воды в ходе реакции. Данный эффект описывается интегральной поправкой в слагаемом плавучести уравнений движения. Определены значения начальных концентраций растворов и интенсивности производства воды, при которых регулярная структура вихрей сменяется неустойчивостью Рэлея – Тейлора.
2. Установлена роль силы Кориолиса в квазидвумерных течениях вращающейся неоднородной жидкости в геометрии Хеле-Шоу. В рамках теории возмущений получены уравнения конвекции, включающие силу плавучести Кориолиса. Показано, что равновесие вращающейся жидкости с внутренней генерацией компонента переноса сменяется колебательной конвекцией. Под влиянием эффекта плавучести равновесие стабилизируется, а переход к хаотической конвекции осложняется бифуркациями тороидальных аттракторов.
3. Выявлены сценарии развития неустойчивости в системе смешивающихся реагирующих растворов во вращающейся ячейке Хеле-Шоу. Показано, что нелинейное взаимодействие реакции и диффузии приводит к возникновению потенциальных ям в поле плотности среды. Под действием центробежной силы в них возбуждается неустойчивость в виде регулярной последовательности хемоконвективных ячеек. При определенном соотношении начальных концентраций реагентов ячеистая конвекция сменяется плотностной волной ударного типа. Получено аналитическое выражение для бифуркационной кривой этих режимов. Определены границы существования режимов в пространстве управляющих параметров.

Публикации автора по теме диссертации

1. *Utochkin, V. Y.* Spontaneous ordering of chemoconvective fingering near an interface in a reacting solution / V. Y. Utochkin, D. A. Bratsun // *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*. — 2022. — Vol. 10, issue 4.
2. Nonlinear development of convective patterns driven by a neutralization reaction in immiscible two-layer systems / D. Bratsun [et al.] // *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. — 2023. — Vol. 381, issue 2245.
3. *Utochkin, V. Y.* Alignment of Fingering Pattern Induced by an Interfacial Neutralization Reaction / V. Y. Utochkin, R. R. Siraev, D. A. Bratsun // *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*. — 2024. — Vol. 12, issue 2.
4. *Уточкин, В. Ю.* Хемоконвективные структуры во вращающейся системе реагирующих жидкостей / В. Ю. Уточкин, Р. Р. Сираев, Д. А. Брацун // *Вычислительная механика сплошных сред*. — 2020. — Т. 13, № 2. — С. 205—218.
5. *Utochkin, V. Y.* Pattern Formation in Miscible Rotating Hele-Shaw Flows Induced by a Neutralization Reaction / V. Y. Utochkin, R. R. Siraev, D. A. Bratsun // *Microgravity Science and Technology*. — 2021. — Vol. 33, issue 6.
6. *Utochkin, V. Y.* Chemoconvective Structures in a Rotating System of Reacting Liquids / V. Y. Utochkin, R. R. Siraev, D. A. Bratsun // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. — 2021. — Vol. 62, no. 7.
7. *Utochkin, V. Y.* Convection induced by centrifugal and Coriolis buoyancy in a rotating Hele-Shaw reactor / V. Y. Utochkin, D. A. Bratsun // *Physics of Fluids*. — 2024. — Vol. 36, no. 9.
8. *Уточкин, В. Ю.* Устойчивость слоя жидкости во вращающемся реакторе Хеле-Шоу при конкуренции эффектов плавучести, генерируемых силами инерции / В. Ю. Уточкин, Д. А. Брацун // *Вычислительная механика сплошных сред*. — 2025. — Т. 18, № 1. — С. 15—31.

Уточкин Владимир Юрьевич

ХЕМОКОНВЕКЦИЯ В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ В ПОСТОЯННОМ И
ПЕРЕМЕННОМ ИНЕРЦИОННОМ ПОЛЕ

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать _____._____._____. Заказ № _____

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.

Типография _____