

«Институт механики сплошных сред УрО РАН» – филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермского федерального исследовательского центра Уральского отделения Российской академии наук

На правах рукописи



ВШИВКОВ АЛЕКСЕЙ НИКОЛАЕВИЧ

**РАСЧЁТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ
УРАВНЕНИЯ РОСТА УСТАЛОСТНОЙ ТРЕЩИНЫ В МЕТАЛЛАХ
НА ОСНОВЕ ОЦЕНКИ ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ В ЕЁ ВЕРШИНЕ**

Специальность 1.1.8 – Механика деформируемого твёрдого тела

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
Доктор физико-математических наук,
Профессор РАН, член-корреспондент
РАН
Плехов Олег Анатольевич

Пермь – 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

<i>ВВЕДЕНИЕ</i>	4
<i>ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ КИНЕТИКИ РОСТА УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН.</i>	12
1.1. Кинетические соотношения для описания роста усталостной трещины.	13
1.2. Термодинамические соотношения, описывающие распространение усталостных трещин.	17
1.3. Описание кинетики роста усталостных трещин при смешанном нагружении	24
1.4. Экспериментальные методы исследования распространения усталостной трещины.	27
Выводы.....	30
<i>ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНО-АППАРАТНОГО КОМПЛЕКСА ДЛЯ РЕГИСТРАЦИИ ДИССИПАЦИИ ТЕПЛА В ВЕРШИНЕ УСТАЛОСТНОЙ ТРЕЩИНЫ.</i>	32
2.1. Устройство датчика для измерения теплового потока	32
2.2. Калибровка датчика теплового потока.....	38
2.3. Верификация показаний датчика.....	46
Выводы.....	48
<i>Глава 3. Экспериментальные исследования термодинамических особенностей распространения усталостной трещины в конструкционных материалах.</i>	50
3.1. Исследуемые материалы	50
3.2. Условия эксперимента и результаты усталостных испытаний плоских образцов из нержавеющей стали 08X18H10 при одноосном нагружении. .	52
3.3. Условия эксперимента и результаты усталостных испытаний плоских образцов из нержавеющей стали 08X18H10 при двухосном нагружении...	66
3.4. Условия эксперимента и результаты усталостных испытаний плоских образцов из титанового сплава ВТ1-0 при одноосном нагружении.....	72

3.5. Условия эксперимента и результаты усталостных испытаний плоских образцов из титанового сплава ВТ1-0 при двухосном нагружении.	76
3.6. Совместный анализ результатов циклических испытаний при одноосном и двухосном нагружениях	81
Выводы.....	84
<i>Глава 4: прогнозирование скорости роста усталостной трещины на основе данных контактного датчика теплового потока.....</i>	<i>85</i>
4.1 Разработка универсального соотношения для скорости роста усталостной трещины и теплового потока.....	86
4.2. Экспериментальная верификация гипотезы Диксона (эквивалентности реальных и упругих деформаций у вершины трещины)	98
4.3. Верификация соотношения для скорости роста усталостной трещины на основе данных датчика теплового потока.....	106
Выводы.....	110
<i>ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....</i>	<i>112</i>
<i>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....</i>	<i>114</i>

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Прогнозирование разрушения под действием циклических напряжений с амплитудой существенно меньше предела прочности материала (далее - усталость) является актуальной научной и инженерной задачей на протяжении последних двухсот лет. Несмотря на значительные успехи в понимании физической природы усталости, достигнутые в пионерских работах А. Вёлера, О. Баскина, В. Вейбулла, И. Баушингера, Д.К. Чернова и их последователей, вопросы прогнозирования эксплуатационного ресурса и предотвращения аварийных ситуаций, вызванных усталостным разрушением, остаются актуальными.

Значительное число моделей и соотношений, используемых в инженерной практике продолжают носить эмпирический характер. При этом повышение требований к безопасности и экономической эффективности инженерных конструкций требует физически обоснованного снижения коэффициентов запаса. Это диктует необходимость продолжения научных исследований процесса разрушения при циклическом деформировании с применением современных экспериментальных методов и методов математического моделирования.

Широкое внедрение в инженерную практику принципа допускаемой повреждаемости («damage tolerance» подхода) повышает требования к построению точных, физически обоснованных моделей развития начальных повреждений, в том числе усталостных трещин в условиях сложного напряжённого состояния. Разработка энергетически обоснованных моделей в сочетании с прямыми экспериментальными методами измерения входящих в них физических величин позволяет получить новые результаты как при детектировании, так и при прогнозировании скорости распространения усталостных трещин в условиях многоосного деформирования.

Представленная работа направлена на разработку оригинальных экспериментальных подходов к измерению скорости диссипации энергии в

вершине усталостной трещины, которые, в сочетании с методами инфракрасной термографии и корреляции цифровых изображений, позволяют получить новые научные результаты в области исследования особенностей пластического деформирования в вершине усталостной трещины в металлах и предложить соотношения для прогнозирования скорости усталостных трещин в условиях одноосного и многоосного деформирования. Актуальность темы исследований определяется возможностью построения экспериментально-теоретического подхода, описывающего процесс распространения усталостной трещины, применимого для широкого спектра условий эксплуатации.

Степень разработанности темы исследования. Первые исследования процессов разрушения при циклическом деформировании цепей для крепления подводных мин и рудничных подъёмных устройств датированы 1823 годом. Понимание процесса усталостного разрушения как многостадийного явления, включающего в себя стадии накопления повреждений (инкубационный период), период развития субмикроскопических трещин до размеров микротрещин и период развития микротрещин формировалось последовательно на основе результатов Л.Ф. Коффина, С.С. Менсона, А. Пальмгрена, А. Майнера, И.А. Одингга, С.В. Серенсена, Н.Н. Давиденкова, Я.Б. Фридмана, В.В. Болотина, В.Г. Трощенко и др.

К 1911 году был сделан вывод о высокой по сравнению со статическими испытаниями чувствительности усталости металлов к поверхностным дефектам. В 1921 году одновременно в работах А.А. Гриффитса и А.Ф. Иоффе процесс разрушения хрупких материалов (стёкол) связывается с процессом развития трещин от начальных поверхностных дефектов. В последующих работах Е. Орована, Дж. Ирвина, И.Н. Фридляндера, Х. Нейбера, П.Ф. Попковича, С.А. Христиановича, Н.И. Мухелишвили, Х.М. Вестергарда, М.Л. Вильямса, М.Я. Леонова, Д.С. Дакдейла,

В.В. Панасюка, В.М. Пестриков, Г.И. Баренблатта, Н.Ф. Морозова, Е.М. Морозова, Л.М. Качанова, Ю.Н. Работнова, Р.Л. Салганика, Н.Ф. Мотта, В.В. Новожилова, Л.Р. Ботвиной, Дж.В. Хатчинсона, Дж.Р. Райса, С. Сареша, Р.О. Ритчи, З.П. Базанта и многих других авторов развиты подходы к анализу процесса развития трещин в металлах.

В 1963 году П. Парис предложил простое эмпирическое соотношение, описывающее процесс распространения трещин при циклическом деформировании. Закон Париса многократно анализировался и усложнялся в работах Ю. Мураками, Н.Е. Фроста, Г.П. Черепанова, В. Элбера, Н.А. Махутова, Р. Сундера, Ю.Г. Матвиенко, В.Н. Шлянникова, Л.В. Степановой, Р.В. Гольдштейна, А. Карпинтери и многих других.

Одновременно развивались подходы, направленные на замену использованной Парисом теории Ирвина для прогнозирования скорости распространения трещин. Среди них можно отметить работы В.Т. Трощенко, В.В. Федорова, Y. Izumi, А. Чудновского, J.S. Short, К.Р. Liaw, N. Rajic, N. Ranganathan и других.

Энергетические соотношения для прогнозирования скорости распространения усталостных трещин, берущие своё начало в гипотезе Дж. Ламберта (1779) об энергетическом подобии процессов плавления и разрушения, могут рассматриваться как развитие структурно-энергетической теории разрушения, развитой в работах В.С. Ивановой. В работах А. Чудновского было показано, что скорость распространения трещины является функцией работы пластической деформации, скорости диссипации тепла, потока упругой энергии в вершину трещины при её распространении (J-интеграла) и сопротивления материала зарождению дефектов. В разных моделях данные величины вводились различными способами, но основные трудности были связаны со сложностью их экспериментального определения.

Активное развитие методов экспериментальной механики позволило получить значительный объём фактической информации об особенностях развития пластической деформации в вершине трещины. Среди них можно отметить работы М.Е. Файна, Дж.П. Шелдона, Н.Е. Доулинга, Д.В. Нелсона, А.А. Шанявского, Т. Палин-Люка. Современный этап развития методов экспериментальной механики позволил, в рамках данной работы, предложить простые подходы к измерению скорости диссипации энергии в вершине трещины и разработать соотношения для прогнозирования скорости распространения усталостных трещин в металлах в сложных условиях нагружения.

Целью работы является разработка термодинамического соотношения и экспериментального метода определения значений его параметров с целью прогнозирования скорости распространения усталостной трещины в металлах при многоосном нагружении.

Для достижения поставленной цели были решены следующие **задачи**:

1. На основании анализа существующих экспериментальных методов исследования термодинамики процесса развития усталостной трещины в металлах определены ключевые термодинамические параметры и разработан метод их измерения (путем создания аппаратно-программного комплекса для непрерывной регистрации теплового потока в процессе роста усталостной трещины).

2. Путем проведения усталостных испытаний на плоских металлических образцах с концентратором напряжений, изготовленных из нержавеющей стали 08X18H10 и технического титана ВТ1-0, определить численные значения кинетических и термодинамических характеристик распространения усталостной трещины.

3. Разработка энергетического соотношения для прогнозирования скорости распространения усталостной трещины в металлах, учитывающего экспериментально определенные особенности изменения во времени и

величине теплового потока в вершине усталостной трещины, на примере нержавеющей стали 08X18H10 и технического титана BT1-0.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем: Разработана экспериментальная методика измерения диссипации энергии в вершине усталостной трещины в металлах при проведении усталостных испытаний, основанная на применении эффекта Зеебека и использовании элемента Пельтье в качестве чувствительного элемента. (п.13 паспорта специальности МДТТ: Экспериментальные методы исследования процессов деформирования, повреждения и разрушения материалов, в том числе объектов, испытывающих фазовые структурные превращения при внешних воздействиях).

Экспериментально выявленные закономерности взаимосвязи эволюции поля пластической деформации и диссипации энергии в вершине усталостной трещины при её распространении в стали 08X18H10 и техническом титане BT1-0. Показан линейный характер зависимости скорости распространения усталостной трещины от мощности диссипации тепла в её вершине при многоосном нагружении. (п.1 паспорта специальности МДТТ: Законы деформирования, повреждения и разрушения материалов, в том числе природных, искусственных и вновь создаваемых).

Предложена теоретическая модель, основанная экспериментально устанавливаемой взаимосвязи скорости распространения усталостной трещины и интенсивности диссипации энергии в её вершине, позволяющая прогнозировать усталостную долговечность металлов при одноосном и двухосном нагружении. (п.10 паспорта специальности МДТТ: Прочность при сложных режимах нагружения. Теория накопления повреждений. Механика разрушения твёрдых тел).

Теоретическая и практическая значимость работы. Предложена и экспериментально обоснована гипотеза о возможности использования подходов линейной механики разрушения для оценки поля неупругой

деформации в вершине усталостной трещины в металлах. Получено аналитическое соотношение для расчёта диссипации тепла в вершине усталостной трещины для смешанного типа нагружения и установлена её взаимосвязь со скоростью роста трещины.

Проведена серия экспериментов по изучению диссипации тепла в процессе распространения усталостной трещины в металлах при одноосном и двухосном циклическом деформировании. Получены новые данные о кинетике и термодинамике распространения усталостной трещины в металлах при одноосном и двухосном циклическом деформировании. Предложена методика для оценки и прогнозирования скорости роста трещины на основе данных о диссипации тепла в вершине усталостной трещины при многоосном циклическом деформировании.

Методология, принятая в работе, основана на фундаментальных положениях механики и термодинамики деформируемого твёрдого тела, современной экспериментальной механике. В работе использовались классические и разработанные в «ИМСС УрО РАН» методики проведения циклических испытаний на рост усталостной трещины с использованием средств измерения кинетических (оптический метод, метод падения электрического потенциала) и термодинамических (инфракрасная термография, оригинальный контактный метод на основе эффекта Зеебека) характеристик процесса.

Положения, выносимые на защиту:

1. Разработанный программно-аппаратный комплекс для измерения диссипации тепла при распространении усталостной трещины, принцип действия которого основан на эффект Зеебека, позволяющий по изменению теплового потока обеспечивать точность измерения 0.1 Вт в диапазоне скоростей роста трещин 10^{-7} до 10^{-3} м/цикл при проведениях испытаний при нормальных условиях. (п.13 паспорта специальности МДТТ:

Экспериментальные методы исследования процессов деформирования, повреждения и разрушения материалов, в том числе объектов, испытывающих фазовые структурные превращения при внешних воздействиях.)

2. С использованием методики измерения диссипации тепла при распространении усталостной трещины в стали 08Х18Н10 и техническом титане ВТ1-0 определено, что рост усталостной трещины в режиме Пэриса характеризуется наличием как минимум двух стадий, различающихся интенсивностью диссипации энергии. (п.1 паспорта специальности МДТТ: Законы деформирования, повреждения и разрушения материалов, в том числе природных, искусственных и вновь создаваемых)

3. Экспериментально подтвержденная линейная зависимость скорости роста трещины от диссипации тепла в ее вершине, позволяет использовать разработанную модель усталостного разрушения и разработанный способ оценки диссипации энергии для прогнозирования усталостной долговечности при одноосном и двухосном нагружении. (п.10 паспорта специальности МДТТ: Прочность при сложных режимах нагружения. Теория накопления повреждений. Механика разрушения твёрдых тел).

Достоверность экспериментальных исследований обеспечивается соблюдением методологии проведения эксперимента, использованием поверенного метрологического оборудования, повторяемостью результатов и соответствием установленных закономерностей с частными результатами других авторов.

Личный вклад автора заключается в анализе современного состояния исследований по теме работы, в проведении и подготовке испытаний по циклическому деформированию образцов для развития усталостной трещины, в обработке и анализе экспериментальных данных. Разработке и

проверки теоретических положений работы. Автор лично реализовывал средства измерения, использованные в работе.

Реализация работы. Результаты получены в рамках крупного научного проекта при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (соглашение № 075-15-2024-535 от 23.04.2024).

Апробация работы. Основные результаты исследований, представленные в диссертационной работе, докладывались и обсуждались на международных и российских научных конференциях: The 5th International Conference on “Crack Paths” (Ferrara, Italy, 2015), 22nd European Conference on Fracture (Belgrade, Serbia, 2018), 4th International Conference on Structural Integrity ICSI2021 (Funchal, Madeira, Portugal, 2021), 29th International Workshop on Computational Mechanics of Materials (Dubrovnik, Croatia, 2019), 25th International Conference on Fracture and Structural Integrity (Catania, Italy, 2019), XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики” (Казань, 2015), XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики 19-24 августа (Уфа, 2019), XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике (Санкт-Петербург, 2023), XXII Петербургские чтения по проблемам прочности (Санкт-Петербург, 2016), XXII Зимняя школа по механике сплошных сред (Пермь, 2021), XII Международная конференция «механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций (Екатеринбург, 2018), LXIV Международная конференция «Актуальные проблемы прочности» (Екатеринбург, 2022), Международная конференция Перспективные материалы с иерархической структурой для новых технологий и надёжных конструкций (Томск, 2017).

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ КИНЕТИКИ РОСТА УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН.

Создание новых конструкционных материалов и их эксплуатация в различных (в том числе экстремальных) условиях деформирования, требует развития существующих и создание новых методов прогнозирования долговечности и прочности конструкций. Исследованию усталостного поведения металлов посвящено большое число теоретических и экспериментальных работ. Среди них необходимо отметить работы [1-8] и многих других. В результате в настоящее время хорошо известно, что специфика влияния дефектов на способность материалов сопротивляться разрушению заключается в том, что, являясь носителями структурных нарушений в материалах в процессе деформирования, дефекты обеспечивают реализацию механизмов релаксации и диссипации энергии, обеспечивая тем самым временной ресурс сопротивления материалов и конструкций. Современное состояние методов экспериментальной механики позволяет получить информацию о различных процессах (термических, акустических, деформационных) сопровождающих процесс деградации структуры материала в вершине трещины.

Усталость – один из наиболее распространенных видов отказа технических компонентов. Усталость может возникнуть, когда инженерный компонент подвергается циклической нагрузке в течении определенного периода, даже если напряжение, вызванное нагрузкой, намного ниже предела прочности материала. Основной причиной усталости считается развитие микродефектов, таких как дислокации, поры, микротрещины и включения.

В зависимости от количества циклов нагружения усталость можно разделить на сверхмалоцикловую усталость (ULCF) при количестве циклов нагружения до разрушения менее 10^2 ($N < 10^2$), малоцикловую усталость (LCF) при количестве циклов до разрушения $10^2 < N < 10^4 \sim 10^5$, многоцикловую

усталость (HCF) при $10^4 \sim 10^5 < N < 10^7$ и сверх многоцикловую усталость при (VHCF) $N > 10^7$ [9]. Как правило, механическое поведение материалов при ULCF и LCF является упругопластическим, тогда как HCF и VHCF является упругими [10].

Развитие усталостного разрушения обычно делят на три стадии: (i) накопление повреждений (инкубационный период), (ii) период развития субмикроскопических трещин до размеров микротрещин, и (iii) период развития усталостных трещин. Первые две стадии чувствительны к микроструктуре материала, а третья стадия соответствует устойчивому режиму роста макротрещины.

Имеющиеся критерии разрушения, основанные на линейно-упругой механике разрушения (LEFM), в основном можно разделить на энергетические и силовые. Для описания кинетики роста усталостной трещины используются такие энергетические или силовые характеристики процесса разрушения, как коэффициент интенсивности напряжений (КИН), J-интеграл, величина пластической деформации в области распространения трещины и проч.

1.1. Кинетические соотношения для описания роста усталостной трещины.

Традиционно процесс распространения усталостных трещин в металлах описывается законом Париса (P. Paris, 1961), являющийся обобщением значительного числа экспериментальных данных: [11]:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m, \quad (1.1.1)$$

где a – длина трещины, $\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{\pi a} Y(a, W)$ – размах коэффициента интенсивности напряжений, σ – приложенное напряжение, Y – функция, учитывающая влияние геометрии образца, C , m – эмпирические константы, N – число циклов нагружения, W – геометрическая характеристика.

Обычно при анализе процесса распространения усталостных трещин выделяется два их типа: короткие (геометрически или физически) трещины и

длинные трещины. На рисунке 1.1.1 представлена схематическая зависимость скорости усталостных трещин от размаха коэффициента интенсивности напряжений. Короткие трещины могут возникать ниже порогового значения коэффициента интенсивности напряжений чем для длинных трещин. Они могут либо развиться в длинные трещины, либо затормозиться. Короткие трещины, возникающие в надрезах, обычно развиваются в длинные трещины [18].



Рис. 1.1.1. Характерная зависимость скорости роста усталостной трещины da/dN от диапазона коэффициента интенсивности напряжений ΔK при постоянной амплитуде приложенной нагрузки [18].

В соответствии с концепцией линейно-упругой механики разрушения (LEFM) закон Париса обеспечивает однозначную корреляцию между скоростью роста трещины, da/dN , и коэффициентом интенсивности напряжений, ΔK . Коэффициент интенсивности напряжений характеризует распространение усталостной трещины, независимо от геометрии образца и условий нагружения. Закона Париса подходит для решения инженерных

задач. Однако он имеет значительное число ограничений. В режиме многоциклового усталости (HCF) при равномерном росте усталостной трещины процесс ее распространения можно рассматривать с точки зрения пренебрежимо малого размера зоны пластической деформации в вершине трещины [12], однако при увеличении внешних прикладываемых напряжений или длины трещины процесс ее распространения сопровождается значительной пластической деформацией, и кинетика трещины уже не может быть описана параметрами линейно-упругой механики разрушения. Рост трещины при циклическом деформировании обычно сопровождается упругой разгрузкой и значительной диссипацией энергии пластической деформации, которая не связана напрямую с ростом трещины. Для точной количественной оценки роста усталостных трещин требуется использование методологии упругопластической механики разрушения. Пренебрежение пластической деформацией вокруг трещин может привести к значительному завышению скорости роста усталостной трещины [13].

С другой стороны закон Париса удовлетворительно описывает процесс распространения длинных усталостных трещин при напряжениях выше пороговых (long fatigue crack threshold). Однако, как правило, он не корректно работает в области концентраторов напряжений, при описании движения коротких трещин, и для практических приложений требует существенного усложнения правой части. Например, для учёта эффекта замедления скорости трещины при её распространении в эксперименте с постоянным значением коэффициента интенсивности напряжений, применяется закон Фроста-Дагдейла (Frost-Dugdale) [14]:

$$\frac{da}{dN} = Ca^{1-\frac{m}{2}} \Delta K^m. \quad (1.1.2)$$

Другой известной модификацией закона Париса является учёт эффекта закрытия трещины (crack closure), впервые описанный Элбером (Elber) в 1970

году [15]. Иногда используется построение усложнённых степенных зависимостей от размаха коэффициента интенсивности напряжений – закон Формана (Forman) [16], введение в рассмотрение фрактальной природы берегов трещины [17].

Вопросы зарождения и развития усталостных трещин активно исследовались в рамках линейно-упругой механики разрушения в конце прошлого столетия. Основным результатом стал вывод о том, что ни одна имеющаяся на тот момент концепция не может с достаточной точностью оценить кинетику развития усталостной трещины в условиях упруго-пластического деформирования. При развитой трещине в связи с уже имеющейся зоной пластической деформацией в области вершины трещины при дальнейшем циклическом нагружении происходит упругая разгрузка пластически деформированного материала с последующей нагрузкой. Используемые параметры механики разрушения зависят от формы трещины и условий нагружения. Обширный анализ не подтвердил четкой связи между параметрами разрушения и полем напряжений в вершине усталостной трещины. Таким образом, вопрос о прогнозировании распространения усталостной трещины по-прежнему остается открытым.

Альтернативой уравнению Париса является построение энергетически обоснованного закона для определения скорости усталостных трещин, объединяющего закон для распространения больших и малых усталостных трещин. Например, при построении корреляции скорости усталостной трещины и размаха величины J -интеграла удаётся с единых позиций описать процесс роста коротких и длинных усталостных трещин. (Рис. 1.1.2).

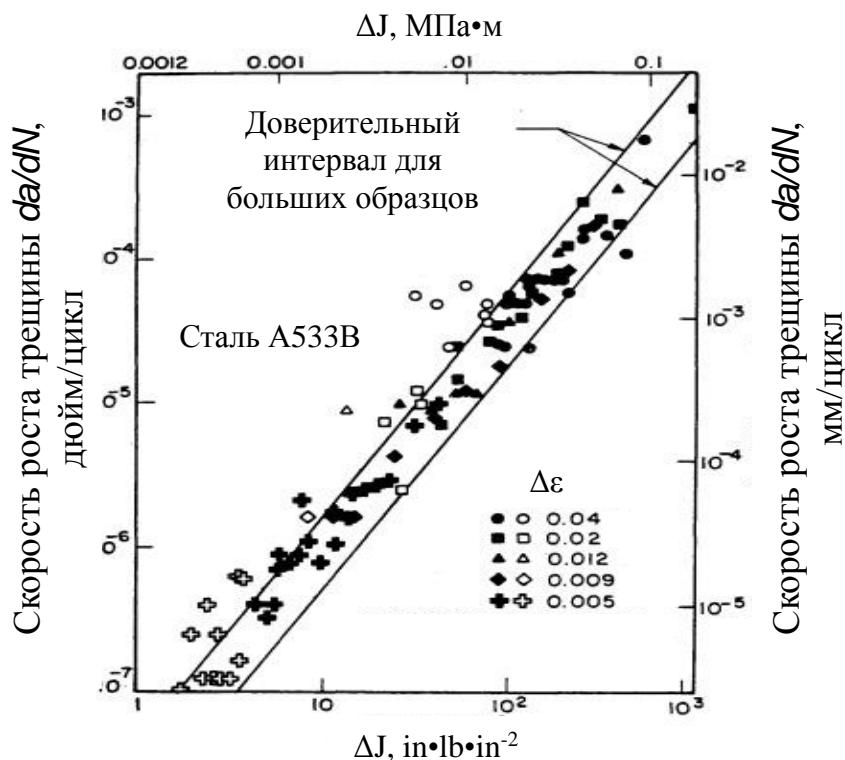


Рис. 1.1.2. Зависимость скорости роста усталостных трещин от размаха J-интеграла для трещин с длинами более 23 мм и менее 0,18 мм в стали А533В по данным [18].

1.2. Термодинамические соотношения, описывающие распространение усталостных трещин.

Энергетические критерии разрушения являются наиболее физически обоснованными и позволяют оперировать со скалярными параметрами при моделировании процесса распространения трещин. Попытки построения термодинамических моделей для описания роста усталостных трещин были предложены в работах таких авторов как Chudnovsky, Short, Izumi [19-21] и ряда других.

Benzerga [22] предложил прямой способ расчета накопленной энергии, основанный на дискретной дислокационной теории пластичности. В работах [23,24] предложен вариант расчета накопленной энергии, основанный на зависимости, описывающей напряженно-деформированное состояние

материала. Модели расчёта баланса энергии в рамках континуального подхода разрабатывались в работах Rasakis и Saai [25,26].

Хатчинсон [27], Райс и Розенгрэн [28] независимо друг от друга показали, что J-интеграл может характеризовать поле напряжений и деформаций вблизи вершины трещины в нелинейно-упругих материалах (HRR-сингулярность). Физически J-интеграл представляет собой скорость изменения потенциальной энергии в упругопластических материалах в единице площади поверхности разрушения. J-интеграл может быть записан в виде:

$$J = \oint_{\Gamma} \left(w dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \quad (1.2.1)$$

где w – плотность энергии деформации, T_i – компоненты тензора напряжений на контуре, u_i – компоненты вектора перемещений, ds – приращения контура, Γ – контур интегрирования вокруг вершины трещины, x и y – декартовы координаты.

Система координат и траектория интегрирования показаны на рисунке 1.2.1.

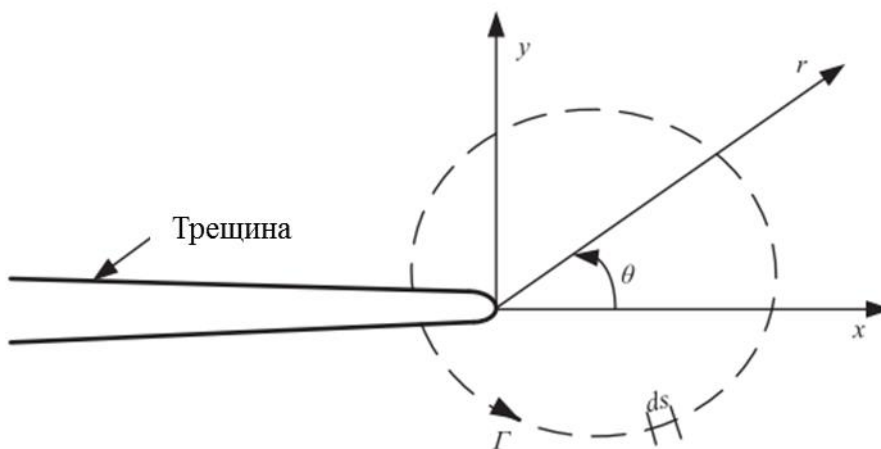


Рис. 1.2.1. Контур интегрирования вокруг вершины трещины для расчёта J-интеграла [28].

Принимая во внимание степенной закон взаимосвязи напряжения и деформации, компоненты тензоров напряжения и деформации в области вершины трещины могут быть записаны как:

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left(\frac{EJ}{\alpha \sigma_0^2 I_n r} \right)^{1/(n+1)} \tilde{\sigma}_{ij}(n, \vartheta) \quad (1.2.2)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\alpha \sigma_0}{E} \left(\frac{EJ}{\alpha \sigma_0^2 I_n r} \right)^{n/(n+1)} \tilde{\varepsilon}_{ij}(n, \vartheta) \quad (1.2.3)$$

где σ_{ij} и ε_{ij} – компоненты тензоров напряжения и деформации, σ_0 – предел текучести, α – размерная константа, E – модуль упругости, n – показатель деформационного упрочнения, I_n – константа интегрирования, определяемая из показателя упрочнения и полярных координат r , θ (рис. 1.2.1), $\tilde{\sigma}_{ij}$ и $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ безразмерные функции зависящие от угла θ и показателя упрочнения.

Уравнения (1.2.2) и (1.2.3) вместе называются сингулярностью HRR, а J-интеграл представляет собой амплитуду сингулярности HRR [29]. В линейно-упругой механике разрушения J-интеграл может быть интерпретирован как скорость диссипации упругой энергии деформации G и вычислен через коэффициенты интенсивности напряжений следующим образом [30]:

$$J = G = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2\mu} \quad (1.2.4)$$

Простейшим вариантом применения этого закона к усталостной трещине является оценка корреляции её скорости и потока энергии в её вершине, выраженной в терминах размаха величины J-интеграла [31]:

$$\frac{da}{dN} = B(\Delta J)^n \quad (1.2.4)$$

или характерным размером зоны пластической деформации [32]:

$$\frac{da}{dN} = CR^2, \quad (1.2.5)$$

где R – характерный размер зоны пластической деформации в вершине трещины.

Используя соотношение для связи размера зоны пластической деформации с работой пластической деформации в вершине усталостной трещины:

$$W = 0,1(\sigma_y + \sigma_{0.2})R^2 \quad (1.2.6)$$

где σ_y – предел пропорциональности, $\sigma_{0.2}$ – напряжение при деформации 0.2, можно получить линейное соотношение между скоростью распространения трещины и работой пластической деформации [33]:

$$\frac{da}{dN} = \frac{1}{Q} W, \quad \text{где } Q = 93 \frac{\sigma_y + \sigma_{0.2}}{\sigma_y^{1.3}}. \quad (1.2.7)$$

В работе [23] соотношение (1.2.4) было конкретизировано как:

$$\frac{da}{dN} = C \frac{\Delta J^2 E^2}{\sigma_y^2 \mu U}. \quad (1.2.8)$$

где U – энергия разрушения, ΔJ – энергия, необходимая для продвижения трещины на величину da .

Иначе говоря, в соотношении (1.2.8) авторы использовали величину диссипированной энергии в качестве параметра, определяющего сопротивление процессу распространения трещины.

Для уточнения соотношения, описывающего скорость распространения усталостной трещины, необходимо детально описать баланс энергии в её вершине. Для этого вводится понятие энергии, равной площади петли гистерезиса (в координатах приложенное напряжение – деформация), отнесённой к скорости роста трещины:

$$U = \frac{\int_{-Y_p}^{Y_p} \int_0^{X_p} \left(\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \sigma_u d\varepsilon - \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \sigma_l d\varepsilon \right) dXdY}{\frac{da}{dN}}, \quad (1.2.9)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – деформации в конечных точках петли гистерезиса, σ_u, σ_l – верхнее и нижнее напряжения в локальной петле гистерезиса в пластической зоне, X_p, Y_p – размеры зоны пластической деформации.

С использованием данных о величине U , полученных в работе [34] с помощью тензодатчиков, расположенных вдоль траектории распространения трещины, соотношение (1.2.9) можно рассматривать как уравнение для определения скорости распространения трещин.

Аналогичное по физическому смыслу соотношение было предложено в работе [35]:

$$\frac{da}{dN} = \frac{1}{G_C} \frac{dW}{dN} = \frac{1}{G_C} \iint_{r_p} \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p dA, \quad (1.2.10)$$

где $\frac{dW}{dN}$ – изменение работы пластической деформации в вершине трещины, интегрирование ведётся в пределах зоны пластической деформации.

Принимая во внимание, что безразмерная скорость диссипации энергии $\frac{dW^*}{dN}$, является функцией параметра упрочнения и коэффициента асимметрии цикла, соотношение (1.2.10) можно записать в виде, аналогичном закону Виртмана (Weertman) [36]:

$$\frac{da}{dN} = \frac{1}{G_C} \frac{\Delta K^4}{\sigma_y^2 E} \frac{dW^*}{dN}. \quad (1.2.11)$$

Используя аппроксимацию зависимости напряжения от циклической деформации [37] можно записать соотношение (1.2.10) в виде:

$$\frac{da}{dN} = \frac{w_p}{G_C} = \left(\frac{1-n}{1+n} \right) \frac{\Psi}{EI_n \left(\frac{4}{1+n} \sigma_f \varepsilon_f \right)} (K_{\max} - K_{th})^2 \quad (1.2.12)$$

где n – коэффициент циклического упрочнения, σ_f, ε_f – коэффициенты в зависимости напряжения от циклической деформации, I_n – безразмерный параметр.

Построение энергетического соотношения для скорости усталостной трещины на основе законов термодинамики можно сделать следующим

образом. Следуя [38], рассмотрим приращение потенциала Гиббса для системы “твёрдое тело с трещиной”:

$$\delta G = \delta Q - TdS < 0. \quad (1.2.13)$$

Или

$$G = \frac{1}{2} \int_V \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV - \int_S \sigma_{ij} n_j u_i dS + 2\Gamma a - Ts, \quad (1.2.14)$$

Приращение потенциала имеет вид:

$$\begin{aligned} \Delta G &= \int_V \int_N^{N+1} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} dV - \int_S \sigma_{ij} n_j \int_N^{N+1} du_i dS + 2\Gamma a - T\Delta s = \\ &= -W - W^* + 2\Gamma\Delta a - T\Delta s \end{aligned} \quad (1.2.15)$$

Для линейно упрочняющегося тела можно показать, что выражения для W и W^* имеют вид:

$$W = 2\xi K^2 \Delta a, \quad W^* = 2\xi_1 \Delta K^4. \quad (1.2.16)$$

Вводя обозначение для энергии, затраченной на единичное продвижение трещины $U = 2\Gamma - T \frac{\Delta s}{\Delta a}$, получим соотношение:

$$\frac{da}{dN} = C \frac{\xi_1 \Delta K^4}{U - 2\xi K^2} = C \frac{\xi_1 \Delta K^4}{2\xi K_c^2 - 2\xi K^2}. \quad (1.2.17)$$

Уравнение (1.2.17) подобно соотношению, предложенному в работе А. Чудновского и соавторов [19], которое имеет вид:

$$\frac{da}{dN} = \frac{\beta_0 J_1^3 d}{\frac{J_c}{r_{p,\max}} r_p(a) - J_1}. \quad (1.2.18)$$

Аналогичное соотношение было предложено в [20]:

$$\frac{da}{dN} = \frac{W_p - Q}{\int \rho \gamma dV - J} = \frac{W_p - Q}{\Gamma - J} = \frac{E_s}{\Gamma - J} \quad (1.2.19)$$

где a – длина трещины, N – число циклов, W_p – мощность пластической работы, Q – мощность диссипации тепла, Γ – энергия, затрачиваемая на образование новой поверхности и на разрушение материала в зоне процесса (все энергии рассчитаны для одного полного цикла деформирования), J – энергетический J-интеграл, E_s – накопленная энергия.

В работе [39] была предложена модификация соотношения (1.2.19), использующая величины, экспериментально измеряемые методом инфракрасной термографии:

$$\frac{da}{dN} = \frac{w^p - Q}{J_c - J}. \quad (1.2.20)$$

Величина J-интеграла может быть связана со скоростью генерации тепла в вершине трещины при помощи соотношения Райса:

$$J \approx \frac{1}{t(l-a)} W^p \approx \frac{1}{t(l-a)\beta} Q, \quad (1.2.21)$$

где tl – площадь поперечного сечения образца.

Используя коэффициент Тейлора-Куинни $\beta = \frac{w^p - Q}{w^p}$ и гипотезу Тейлора о малости величины накопленной энергии в металлах в процессе пластического деформирования, соотношение для скорости распространения усталостной трещины можно записать в виде:

$$\frac{da}{dN} = \frac{(1-\beta)}{\beta} \frac{Q}{(J_c - f(Q))}. \quad (1.2.22)$$

Аналогичное по смыслу соотношение было получено в работе [40], где изучалась возможность использования изменения энтропии для описания усталостного разрушения магниевого сплава. При усталостном разрушении происходит увеличение энтропии из-за необратимости процесса [41]. В [42] показано, что при критическом значении энтропии происходит усталостное разрушение. На основании исследований о связи диссипации энергии и предела усталости делается предположение, что генерация энтропии может быть использована для оценки разрушения при циклическом нагружении [43,44]. Из первого закона термодинамики и закона Париса предложено соотношение для описания скорости роста трещины по скорости диссипации энергии.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K^4) = B \frac{1}{T} \frac{dW_p}{dN} = B \frac{ds}{dN} = \eta \frac{dE}{dt} \quad (1.2.23)$$

$$C = B \frac{Ah}{T\mu\sigma_y^2} \quad (1.2.24)$$

где, a – длина трещины, s – энтропия, E – диссипация тепла; B , T , W_p – энергия пластической деформации, η – параметр, определяющий геометрию

образца и условия нагружения, N – циклы, t – время, h – толщина образца, T – температура, A – размерная константа, μ – модуль сдвига, σ_y – предел текучести, ΔK – коэффициент интенсивности напряжений.

В работах [45-47] было отмечено, что при хрупком разрушении структурные изменения материала при упругой деформации не являются полностью обратимыми и необходимо учитывать энергию движения дислокаций.

Болдрини и др. [48] предложили обобщённый термодинамический подход для усталостного разрушения в материалах при малых деформациях, основанный на накопленной энергии, балансе энергии и втором законе термодинамики. Был введен дополнительный степенной параметр для описания усталостного разрушения материала, и показано соответствие с экспериментальными данными.

1.3. Описание кинетики роста усталостных трещин при смешанном нагружении

При многоосном нагружении поле напряжений в области вершины усталостной трещины заметно усложняется из-за взаимодействия нормальных и сдвиговых напряжений [49]. В экспериментальных работах [50-52] говорится, что вязкость разрушения некоторых металлов, таких как стали и алюминиевые сплавы, значительно снижается при дополнительном нагружении поперечным сдвигом. Поэтому критерии разрушения применимые для трещин нормального отрыва, использующие вязкость разрушения, дают неточности при оценке разрушения конструкций и образцов с наклонными трещинами или при многоосном нагружении.

Ричард [53] предложил эмпирический критерий разрушения, который объединяет все три типа разрушения (по типу нормального отрыва, поперечного и продольного сдвига) и связывает их с вязкостью разрушения

по типу нормального отрыва для упрощения прогнозирования роста трещины при многоосном нагружении. Позднее этот критерий был модифицирован [54] для соответствия результатам испытаний различных хрупких материалов. Чанг и др. [55] использовали критерий по максимальной скорости диссипации энергии, который был впервые предложен Хуссейном [56], для случая хрупкого разрушения материала с трещинами при трехосном нагружении.

Однако вышеупомянутые работы были основаны на линейно-упругой механике разрушения, соответствующие параметры разрушения которой не могут точно охарактеризовать поведение упругопластических материалов из-за большой пластической деформации в вершине трещины [57]. В результате, эти критерии непригодны для широкого класса конструкционных материалов.

В работе [58] для описания критерия прочности при распространении трещины предложен пороговый коэффициент интенсивности напряжений для смешанных режимов нагружения с использованием теории многоосной усталости на основе критической плоскости и диаграммы Китагавы [59]. Согласно предложенному методу, усталостное разрушение оценивается по напряжениям на «критической плоскости», действующим на трещину, а не по напряжениям вблизи её вершины. Для прогнозирования скорости роста усталостной трещины при смешанном режиме нагружения предложен эквивалентный коэффициент интенсивности напряжений, определяемый на критической плоскости. Верификация предложенной модели проведена на экспериментальных данных для различных материалов, в которых наблюдается трещина нормального отрыва и сдвига. Предложенная модель также способна работать при непропорциональном усталостном нагружении, поскольку критическая плоскость явно учитывает историю нагружения.

В ряде существующих моделей смешанного нагружения предполагается, что при распространении усталостной трещины преобладает нормальный

отрыв. Критерий максимального тангенциального напряжения (МТН), предложенный Эрдоганом и Сихом [60], и критерий максимальной тангенциальной деформации (МТД), предложенный Hambers [61] представляют собой две типичные модели, использующие предположение о разрушении типа нормального отрыва. Ян и др. в [62] использовали эквивалентный коэффициент интенсивности напряжений, определяемый на плоскости максимальных касательных напряжений, который также предполагал разрушение по типу нормального отрыва. Многие другие модели, основанные на энергетических критериях прочности, таких как модель о диссипации энергии [63], модель плотности энергии деформирования [64] и модель плотности энергии дилатации деформации [65], также могут рассматриваться как вариации модели, основанной на разрушении по типу нормального отрыва, аналогичных модели основанной на критерии максимальных тангенциальных напряжений [66]. По сравнению с большим количеством моделей, основанных на разрушении по типу нормального отрыва, в литературе относительно мало моделей, основанных на режиме разрушения при сдвиге. Оцука и др. [67] наблюдали рост трещин в режиме поперечного сдвига в пластичных сталях и сделан вывод, что усталостные трещины растут либо вдоль плоскости максимального касательного напряжения (режим I), либо вдоль плоскости максимального сдвигового напряжения (режим II). Похожий подход к росту трещины при статической нагрузке был предложен Чао и Лю [66], в котором критерий максимальных нормальных и сдвиговых напряжений объединяются вместе для прогнозирования роста трещины. Социе и др. В [68] предложили эквивалентный коэффициент интенсивности напряжений для роста малых трещин вблизи концентратора, который определяется в плоскости максимальной деформации сдвига. Подобный подход был также предложен Редди и Фатеми [69].

Фэн и др. [70] исследовали поведение трещин при разной истории нагружения с одинаковой величиной нагрузки в осевом направлении и направлении кручения и показали, что многие модели, использующие размах интенсивности приложенного напряжения или размах J -интеграла, не подходят в этой ситуации, поскольку они дают идентичные прогнозы при разных историях нагружения. Универсальная модель роста усталостных трещин смешанного типа должна учитывать эффекты истории нагружения.

1.4. Экспериментальные методы исследования распространения усталостной трещины.

Ключевым моментом использования любой модели разрушения является возможность достоверного измерения параметров процесса, определяющих скорость распространения усталостной трещины. Развитие современных методов экспериментальной механики разрушения позволило существенно расширить список параметров, используемых при построении моделей распространения усталостных трещин. В настоящее время при анализе процесса распространения усталостных трещин активно используются следующие экспериментальные методы.

При использовании метода падения электрического потенциала [71] на образец подается постоянный (DC) или переменный (AC) электрический ток и измеряется разность потенциалов на берегах трещины. По мере роста трещины электрическое сопротивление образца увеличивается [72]. По построенной калибровочной зависимости электрического напряжения от длины трещины и регистрируемых данных разности электрических потенциалов на берегах трещины можно оценивать длину трещины.

Преимуществами этого метода являются простота использования и возможность работы в различных температурных диапазонах [73]. Однако на результаты измерений могут влиять изменение фронта трещины [74] и интенсивная пластическая деформация [29,73].

Раскрытие трещины (CTOD) – еще один параметр, используемый для описания поведения упруго-пластических материалов в процессе разрушения. Раскрытие трещины для смешанного нагружения определяется как относительное смещение двух противоположных точек на берегах трещины на фиксированном расстоянии за вершиной трещины [75]. Уэллс [76] предложил критерий вязкости разрушения, основанный на раскрытии трещины. О'Дауд и Ших [77,78] провели серию численных расчётов для различных геометрий образцов на основе теории пластичности и предложили аналогичную характеристику для описания упруго-пластического поля вблизи вершины трещины.

Метод корреляции цифровых изображений может быть использован для измерения раскрытия трещины при смешанном нагружении. Амстутц и другие [79] одни из первых применили эту методику для исследования развития трещины при смешанном режиме нагружения I-II. В этом исследовании для измерения раскрытия трещины образец был покрашен чёрной и белой красками для создания контрастной случайной поверхности. Три пары областей были выбраны в качестве маркеров на разном расстоянии за вершиной трещины. Раскрытие определялось по средним относительным смещениям этих маркеров. Аналогичным подходом, используя двух камерную систему можно исследовать поведение трещины при смешанном режиме I-III, получив 3-х мерное поле деформации вблизи вершины.

Методы измерения накопленной в материале энергии при циклическом деформировании базируются на применении первого закона термодинамики. Накопленная энергия оценивается как разница между полной механической работой и диссипацией тепла. Механическую работу определяют по площади петли гистерезиса диаграммы деформирования. Диссипация тепла обычно оценивается по изменению температуры образца при испытании с помощью термопар [80] или инфракрасной термографии [81] или прямыми измерениями в калориметре.

В.В. Федоров разработал экспериментальную установку, для измерения диссипации тепла при циклическом одноосном нагружении [82]. В установке использовались несколько термопар и по ранее полученным калибровочным зависимостям рассчитывалась диссипация тепла при проведении усталостного теста.

По результатам исследований показано, что скорость накопления энергии к моменту разрушения падает и для разных условий нагружения стремится к некоторой асимптоте. Показано, что критическое значение плотности накопленной энергии не зависит от амплитуды нагружения, а коррелирует в момент разрушения со значением энтальпии материала в жидком состоянии при температуре плавления.

Значительное развитие методик измерения накопленной энергии было проделано Вильямс, Эрдман и Джахода, Волфенден и Апплетон [83-87]. На сегодняшний день одним из перспективных методов, который используют многие авторы [88-91] для изучения процессов диссипации и накопления энергии, является метод инфракрасной термографии. Физической основой метода является регистрация и измерение величины инфракрасного излучения тела. Метод инфракрасной термографии позволяет измерять эволюцию температуры в вершине трещины в режиме реального времени с высокой скоростью [92]. Оценка мощности генерации тепла и размера зоны нагрева в вершине трещины позволяет определить скорость распространения усталостной трещины. Основным недостатком данного подхода является необходимость решения обратной задачи теплопроводности для определения мощности источников тепла, это приводит к увеличению ошибки конечного результата.

Выводы

Современный уровень развития методов механики усталостных трещин позволило создать значительное число моделей, удовлетворительно описывающих процесс их распространения в металлических материалах. При этом значительное число современных научных работ по данному вопросу свидетельствуют о незавершённости исследований в данном направлении. Один из основных законов распространения усталостных трещин – Закон Париса – остаётся эмпирическим и по-прежнему требует своего физического обоснования.

Перспективным методом построения закона для описания процесса распространения усталостных трещин является использование энергетически обоснованных соотношений, позволяющих анализировать скорость распространения усталостных трещин на основе баланса энергии в их вершине. Энергетически обоснованные уравнения позволяют с единых позиций описывать процессы распространения усталостных трещин при одноосном и многоосном нагружении.

Развитие метода инфракрасной термографии позволило без изменения схемы механического эксперимента визуализировать поля пластической деформации в вершине трещины и оценивать интенсивность диссипации энергии для некоторых геометрий образцов. При этом метод инфракрасной термографии требует специально подготовленной поверхности образца и значительных вычислительных мощностей для расчёта диссипации энергии. Это делает его недостаточно эффективным при использовании в длительном усталостном эксперименте. Дополнительной проблемой метода инфракрасной термографии является необходимость учёта процесса теплообмена образца с окружающей средой и поиска возможностей для его независимой дополнительной калибровки.

В результате актуальным является вопрос разработки альтернативного метода измерения теплового потока, генерируемого в вершине трещины за

счёт пластического деформирования и разрушения материала. Одним из возможных вариантов решения данной проблемы является разработка контактного датчика теплового потока, описание которого представлено во второй главе.

ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНО-АППАРАТНОГО КОМПЛЕКСА ДЛЯ РЕГИСТРАЦИИ ДИССИПАЦИИ ТЕПЛА В ВЕРШИНЕ УСТАЛОСТНОЙ ТРЕЩИНЫ.

Первостепенной задачей при использовании термодинамического подхода для описания зарождения и распространения усталостных трещин в металлах является получение достоверных экспериментальных данных диссипации тепла в вершине усталостной трещины.

Для решения этой задачи была разработана методика прямого измерения теплового потока в процессе проведения испытаний по циклическому деформированию плоских металлических образцов с трещинами.

В данной главе представлено описание принципиальной схемы, способы верификации показаний и физические принципы, лежащие в основе программно-аппаратного комплекса для регистрации теплового потока в вершине усталостной трещины. В разделе 2.1. описывается физический принцип, на основе которого создан контактный датчик теплового потока и его непосредственная реализация для применения в ходе механических испытаний по циклическому деформированию металлических образцов. В разделе 2.2. описываются процедуры калибровки датчика. В разделе 2.3. приводятся данные по верификации измерения теплового потока при исследовании термоупругого эффекта. В заключении главы сформулированы выводы, отражающие особенности, основные преимущества и возможные области применения разработанного устройства.

Результаты решения поставленной задачи опубликованы в [93,94].

2.1. Устройство датчика для измерения теплового потока

Изучив физические основы процессов, происходящих в материале при усталостном разрушении и условия проведения эксперимента, в качестве

основного измерительного устройства был выбран элемент Пельтье, работа которого основана на эффекте Пельтье.

Эффект Пельтье — термоэлектрическое явление, при котором происходит выделение или поглощение тепла при прохождении электрического тока в месте контакта (спая) двух разнородных проводников. Величина выделяемого тепла и его знак зависят от вида контактирующих веществ, направления и силы протекающего электрического тока:

$$Q = \Pi_{AB} It = (\Pi_B - \Pi_A) It \quad (2.1.1)$$

Q — количество выделенного или поглощённого тепла; I — сила тока; t — время протекания тока; Π — коэффициент Пельтье, который связан с коэффициентом термо-ЭДС α вторым соотношением Томсона [95] $\Pi = \alpha T$, где T — абсолютная температура в К.

Элемент Пельтье может быть использован для прямого измерения теплового потока. Эффект открыт Ж. Пельтье в 1834 году. Элемент Пельтье состоит из одной или более пар небольших полупроводниковых параллелепипедов — одного n-типа и одного p-типа в паре (теллурида висмута, Bi_2Te_3 и германида кремния), которые попарно соединены при помощи металлических перемычек. Существует эффект обратный эффекту Пельтье – Эффект Зеебека [96], который заключается в том, что в замкнутой цепи, состоящей из разнородных проводников, возникает термоЭДС, если места контактов поддерживают при разных температурах.

Величина возникающей термоЭДС в первом приближении зависит только от материала проводников и температур горячего (T_1) и холодного (T_2) контактов.

В небольшом интервале температур термоЭДС E можно считать пропорциональной разности температур:

$$E = \alpha_{12} (T_2 - T_1) \quad (2.1.2)$$

где α_{12} — термоэлектрическая способность пары (или коэффициент термоЭДС).

В простейшем случае коэффициент термоЭДС определяется только материалами проводников, однако, строго говоря, он зависит и от температуры, и в некоторых случаях с изменением температуры α_{12} меняет знак.

Более корректное выражение для термоЭДС можно записать как:

$$E = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_{12}(T) dT \quad (2.1.3)$$

Использование Пельтье элемента в качестве основного звена для измерений обусловлено несколькими факторами:

- 1) Элемент может использоваться в прямом и обратном направлении. Таким образом, можно собрать электрическую схему, в которой будет генерироваться электрический ток при изменении условий теплообмена на границе между элементом и образцом, в котором происходит тепловыделение. При этом величина генерируемого электрического тока будет пропорциональна величине теплового потока от образца.
- 2) Элемент Пельтье широко распространён.
- 3) Широкий диапазон размеров и форм-фактора элемента позволяет собрать датчик под необходимый тип испытаний.
- 4) Невысокая стоимость элементов.

На рисунке 2.1.1 представлена принципиальная схема датчика и оборудование для проведения измерений.

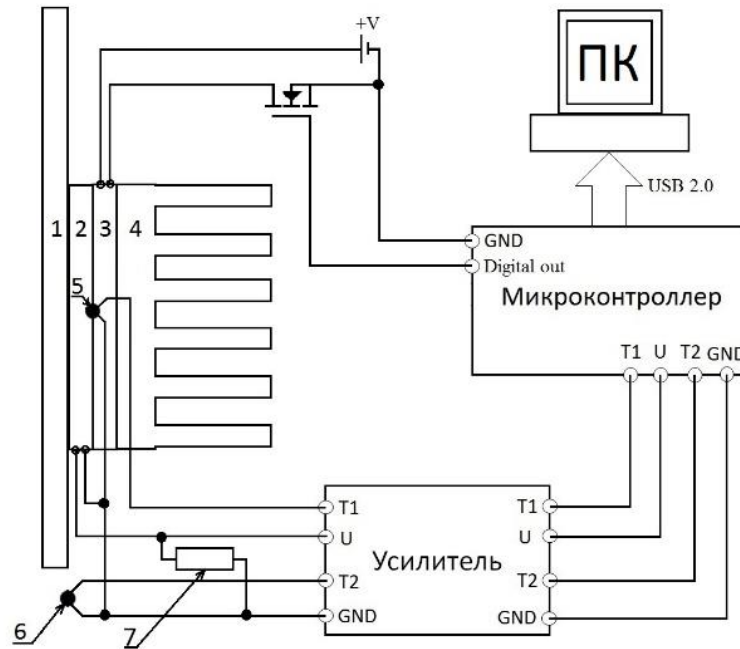


Рис. 2.1.1. Схематичное изображение датчика теплового потока. 1 – испытываемый образец; 2 – измерительный элемент Пельтье; 3 – термостабилизирующий элемент Пельтье; 4 – радиатор; 5, 6 – термопары; 7 – резистор.

К испытываемому образцу (1) с помощью системы прижимных стержней вплотную подводится датчик теплового потока, измерительным элементов которого является элемент Пельтье (2). Термический контакт между поверхностью образца и измерительным элементом Пельтье обеспечивается термопастой. Для корректного функционирования элемента необходимо поддерживать на противоположной поверхности постоянную температуру. Это может быть реализовано с помощью металлического радиатора. Для повышения точности и стабильности измерений в предлагаемой схеме используется активная термостабилизация с использованием аналогичного элемента Пельтье (3), который управляется микроконтроллером. Управление термостабилизацией осуществляется по показаниям термопары (5), закреплённой на «свободной» поверхности измерительного элемента и термопары (6), регистрирующей температуру окружающей среды.

Измерительный элемент Пельтье замкнут на низкоомный резистор номиналом 1.2 Ом (7). При появлении тепловыделения (или теплопоглощения) на границе между поверхностью образца и поверхностью измерительного элемента, в нём возникает электрический ток, который измеряется по разности потенциалов на контактах резистора. Если система будет регистрировать малый тепловой поток, то, следовательно, электрический ток, вырабатываемый элементом Пельтье, будет так же мал. Измеряемый сигнал с резистора проходит через усилитель и регистрируется аналого-цифровым преобразователем (АЦП) микроконтроллера. Данные с микроконтроллера передаются в персональный компьютер для дальнейшей обработки.

«Охлаждающий» элемент, используемый для термостабилизации, через полевой транзистор подключен к микроконтроллеру и элементу питания. По данным двух термопар (5, 6) в микроконтроллере вычисляется напряжение питания $U_{\text{пит}}$ «охлаждающего» элемента Пельтье по формуле:

$$U_v = (T_2 - T_1)VK \quad (2.1.4)$$

где $U_{\text{пит}}$ – напряжение питания охлаждающего элемента Пельтье (В), T_2 – температура с термопары измерительно модуля ($^{\circ}\text{C}$), T_1 – температура окружающей среды ($^{\circ}\text{C}$), V – напряжение источника питания (В), K – температурный коэффициент (В/ $^{\circ}\text{C}$).

АЦП подключен к персональному компьютеру по интерфейсу USB 2.0. Для работы с АЦП в среде LabVIEW была написана программа.

Для реализации устройства был взят микроконтроллер Freeduino Nano v5, Arduino-совместимый микроконтроллер. Максимальное напряжение питания элемента Пельтье 24 В. В микроконтроллере нет аналоговых выходов, только цифровые с выходным напряжением 5 В. В этом случае необходим внешний источник питания. Это может быть аккумулятор, лабораторный источник напряжения или AC-DC конвертор. Для управления внешним питанием используется широтно-импульсная модуляция (ШИМ).

Заполненность ШИМ-сигнала в процентах эквивалентна соответствующей доле от максимальной мощности, при текущем напряжении питания.

В приведённой схеме используется полевой транзистор IRFZ44. Транзистор IRFZ44 является мощным n-канальным полевым транзистором, выполненным по технологии MOSFET (КМОП). Транзистор IRFZ44, как и другие КМОП транзисторы обладают низким сопротивлением n-канала.

Для использования разработанного датчика в условиях циклического деформирования образцов различной геометрии и для проверки способа измерения теплового потока собраны датчики в трех исполнениях, отличающихся геометрическими размерами (10x10, 30x30, 50x50 мм). Схема датчиков, представлена на рисунке 2.1.2.

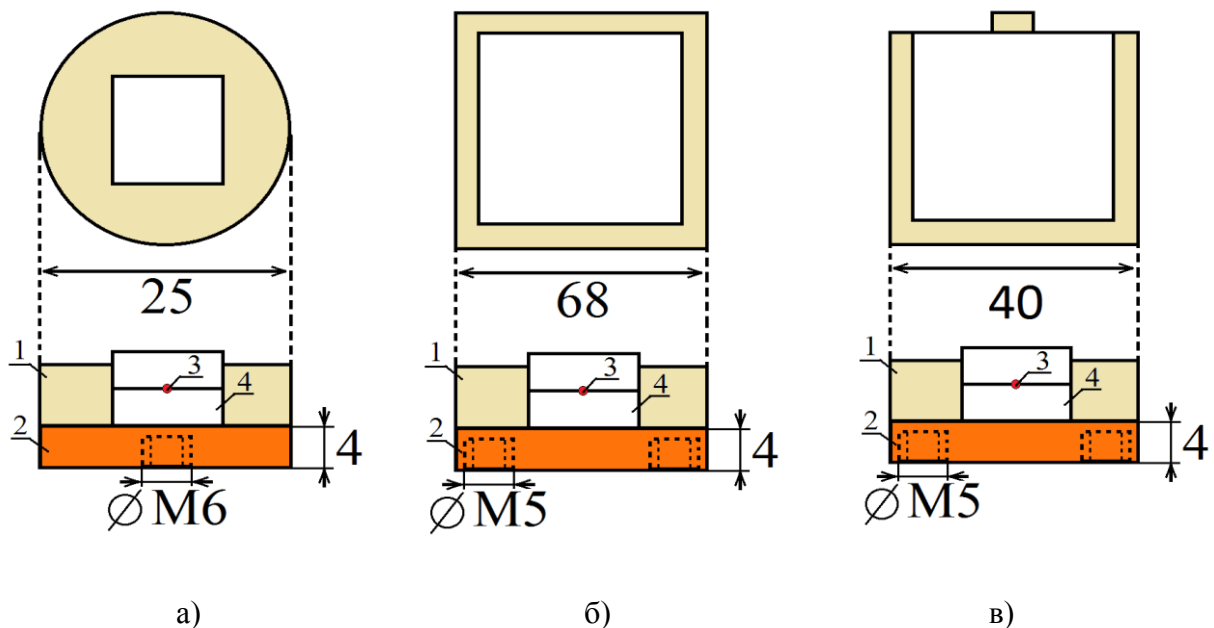


Рис. 2.1.2. Варианты исполнения датчиков: а) – с элементом пельтье 10x10 мм., б) – с элементом пельтье 50x50 мм., в) – с элементом пельтье 30x30 мм. (1 – эпоксидная смола, 2 – медная пластинка, 3 – термопара, 4 – элементы пельтье).

Два элемента Пельтье и термопара с использованием терморасты расположены на медном основании. Для фиксации использован эпоксидный компаунд. В медном основании предусмотрено винтовое соединения для

крепления радиатора и последующего закрепления на испытательной машине.

2.2. Калибровка датчика теплового потока

Исходным сигналом, регистрируемым датчиком, является напряжение на резисторе в электрической цепи. Для определения теплового потока необходимо произвести калибровку датчика, то есть определить соответствие между величиной регистрируемого напряжения и величиной теплового потока, вызывающего эту разность потенциалов. На рисунке 2.2.1 представлена принципиальная схема для калибровки.

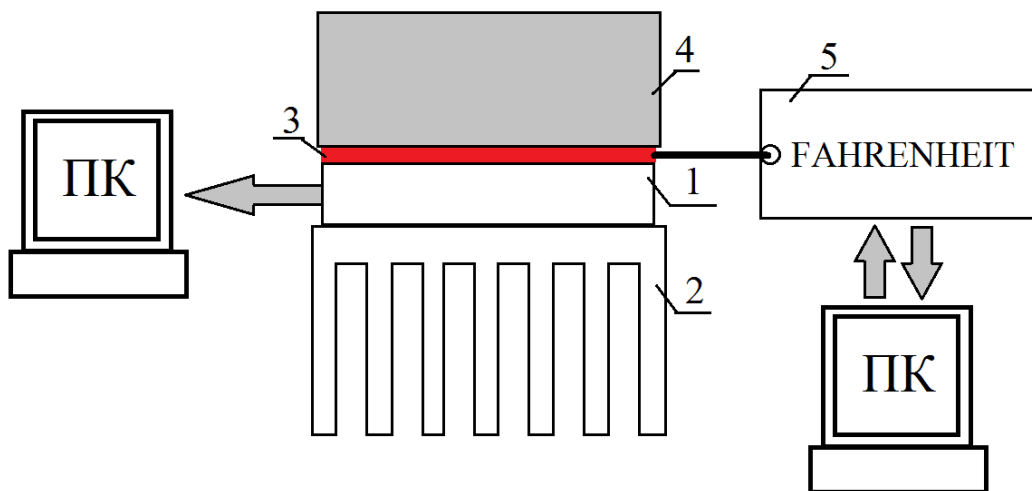


Рис. 2.2.1. Устройство для калибровки датчика измерения теплового потока (1 – измерительный датчик, 2 – радиатор, 3 – источник потока тепла, 4 – теплоизолятор, 5 – блок управления источником тепла).

Для генерации теплового потока использован программируемый источник теплового потока, изготовленный фирмой FAHRENHEIT THERMICAR. Источник теплового потока представляет собой тонкую медную шину с размерами 50x2x1 мм., приклеенную на плёнку, рисунок 2.2.2 Для контроля температуры на источнике теплового потока используется одна термопара, еще две термопары регистрируют температуру окружающей

среды вдали от источника. Блок управления (рисунок 2.2.3) задаёт необходимое напряжение на медной шине, и по потребляемому току рассчитывается рассеиваемый поток тепла с медной шины. Время установления каждого уровня величины теплового потока настраивается перед проведением калибровки и в данном случае составляло 100 секунд. Этого времени достаточно для наступления теплового равновесия. По результатам измерений формируется и сохраняется таблица со следующими регистрируемыми величинами: время (сек.), сигналы с термопар, приложенное напряжение(В), потребляемый ток(А), поток тепла (Вт), электрическое сопротивление медной шины (Ом).

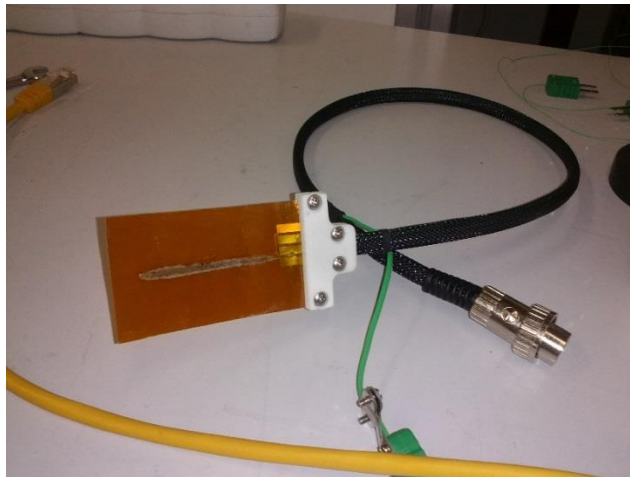


Рис. 2.2.2. Источник тепла.



Рис. 2.2.3. Блок управления FAHRENHEIT

В процессе калибровки последовательно увеличивалось напряжение на медной шине с 0,1 В до 3,5 В с шагом 0,1 В. По измеренным данным построен калибровочный график, представленный на рисунке 2.2.4. Характерная зависимость потока тепла и измеренных величин представлена на рисунке 2.2.5.

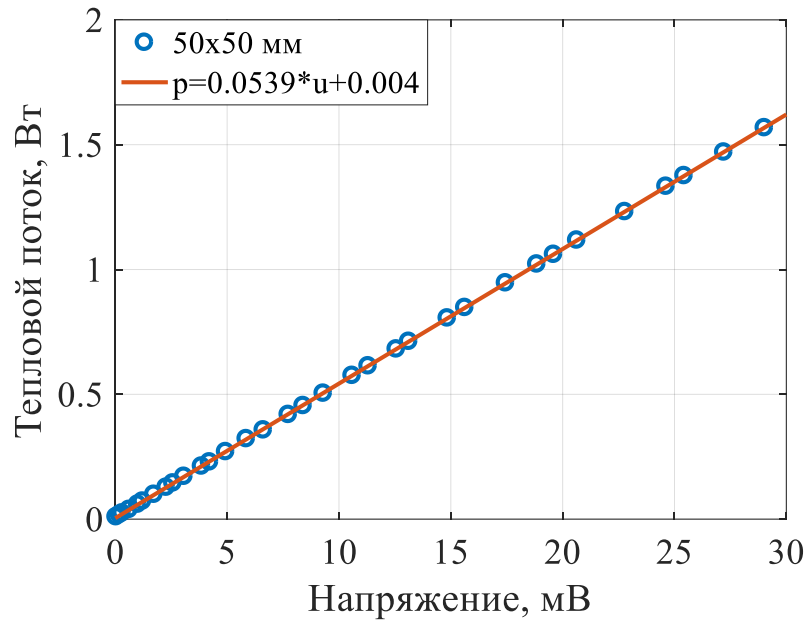


Рис. 2.2.4. Калибровочный график элемента пельтье

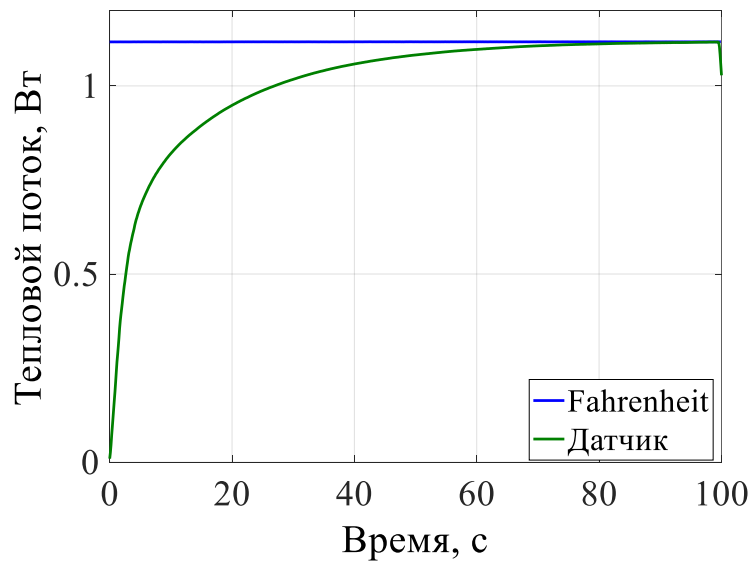


Рис. 2.2.5. Характерные измерения

Анализ данных на рисунке 6 показывает, что зависимость между термоЭДС и тепловым потоком имеет линейный характер. На рисунке 7 синей линией показано постоянное значение заданного теплового потока, при этом измеренное значение (зеленая линия) достигает заданного уровня через 80 с после начала измерений. Это вызвано тем, что заданное значение определяется по косвенным признакам, а именно по значению напряжения и потребляемого тока, что может не соответствовать реальному значению мощности на медной шине источника теплового потока в связи с тепловой инерционностью медной шины. Для проверки этой гипотезы проведена дополнительная калибровка с использованием инфракрасной камеры (ИК) для регистрации действительного теплового потока.

В представленной выше схеме калибровки (рисунок 2.2.1) теплообмен источника теплового потока с окружающей средой блокировался с помощью теплоизолятора так, чтобы весь генерируемый тепловой поток направлялся в измерительный датчик. При использовании инфракрасной камеры такая реализация схемы калибровки невозможна, в связи с необходимостью наличия свободной поверхности для инфракрасной съемки. Поэтому методика проведения калибровки была изменена. В данной реализации теплоизоляции сверху источника отсутствовала и на этой поверхности с помощью инфракрасной камеры регистрировалась температура (рисунок 2.2.6).

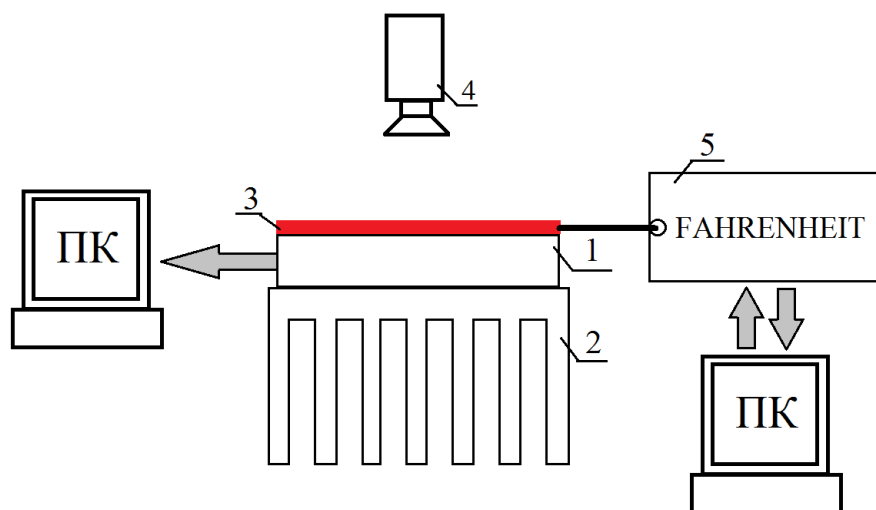


Рис. 2.2.6. Схема калибровки датчика с ИК камерой (1 – измерительный датчик, 2 – радиатор, 3 – источник потока тепла, 4 – инфракрасная камера, 5 – блок управления источником тепла).

Экспериментально полученная температура поверхности медной шины после подачи на нее электрического напряжения и ее последующего разогрева использовалась для оценки мощности источника тепла с помощью уравнения теплопроводности [97, 98]. График калибровки представлен на рисунке 2.2.7.

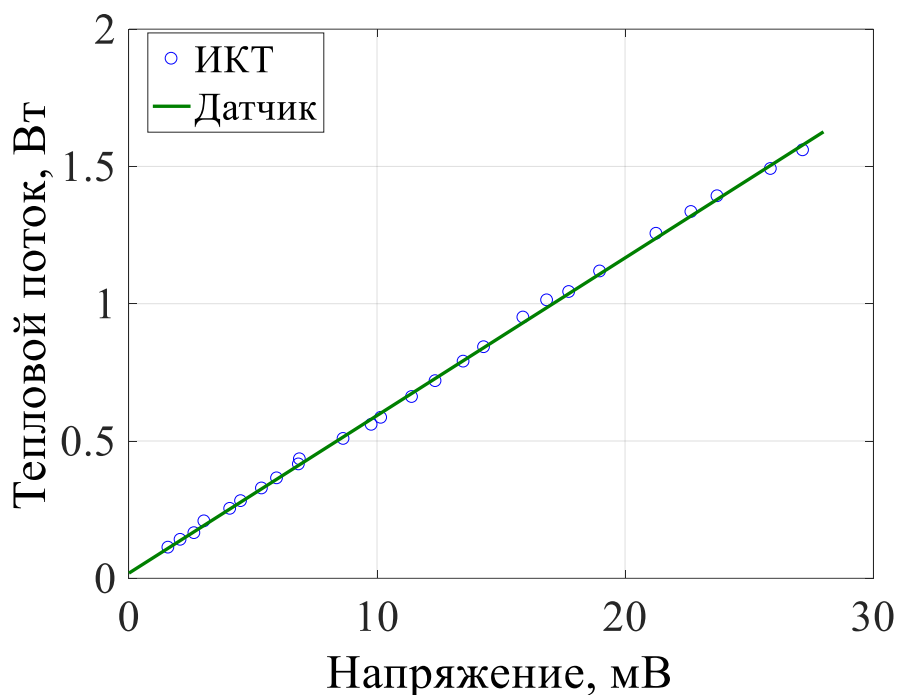


Рис. 2.2.7. Калибровочный график датчика теплового потока с использования инфракрасной камеры

На рисунке 2.2.8 представлен характерный график временной зависимости теплового потока при величине напряжения 2.05 В и силе тока 0.28 А. Как видно из графика нагрев и установление теплового баланса всей измерительной системы требует времени порядка 60 с. Данные теплового потока, полученные с датчика, удовлетворительно согласуются с величиной мощности источника тепла, полученной с помощью данных ИК камеры. Незначительные расхождения результатов могут быть связаны с погрешностями при использовании уравнения теплопроводности для пересчета данные температуры в случае использования ИК камеры.

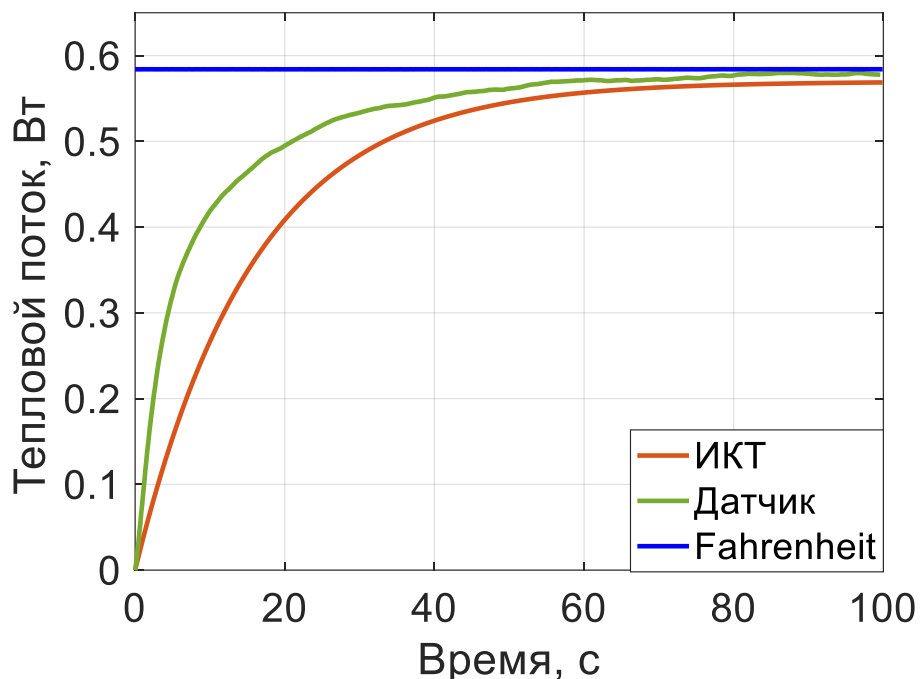


Рис. 2.2.8. Характерные измерения теплового потока при использовании датчика и ИК камеры.

Датчик с элементом Пельтье 50х50 мм был откалиброван по методике, описанной выше, используя устройство FAHRENHEIT. Для датчиков 10х10 мм и 30х30 мм данное устройство не подходит по размерам.

Для калибровки этих датчиков был собран аналогичный источник теплового потока, рисунок 2.2.9. На пластмассовую пластинку такого же размера, как испытываемые образцы, приклеен проволочный резистор с известным сопротивлением. По значению напряжения на резисторе и протекающему электрическому току можно рассчитать рассеиваемый тепловой поток.

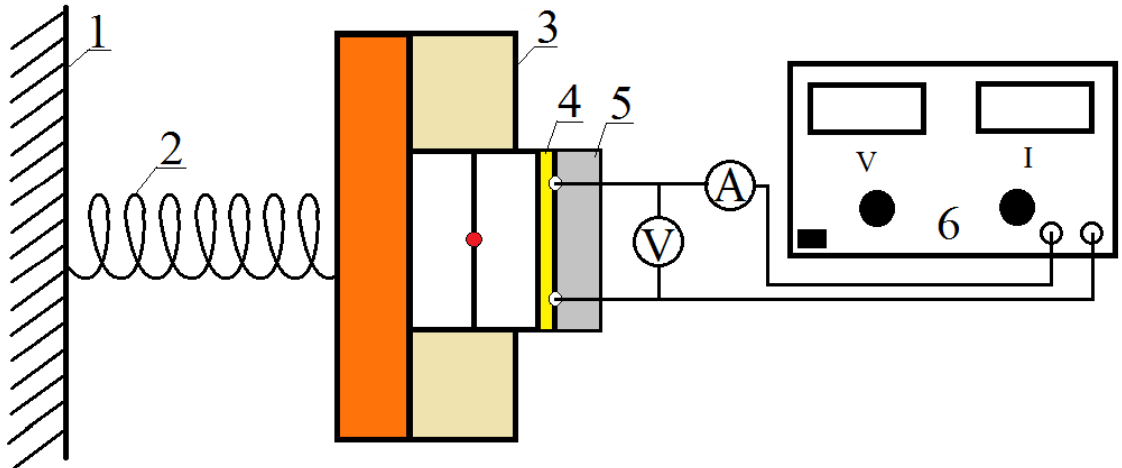


Рис. 2.2.9. Схема калибровки датчика 10x10 мм. (1 – неподвижный кронштейн на испытательной машине, 2 – пружинка, 3 – датчик, 4 – резистор, 5 – пластмассовый образец, 6 – источник постоянного напряжения).

На рисунке 2.2.10 представлены калибровочные зависимости для всех трёх датчиков.

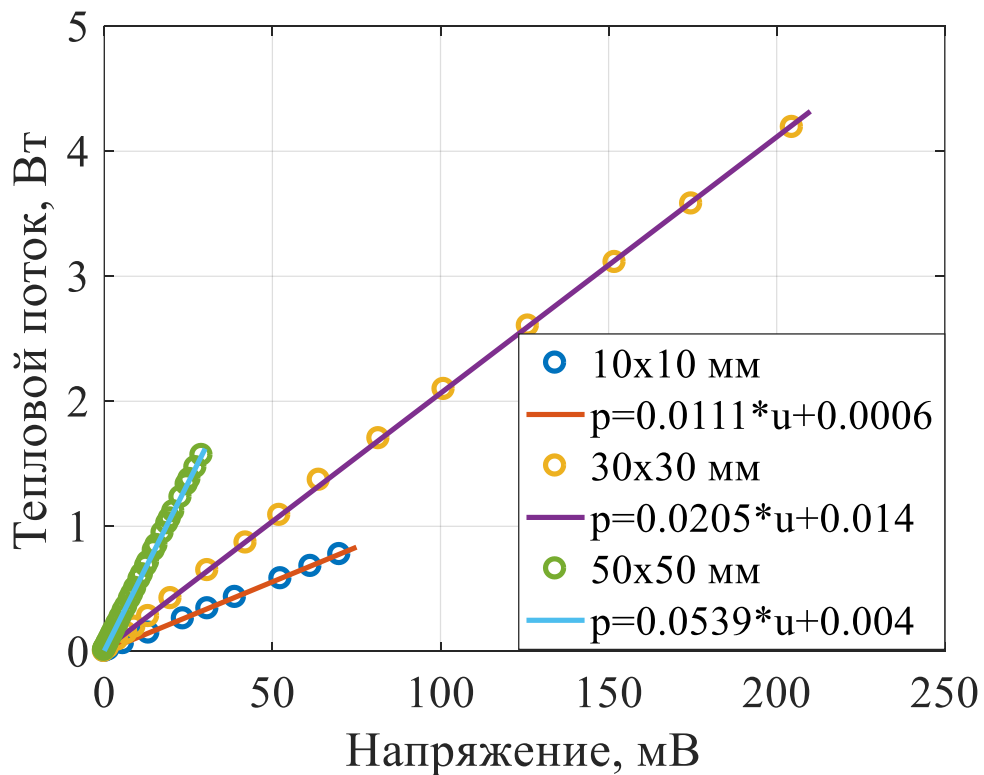


Рис. 2.2.10. Калибровочный график датчиков потока тепла

Различие в калибровочных зависимостях датчиков, вероятно, связано с конструктивными особенностями используемых элементов Пельтье, а

именно плотностью упаковки полупроводниковых пар в элементе и значением их термоЭДС.

2.3. Верификация показаний датчика

После проведение калибровки датчика необходима верификация измеряемых значений. Для верификации показаний датчика была проведена оценка термоупругого эффекта при циклическом нагружении образца из нержавеющей стали 08Х18Н10 без концентратора напряжений. Так же в ходе этих измерений было проверено влияние степени контакта между образцом и датчиком на его показания. Размеры образца представлены на рисунке 2.3.1.

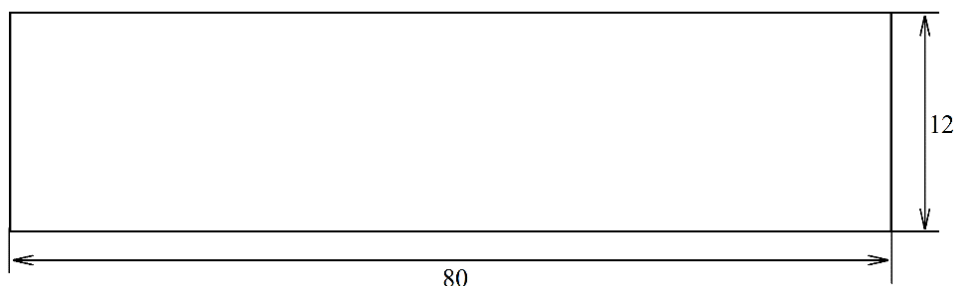


Рис. 2.3.1. Геометрия образца для оценки термоупругого эффекта (толщина 4 мм)

Термоупругий эффект был открыт Джоулем и описан Кельвином в 1853 г. Он заключается в изменении температуры при адиабатическом упругом деформировании твердых тел. Кельвином была предложена формула для зависимости температуры твердого тела от приложенного одноосного внешнего напряжения:

$$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{\alpha}{C} \Delta \sigma \quad (2.3.1)$$

T – начальная температура, ΔT - изменение температуры, α – коэффициент температурного расширения, C – теплоёмкость, $\Delta \sigma$ – приложенное напряжение.

На рисунке 2.3.2 представлены графики теплового потока от времени для трёх вариантов крепления датчика к образцу: прижатие пружиной, на расстоянии 0.5 мм, на расстоянии 0.1 мм. Эксперимент проводился с постоянной амплитудой приложенного напряжения 50 МПа.

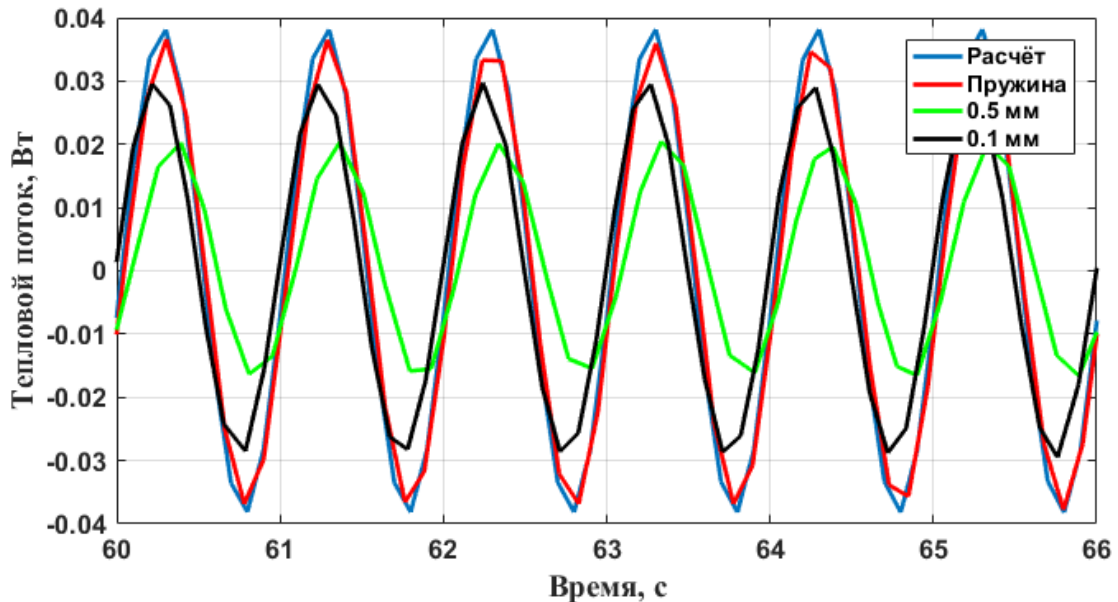


Рис. 2.3.2. Мощность потока тепла термоупругого эффекта.

Из графиков видно, что трение не оказывает существенного влияния, и вариант с прижатием датчика к образцу даёт достоверные результаты. На рисунке 14 синяя линия отображает тепловой поток, рассчитанный аналитически, красная линия соответствует случаю измерения тепла с прижатием датчика с помощью пружины, чёрная и зелёная линии — датчик расположен на расстоянии 0.5 и 0.1 мм от образца, соответственно. Измеренный тепловой поток с учётом погрешности соответствует значению, вычисленному аналитически.

Также проведены эксперименты с несколькими значениями приложенного напряжения: с 25 МПа до 150 МПа с шагом 25 МПа. На рисунке 2.3.3 представлена зависимость амплитуды теплового потока, вызванного термоупругим эффектом, от приложенной нагрузки, измеренная и вычисленная.

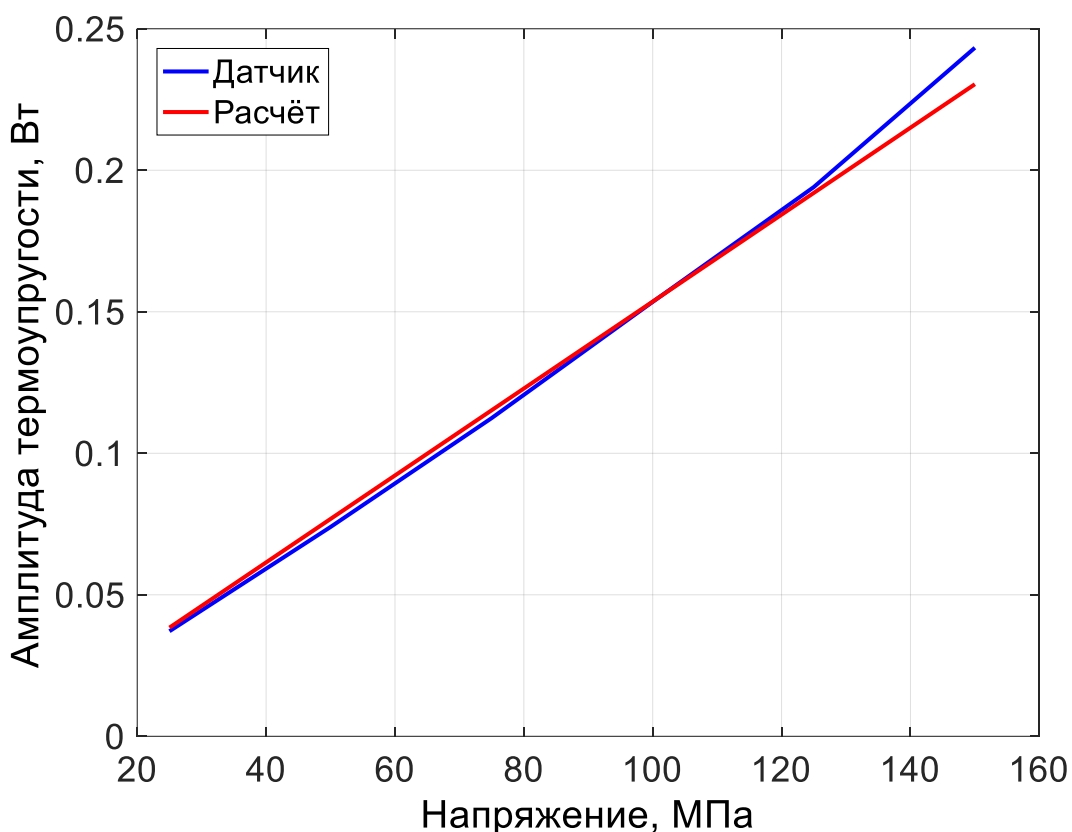


Рис. 2.3.3. Зависимость амплитуды теплового потока, вызванного термоупругим эффектом, от приложенного внешнего напряжения

Отличие измеренного значения теплового потока от теоретического при внешнем приложенном напряжении 150 МПа связано с тем, что при такой величине нагрузки возникает пластическая деформация, в этих условиях уравнение Кельвина не применимо.

Выводы

Разработанный датчик теплового потока может быть использован при проведении механических испытаний плоских образцов для измерения величины потока тепла, генерируемого в процессе пластического деформирования образца и роста усталостной трещины. Конструктивное решение датчика позволяет его использование без изменения стандартных методов проведения механических испытаний. Широкая номенклатура

доступных элементов Пельтье позволяет собирать прототипы датчиков различной формы и размеров, что обеспечивает проведение испытаний образцов произвольной геометрии. Датчик прост в изготовлении, экономичен и не требует сложных математических алгоритмов обработки данных. Проведённые испытания показали высокую чувствительность датчика при измерении теплового потока, вызванного термоупругим эффектом, с малыми амплитудами приложенного напряжения. Датчик удобен при проведении длительных по времени экспериментов. Как независимый канал измерения датчик может использоваться в сочетании с методом инфракрасной термографии, что позволяет проводить калибровку констант, используемых при расчёте источников тепла по данным температуры. Датчик может использоваться при проведении различных экспериментов, требующих измерения потока тепла с исследуемого объекта. Например, может быть расположен в критических местах конструкции и использоваться как детектор появления усталостной трещины. С использованием результатов, представленных в последующих главах, показания датчика позволяют оценить скорость распространения усталостной трещины и, как следствие, оценить долговечность конструкции. Конструкция датчика и метод его использования при оценке скорости роста усталостных трещин защищена патентом «Способ определения скорости роста трещины в образце и устройство для этого»: Российская федерация/ ФГБУН ИМСС УрО РАН, ФГБОУ ПНИПУ, ООО ИСМТ - № 2015129783; заявл. 20.07.2015.

Глава 3. Экспериментальные исследования термодинамических особенностей распространения усталостной трещины в конструкционных материалах.

Разработанный во второй главе датчик позволяет проводить измерения потока тепла, генерируемого в вершине трещины в процессе усталостных испытаний. С использованием датчика были проведены эксперименты по распространению усталостных трещин в плоских образцах из нержавеющей стали 08X18H10 и технического титана Вt1-0 с целью определения универсальных закономерностей диссипации тепла при распространении усталостных трещин.

С целью демонстрации универсальности предложенного и описанного во второй главе подхода для измерения теплового потока, связанного с развитием зоны пластической деформации у вершины усталостной трещины, были проведены испытания по циклическому деформированию плоских образцов с концентраторами напряжений при постоянной амплитуде приложенной нагрузки в условиях одноосного и двухосного нагружения.

Результаты опубликованы в работах [99-103].

3.1. Исследуемые материалы

Титановые сплавы широко используются в авиастроении, судовом машиностроении, атомной энергетике и других стратегически значимых отраслях промышленности благодаря комплексу свойств, таких как высокая удельная прочность, коррозионная стойкость, немагнитность, радиационная стойкость. Титановые сплавы условно делят на три группы по механическим свойствам: сплавы невысокой прочности и повышенной пластичности – предел прочности $\sigma_b < 700$ МПа (Вt1-0, Вt1-00, ОТ4-0, ОТ4-1, АТ3), сплавы средней прочности – предел прочности $\sigma_b = 750-1000$ МПа (Вt5, ОТ4, ПТ-3В,

Вt20) и высокопрочные титановые сплавы – предел прочности $\sigma_B > 1000$ МПа (Вt6, Вt14-Вt22). По структуре в отожженном состоянии титановые сплавы делятся на α -, псевдо- α -, ($\alpha+\beta$)-, псевдо- β - и β -сплавы [104].

Технический титан Вt1-0 широко применяется как конструкционный материал для изготовления различных видов полуфабрикатов (фольги, ленты, листы, плиты, поковки, штамповки, профили, трубы и т. п), деталей и конструкций, включая сварные. Он широко используется в авиационно-космической технике для изготовления крупногабаритных сварных и сборных конструкций летательных аппаратов, полуфабрикатов и баллонов, работающих под давлением.

Химический состав технического титана Вt1-0 по ГОСТ 19807-91 приведён в таблице 3.1.1.

Таблица 3.1.1. Химический состав технического титана Вt1-0 (%), соответствует ГОСТ 19807-91.

Ti	Si	Fe	C	O ₂	N ₂	H ₂	Σ прочих
основа	0,10	0,25	0,07	0,20	0,04	0,010	0,30

Нержавеющая сталь 08X18Н10 является конструкционным материалом с широкой областью применения. Сталь хорошо изучена с точки зрения механических свойств и её можно использовать в качестве модельного материала для проверки новых теорий и критериев прочности. Химический состав по ГОСТ 5632-72 представлен в таблицу 3.1.2.

Таблица 3.1.2. Химический состав стали 08X18H10, соответствует ГОСТ 5632-72 (%)

C	Si	Mn	Ni	S	P	Cr	Cu	Fe
до 0,08	до 0,8	до 2	9-11	до 0,02	до 0,035	17-19	до 0,3	остальное

Механические свойства исследуемых материалов представлены в таблице 3.1.3.

Таблица 3.1.3. Механические свойства исследуемых титановых сплавов

Материал	Предел пропорциональности $\sigma_{0.05\%}$, МПа	Модуль Юнга E, ГПа	Предел прочности, МПа	Предел текучести $\sigma_{0.2\%}$, МПа
08X18H10	43	196	570	210
ВТ1-0	60	120	502	211

3.2. Условия эксперимента и результаты усталостных испытаний плоских образцов из нержавеющей стали 08X18H10 при одноосном нагружении.

При одноосном нагружении исследованы образцы из нержавеющей стали 08X18H10 с двумя геометриями, представленными на рисунке 3.2.1. Для удобства изложения обозначим их как образец «тип 1» и образец «тип 2».

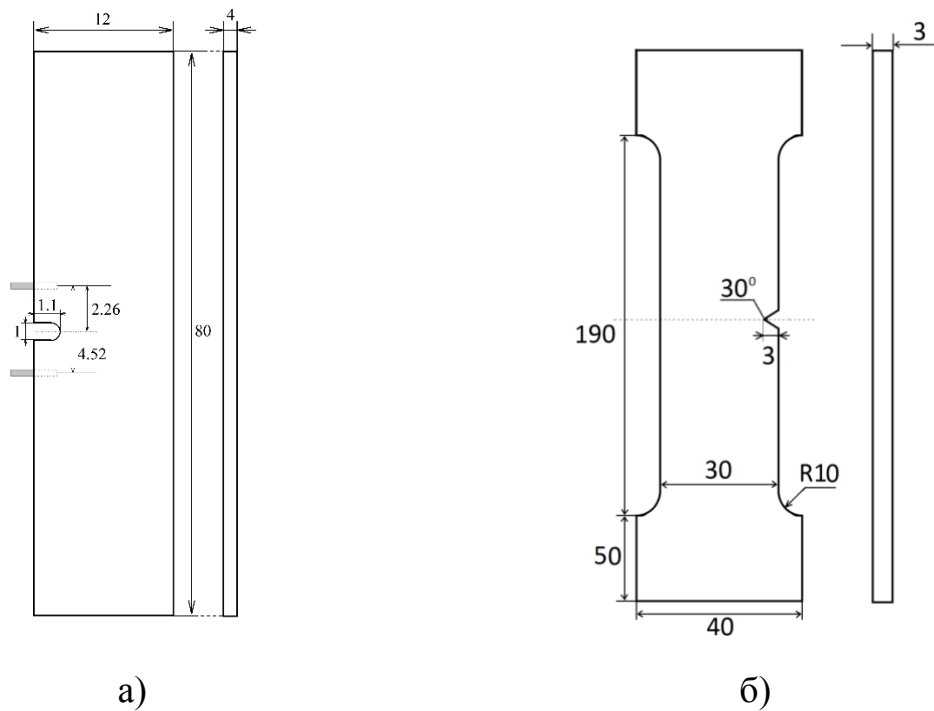


Рис.3.2.1. Геометрия образцов для одноосных испытаний: тип 1 (а), тип 2 (б).

Для локализации трещины образцы были ослаблены в центральной части боковыми односторонними надрезами: U-образным с радиусом кривизны 0.5 мм для типа 1 и V-образным с углом при вершине 30° для типа 2. Длина трещины измерялась методом падения электрического потенциала при постоянном токе – DCPD (Direct Current Potential Drop). Суть метода заключается в регистрации изменения разности электрических потенциалов, вызванной развитием несплошности материала (усталостной трещины), при пропускании через образец постоянного электрического тока [71, 72].

В ходе испытаний регистрировалась диссипация тепла в вершине усталостной трещины при помощи датчика теплового потока, описанного в главе 2. Испытания проводились до полного разрушения образцов.

Испытания образцов типа 1 были проведены в Университете федеральных вооруженных сил, Институт материаловедения, Нойбиберг, Германия (University of the Federal Armed Forces, Institute for Materials

Science, 85577 Neubiberg, Germany) на серво -гидравлической испытательной машине с DOLI EDC 580 контроллером (Рис. 3.2.2).



Рис. 3.2.2. Серво-гидравлическая испытательная машина DOLI EDC 580

Циклические испытания проводились при постоянной амплитуде приложенной нагрузки 236 МПа и 244 МПа с коэффициентом асимметрии цикла $R=-1$ и частотой нагружения 10 Гц. В таблице 3.2.1 представлены условия нагружения и результаты испытаний (количество циклов до полного разрушения образца и длина трещины, предшествующая макроскопическому разрушению образца) образцов типа 1.

Таблица 3.2.1. Условия нагружения и результаты испытаний образцов типа 1.

Маркировка	Усилие, кН	Напряжение, МПа	Циклы	Длина трещины перед разрушением, мм
sp1	8,8	244	51200	7,70
sp2	8,5	236	140350	7,80
sp3	8,5	236	93280	8,12
sp4	8,8	244	38260	7,47
sp5	8,8	244	46840	7,84

На рисунке 3.2.3 представлены экспериментальные значения теплового потока и длины трещины для серии испытанных образцов.

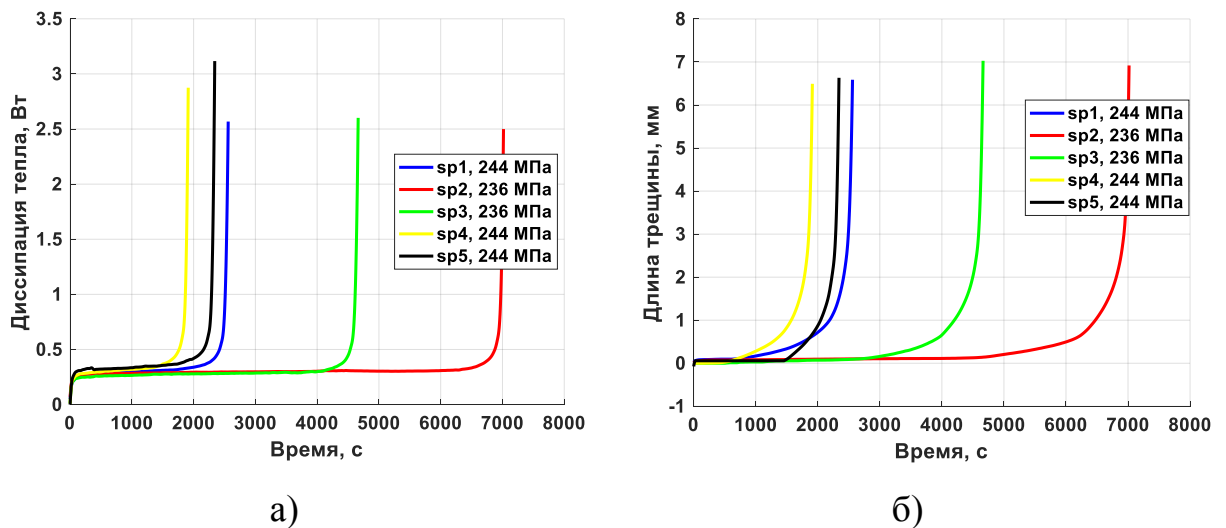


Рис. 3.2.3. Экспериментальные данные для серии образцов: (а) – тепловой поток, (б) – длина трещины.

Как видно из графиков, представленных на рисунке 3.2.3, большую часть времени испытания занимает процесс зарождения трещины, при

котором наблюдается постоянное значение диссипации тепла. На рисунке 3.2.4 представлена характерная зависимость теплового потока в ходе циклического испытания.

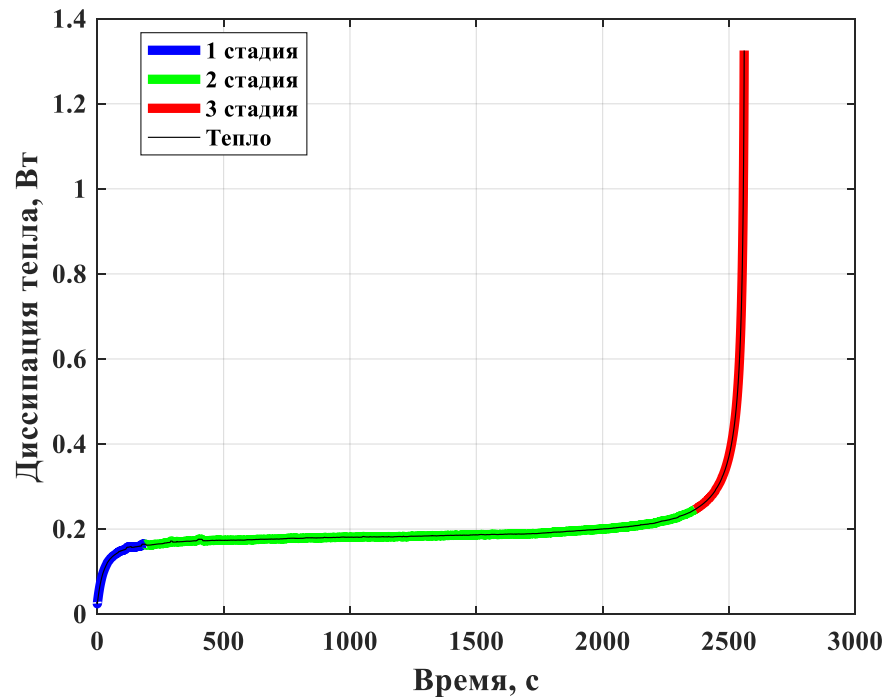


Рис. 3.2.4. Характерный вид теплового потока в процессе роста трещины.

На рисунке 3.2.4 можно выделить три стадии с разным характером диссипации тепла.

Первые 100 секунд наблюдается рост диссипации тепла и установление некоторого постоянного значения. На этом этапе происходит процесс установления стационарного состояния циклического деформирования, который обусловлен процессом установления теплового баланса всей системы (образец, датчик, испытательная машина, окружающая среда), окончательной фиксацией образца в захватах испытательной машины при нагружении, жёсткостью испытательной машины.

В интервале 100 – 2400 секунд наблюдается слабо изменяющееся значение теплового потока, при котором скорость диссипации тепла уравновешивается теплоотдачей в окружающую среду. В это время

происходит образование и начало движения усталостной трещины. Приращение усталостной трещины не приводит к существенному росту диссипации энергии, вызванному пластической деформацией в её вершине. Пластическая зона в вершине трещины перемещается в материале без существенного увеличения характерного размера и интенсивности деформации.

На завершающей стадии процесса наблюдается резкий рост теплового потока, вызванный активным распространением усталостной трещины, и как следствие, увеличением характерного размера и интенсивности пластической деформации в её вершине.

Точка перехода от второй к третьей стадиям на графике диссипации тепла может быть определена по максимальному значению кривизны функции $k(x)$ по формуле 3.2.1.

$$k(x) = \frac{|y''|}{\sqrt[3]{1+(y')^2}} \quad (3.2.1)$$

где $y=f(x)$ – исследуемая функция.

Результаты определения точки перехода на графиках зависимости диссипации тепла и длины трещины от времени для серии образцов типа 1 представлены на рисунке 3.2.0.

Согласно полученным результатам, изменение характера диссипации наблюдается при величине теплового потока 0.3 – 0.4 Вт и длине трещины без учета размера надреза 1.0 – 1.5 мм.

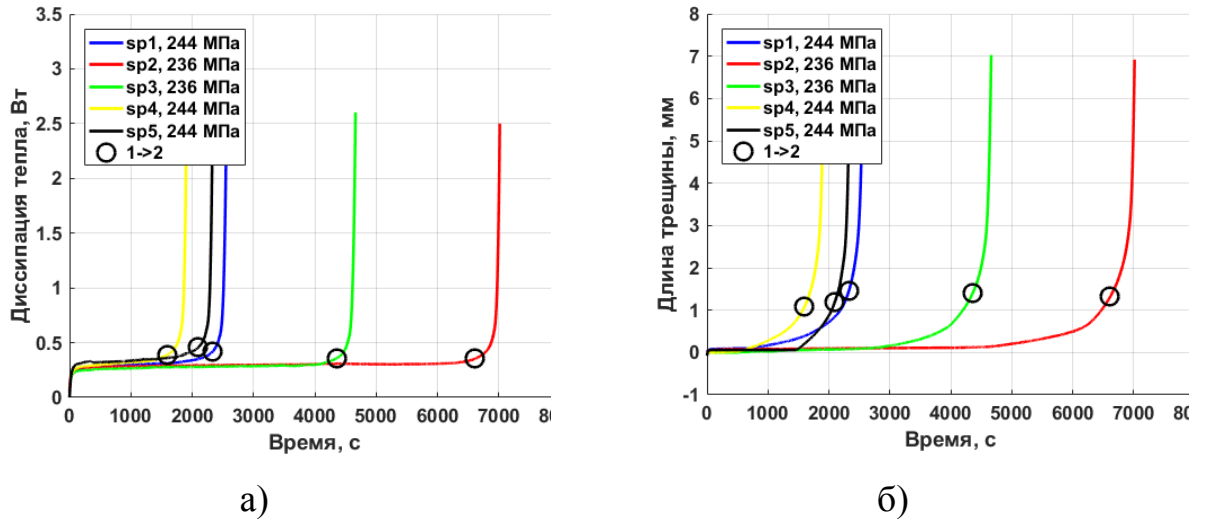


Рис. 3.2.5. Момент изменения характера диссипации энергии при распространении усталостных трещин (обозначен символом “O”): (а) – тепловой поток, (б) – длина трещины.

Для построения зависимости скорости роста трещины от коэффициента интенсивности напряжений (КИН) был проведён расчёт КИН для данной геометрии образцов. КИН K_1 рассчитывался методом граничной коллокации [105]:

$$K_1 = \sigma \sqrt{\pi a} F_1(\alpha), \alpha = a / W. \quad (3.2.2)$$

$$F_1(\alpha) = 1.12 - 0.231\alpha + 10.55\alpha^2 - 21.72\alpha^3 + 30.39\alpha^4$$

где σ – приложенное напряжение, a – длина трещины (с учетом выреза), W – ширина образца.

Кинетическая диаграмма усталостного разрушения, представленная на рисунке 3.2.6, показывает, что распространение трещины проходило в режиме Париса. На графике отмечены точки перехода между стадиями распространения усталостной трещины, определенные по диссипации тепла. Видно, что они находятся в начале линейного участка КИН равном $18.5 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$, где не наблюдается каких-либо особых точек.

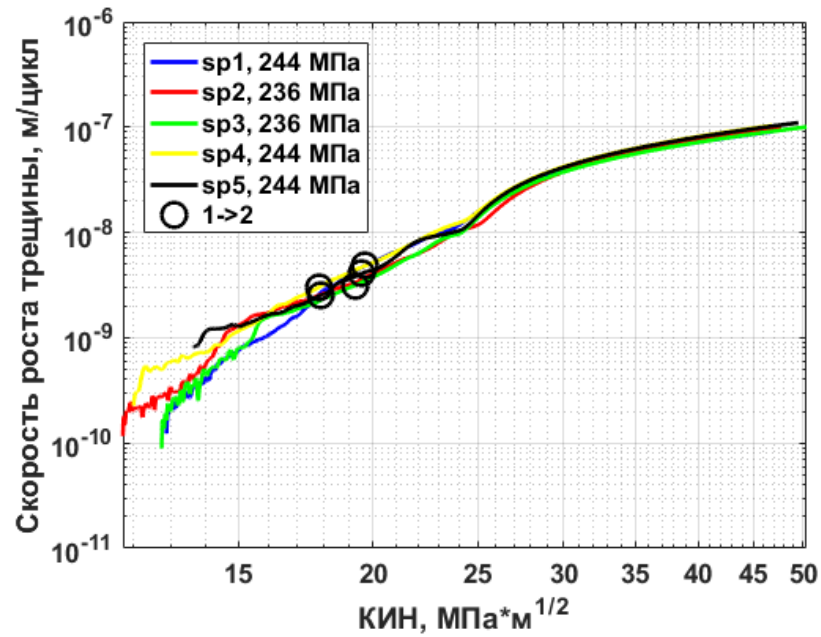


Рис. 3.2.6. Кинетическая диаграмма усталостного разрушения для серии испытанных образцов с выделением двух стадий.

Зависимости скорости роста трещины от диссипации тепла для серии испытанных образцов представлены на 03.2.7. Графики демонстрируют линейную зависимость между тепловым потоком в вершине усталостной трещины и скоростью её распространения до момента неконтролируемого роста трещины.

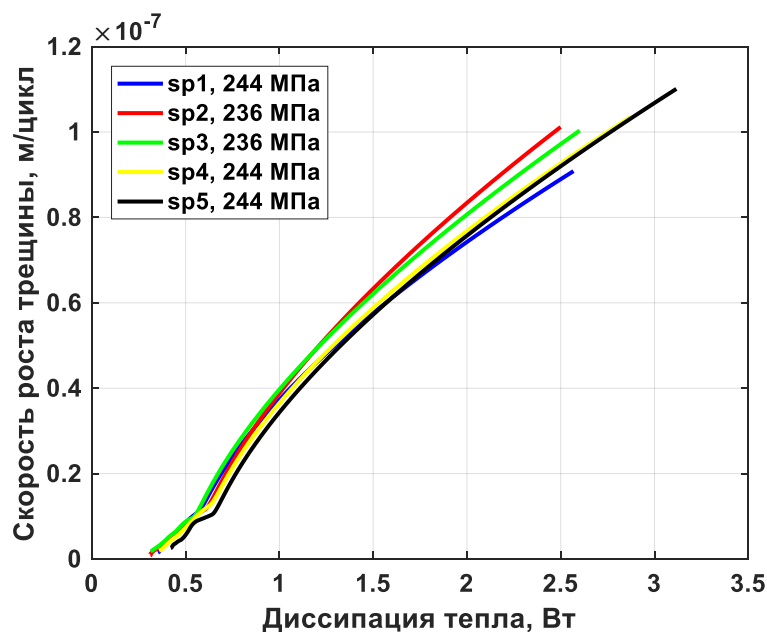


Рис. 3.2.7. Зависимость скорости роста трещины от теплового потока.

Следует отметить, что значительные изменения теплового потока появляются ближе к середине линейной части кривой Париса (см. рисунок 3.2.6). Можно предположить, что необратимые изменения в материале, содержащим усталостную трещину, начинаются раньше, чем это можно предположить на основании закона Париса. Эти изменения, однако, отражаются на процессе тепловыделения в вершине трещины.

КИН и тепловой поток аналогичным образом характеризуют кинетику распространения усталостной трещины, но с различных, с точки зрения физики, сторон – с силовой и с энергетической. Этот вывод подтверждается анализом зависимости скорости роста усталостной трещины от нормированных согласно уравнениям (3.2.3) и (3.2.4) величинам КИН и теплового потока (рисунок 3.2.8).

$$\Delta K_{norm} = \frac{\Delta K - \Delta K_{min}}{\Delta K_{max} - \Delta K_{min}} \quad (3.2.1)$$

$$Q_{norm} = \frac{Q - Q_{min}}{Q_{max} - Q_{min}} \quad (3.2.4)$$

где Q – тепловой поток, ΔK - размах КИН.

Как видно из графиков, представленных на рисунке 3.2.8, качественно эти две характеристики (размах КИН и диссипация энергии) ведут себя схожим образом, постепенно нарастая в ходе распространения усталостной трещины, что может быть косвенным свидетельством идентичности этих параметров для описания кинетики распространения трещины. Основным преимуществом подхода, использующего тепловой поток, а не КИН, для оценки скорости распространения трещины, является возможность экспериментального измерения теплового потока непосредственно во время деформирования.

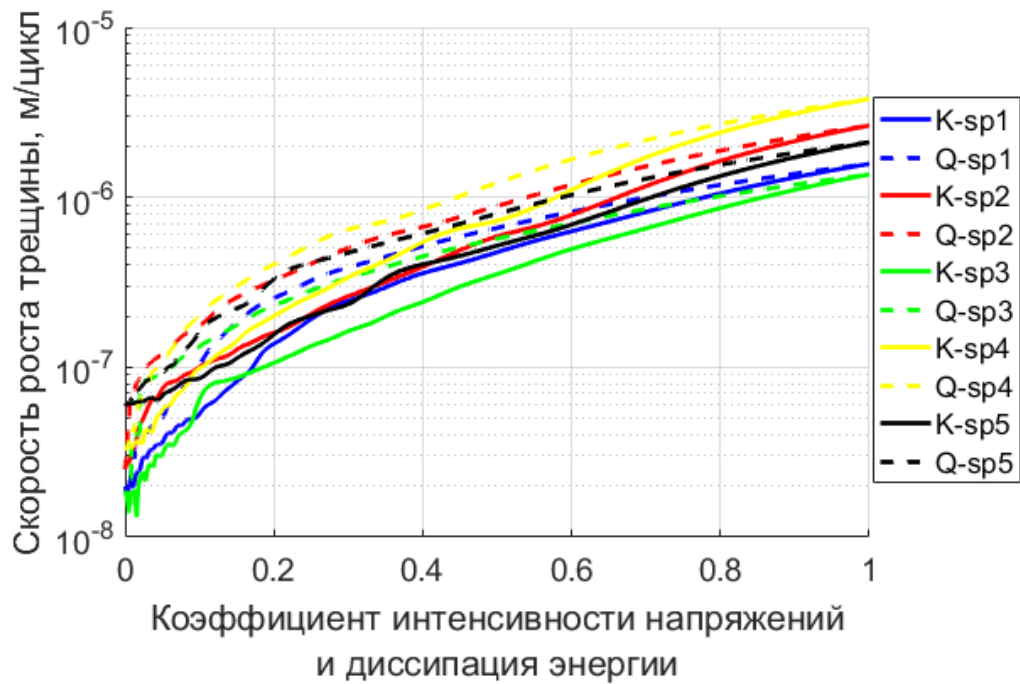


Рис. 3.2.8. Сравнение зависимостей скорости роста трещины от КИН и теплового потока (K – КИН, Q – тепловой поток) для образцов типа 1.

Анализ результатов дальнейших циклических испытаний будет производиться аналогичным образом.

Циклические одноосные испытания образцов типа 2 были проведены в Институте механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук на 100 кН серво-гидравлической испытательной машине Vi-00-100, рисунок 3.2.9. Образцы подвергались циклическому деформированию с частотой 10 Гц, коэффициентом асимметрии цикла $R=0.1$ и постоянной амплитудой приложенной нагрузки.



Рис. 3.2.9. Серво-гидравлическая испытательная машина Vi-00-100.

Длина трещины измерялась методом падения электрического потенциала. В таблице 3.2.2 представлены условия нагружения образцов и результаты циклических испытаний на рост трещины (количество циклов до полного разрушения образца и длина трещины, предшествующая макроскопическому разрушению образца).

Таблица 3.2.2. Сводная таблица по испытаниям образцов типа 2

Маркировка	Нагрузка, кН	Напряжение, МПа	Циклы	Длина трещины, мм
sp1	14	155	112500	13,09
sp2	12	133	184650	13,58
sp3	12	133	201500	15,38
sp4	14	155	116000	13,07
sp5	14	133	184000	13,69
sp6	14	155	126000	13,45

На 03.2.10 представлены экспериментально измеренные значения теплового потока и длины трещины в зависимости от времени испытаний для указанной серии образцов.

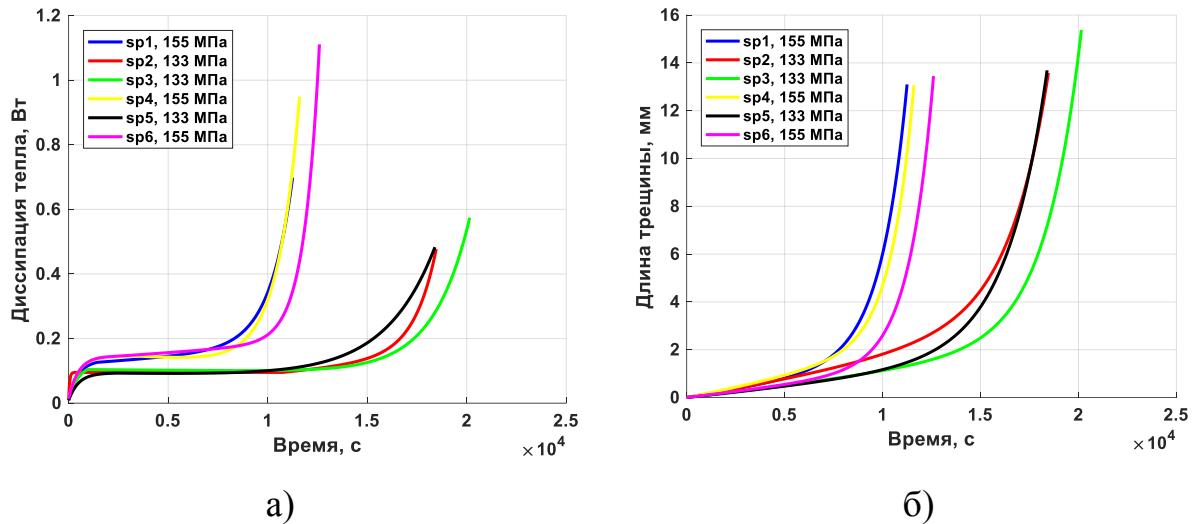


Рис. 3.2.10. Экспериментальные данные для серии образцов: (а) – тепловой поток, (б) – длина трещины.

На рисунке 3.2.10а явно выделяется две группы графиков, отличающиеся уровнем диссипации тепла на этапе зарождения трещины, который коррелирует с амплитудой приложенной нагрузки.

На зависимости теплового потока можно, аналогично испытаниям образцов типа 1, выделить три стадии. Время первой стадии составляет порядка 800 – 1000 секунд, что значительно больше чем в испытаниях образцов типа 1. Это, вероятно, обусловлено размерами образца и конструктивными особенностями испытательной машины. На рисунках 3.2.11, 3.2.12 обозначена точка перехода от второй к третьей стадии на графиках теплового потока, длине трещины и кинетической диаграмме усталостного разрушения.

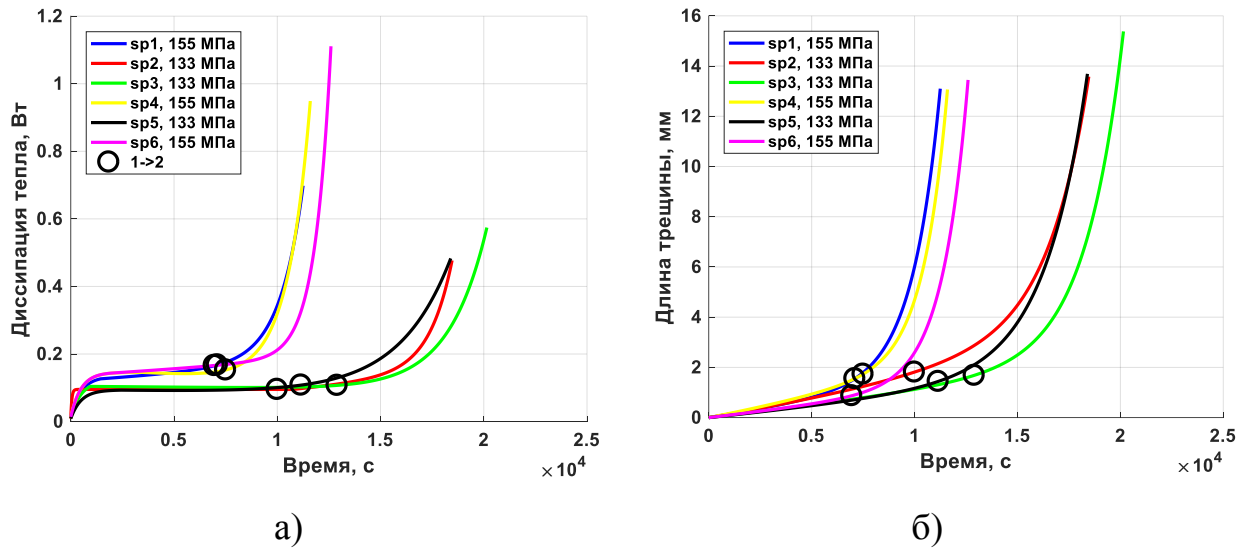


Рис. 3.2.11. Точка изменения характера диссипации тепла: (а) – тепловой поток, (б) – длина трещины.

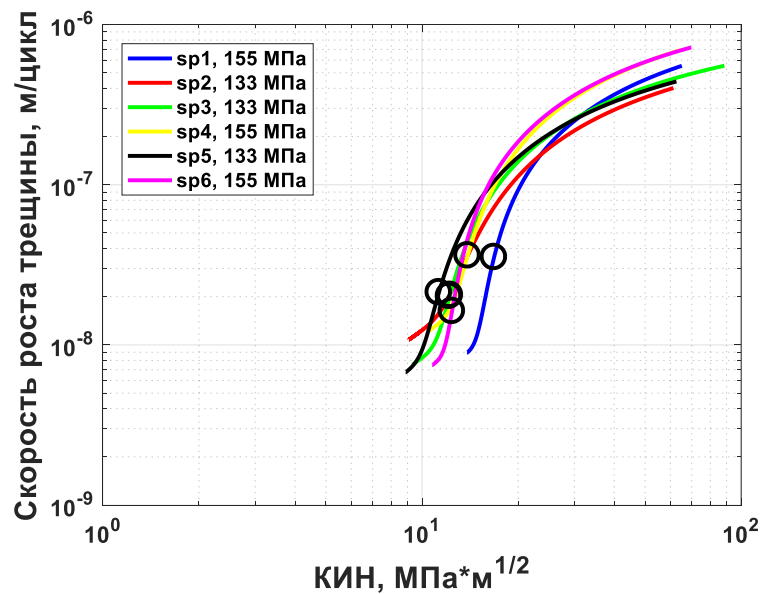


Рис. 3.2.12. Кинетическая диаграмма усталостного разрушения для серии испытанных образцов типа 2 с выделением стадий.

Изменение характера диссипации наблюдается при уровне 0.1 – 0.2 Вт и длине трещины без учёта надреза порядка 2 мм. На кинетической диаграмме усталостного разрушения точки перехода находятся в начале линейного

участка режима Париса при уровне КИН $15 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$. Коэффициент интенсивности напряжений K_1 рассчитывался методом граничной коллокации [105] по формуле (3.2.2).

Зависимость скорости роста трещины от теплового потока представлена на 03.

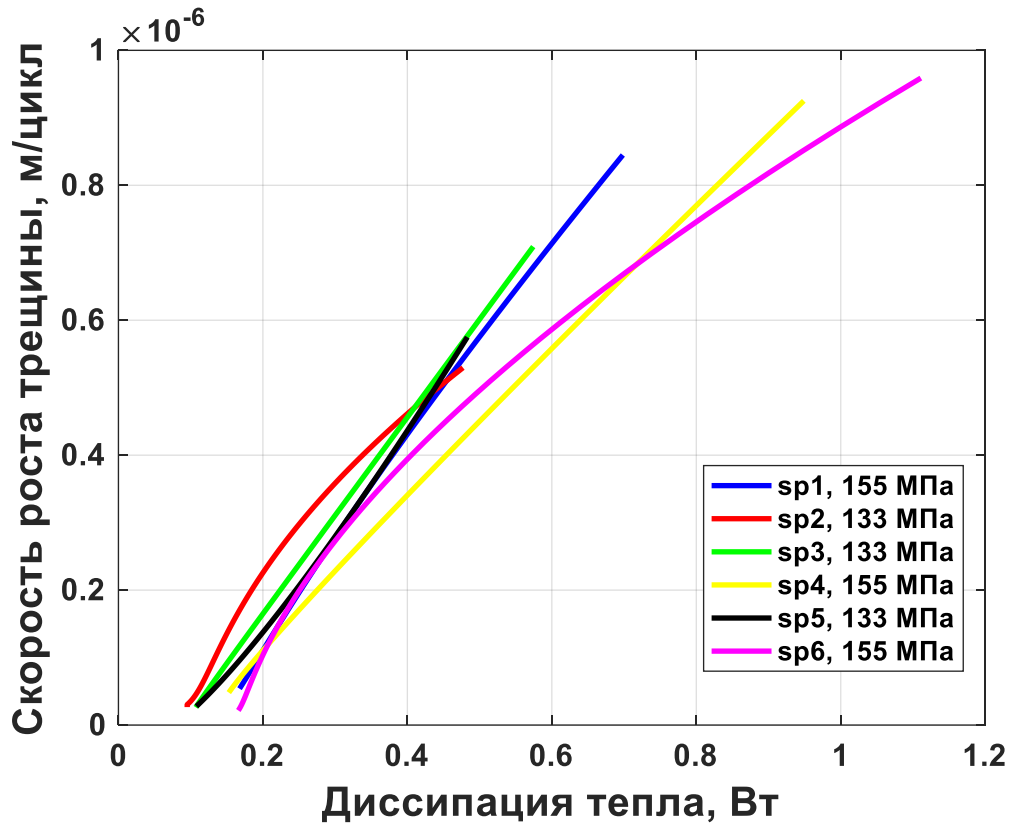


Рис. 3.2.13. Зависимость скорости роста трещины от теплового потока.

По графику зависимости скорости роста трещины от диссипации тепла можно так же предположить их линейную взаимосвязь. Результат аналогичен полученному на образцах типа 1 с другой геометрией и видом концентратора напряжений.

На рисунке 3.2.14 представлено сравнение теплового потока и КИН для демонстрации схожести предлагаемого подхода и уравнения Париса (с использованием нормировок (3.2.3) и (3.2.4)). Вместе с этим, принимая во внимание возможность прямого экспериментального измерения теплового

потока в процессе деформирования, предлагаемый подход имеет преимущество в контексте мониторинга текущего состояния материала.

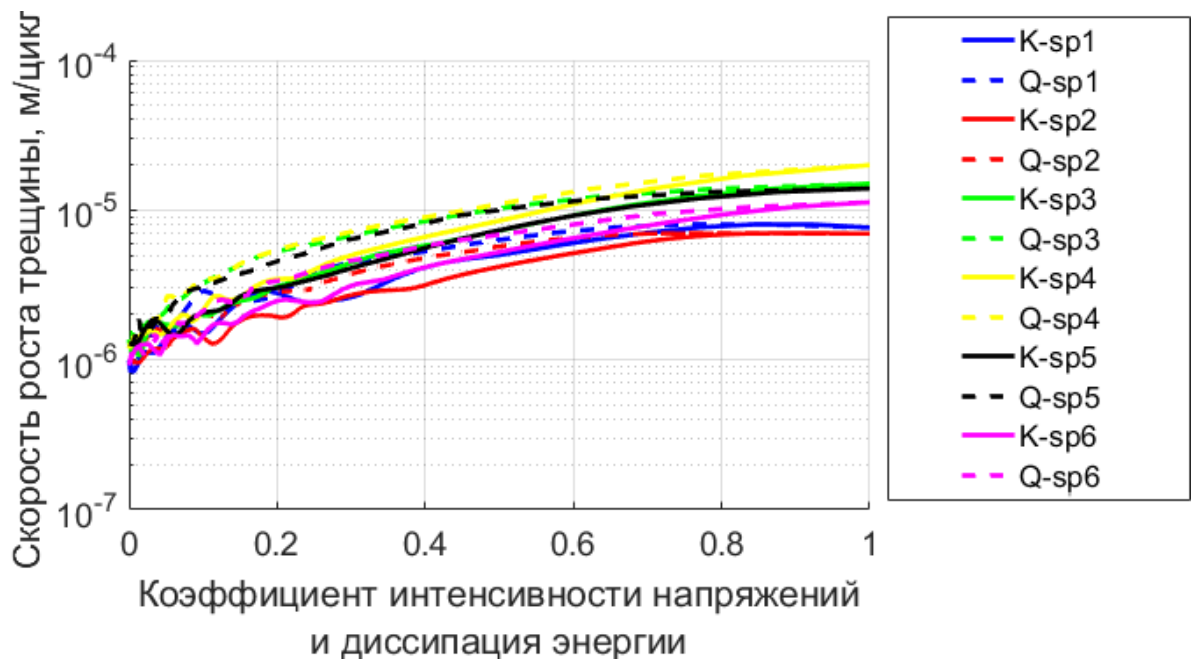


Рис. 3.2.14. Сравнение зависимостей скорости роста трещины от КИН и теплового потока (K – КИН, Q – тепловой поток) для образцов типа 2.

Как видно из графика на рисунке 3.2.14 получено качественное соответствие описания скорости роста трещины как на основе коэффициента интенсивности напряжений, так и на основе диссипации тепла.

3.3. Условия эксперимента и результаты усталостных испытаний плоских образцов из нержавеющей стали 08X18Н10 при двухосном нагружении.

Проведено измерение диссипации тепла в вершине усталостной трещины при сложном напряженно-деформированном состоянии в условиях двухосного нагружения крестообразных образцов из нержавеющей стали 08X18Н10. Геометрия образцов представлена на рисунке 3.3.1. Толщина образцов 3 мм. Испытания проводились в Казанском научном центре

Российской академии наук на серво-гидравлической испытательной машине Vi-00-502 (рисунок 3.3.2). Для локализации трещины на образце присутствует концентратор в виде центрального выреза шириной 1 мм и длиной 10 мм.

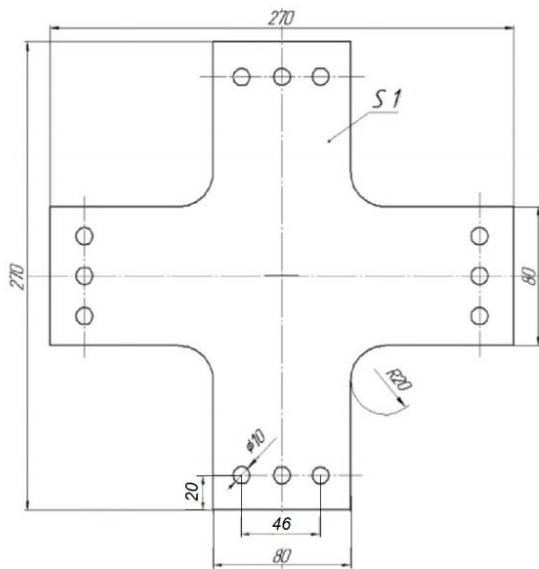


Рис. 3.3.1. Геометрия образцов.

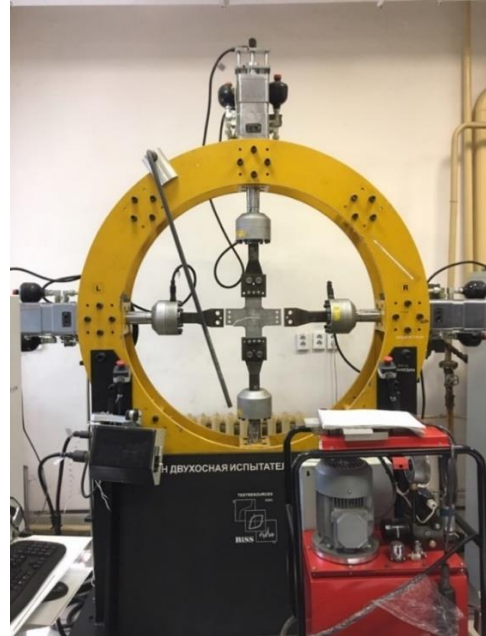


Рис. 3.3.2. Испытательная машина Vi-00-502, Biaxial test System.

Длина трещины измерялась с помощью оптического микроскопа периодически по мере роста усталостной трещины. Эксперимент проводился с постоянным значением амплитуды приложенной нагрузки в 45 кН с коэффициентом асимметрии цикла 0.1 и различным параметром двухосности, что позволило получить смешанную моду (нормальный отрыв и поперечный сдвиг) распространения трещины. Частота нагружения составляла 10 Гц.

В таблице 3.3.1 представлены параметры нагружения и результаты испытаний. Испытание останавливалось, когда трещина доходила до края рабочей области образца. Так как на образце присутствует концентратор напряжений в виде центрального выреза, при циклическом нагружении

образуются две симметричные трещины, распространяющиеся в противоположных направлениях. В таблице 3.3.1 указана полная длина трещины перед остановкой эксперимента.

Таблица 3.3.1. Параметры нагружения образцов.

№	Маркировка	Нагрузка, кН	Напряжение в рабочей части, МПа	Коэффициент двухосности	Циклы	Длина трещины, мм
1	sp1	45	176	0	97000	70,4
2	sp2	45	249	1	210000	69,0
3	sp3	45	197	0,5	153000	74,6
4	sp4	45	197	0,5	155000	78,1

На 03.3.3 представлены характерные экспериментальные значения теплового потока и длины трещины для серии испытанных образцов для каждого случая нагружения.

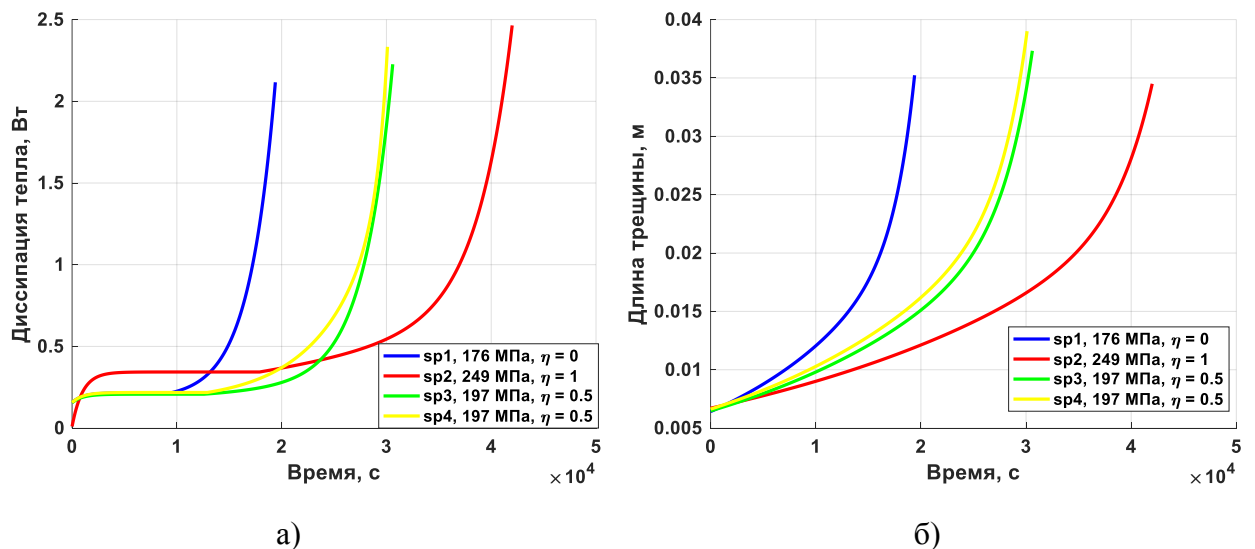


Рис. 3.3.3. Экспериментальные данные для серии образцов: (а) – тепловой поток, (б) – длина трещины.

Процесс анализа экспериментальных данных аналогичен описанному ранее. На зависимости теплового потока выделены три стадии и на рисунках 3.3.4, 3.3.5 (диссипация тепла, длина трещины, кинетическая диаграмма усталостного разрушения) обозначена точка перехода к стадии активной диссипации тепла. Стадия 1 перехода к стационарному режиму диссипации тепла в этих испытаниях достигает 1500 секунд.

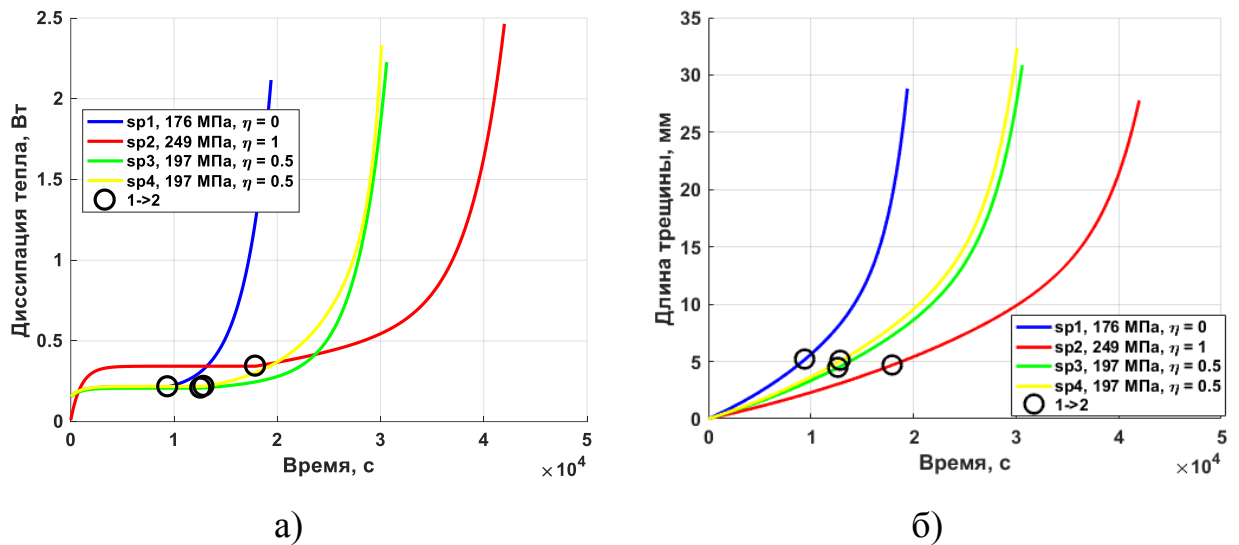


Рис. 3.3.4. Две стадии при распространении усталостных трещин: (а) – тепловой поток, (б) – длина трещины.

Изменение характера диссипации наблюдается при уровне 0.2 – 0.4 Вт и длине трещины 5 мм без учета длины концентратора напряжений. На кинетической диаграмме усталостного разрушения точки перехода находятся в начале линейного участка режима Париса при уровне КИН 22 – 35 МПа*м^{1/2}. Большой разброс в значении КИН, вероятно, связан со значительной разницей в условиях нагружения, повлекшей различное поле напряжений в области концентратора.

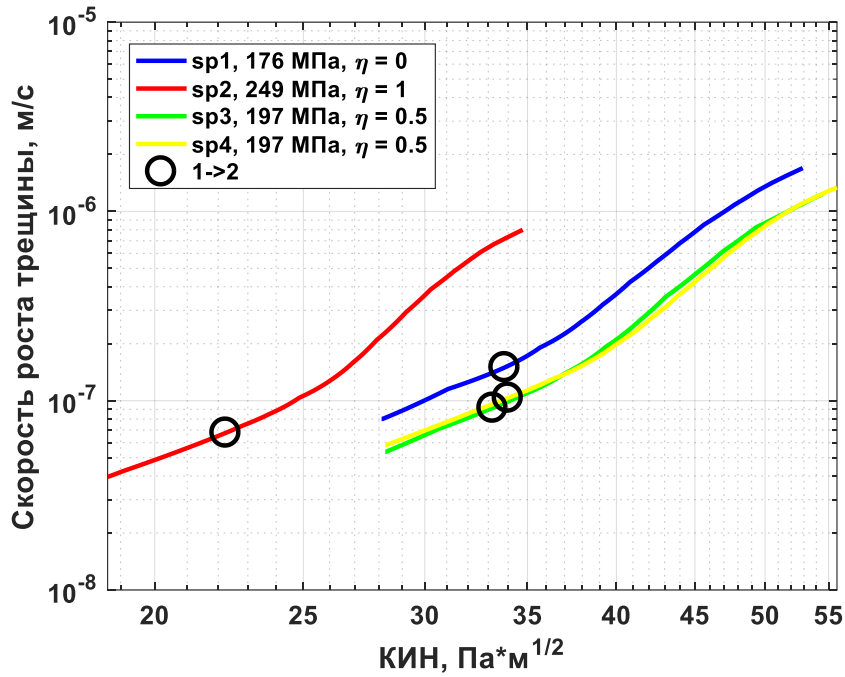


Рис. 3.3.5. Кинетическая диаграмма усталостного разрушения для серии испытанных образцов с выделением двух стадий.

Коэффициент интенсивности напряжений K_1 рассчитывался методом граничной коллокации [105].

На рисунке 3.3.6 представлено сравнение теплового потока и КИН с использованием нормировок 3.2.3 и 3.2.4.

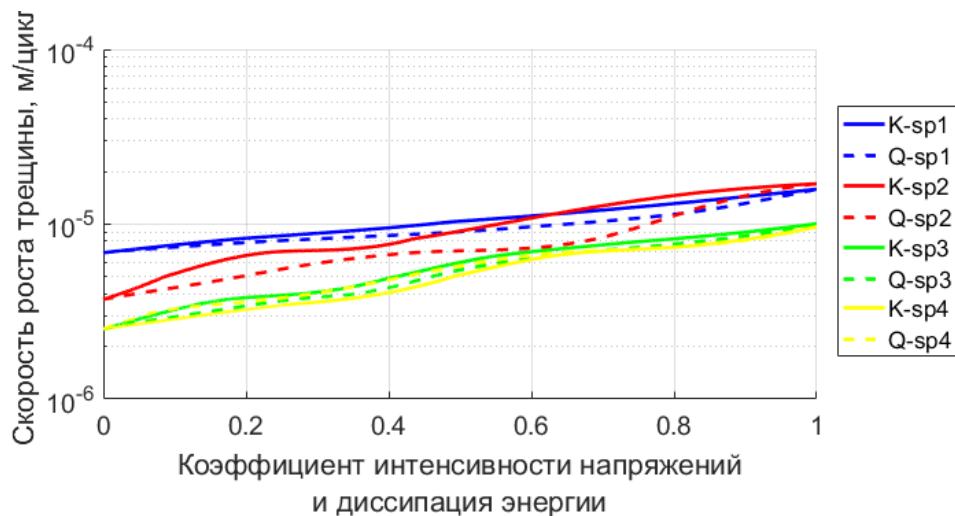


Рис. 3.3.6. Сравнение зависимостей скорости роста трещины от КИНa и теплового потока (K – КИН, Q – тепловой поток).

Зависимость скорости роста трещины от теплового потока для нержавеющей стали при двухосном нагружении представлена на рисунке 3.3.7.

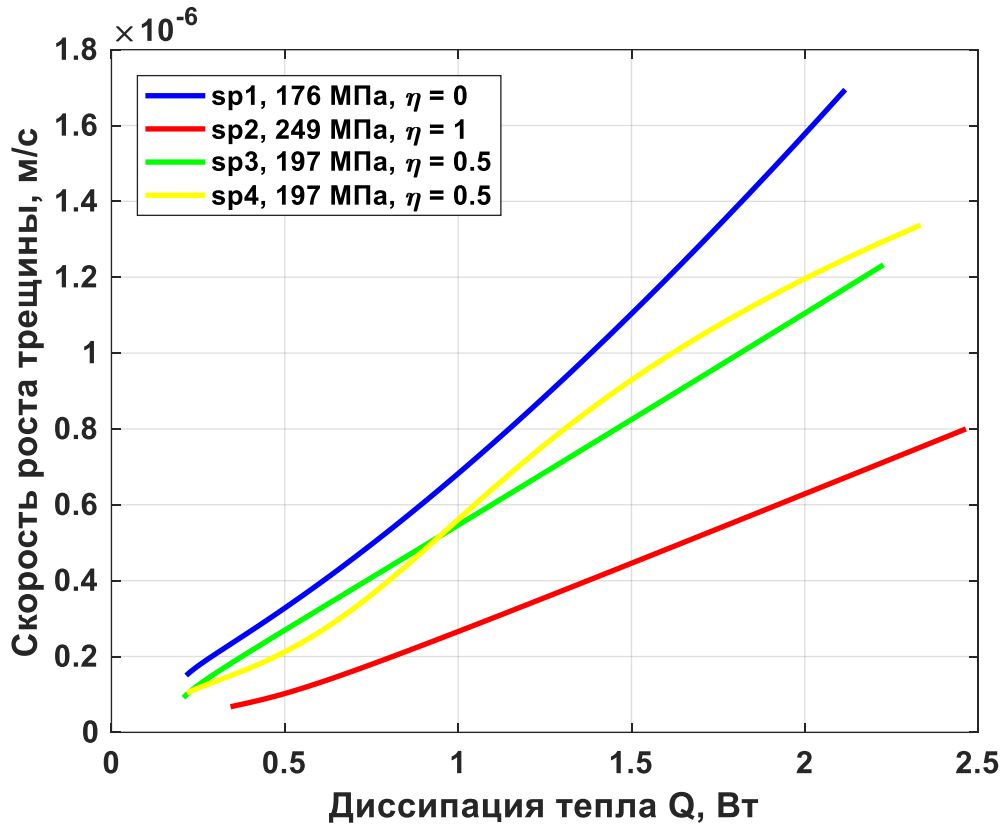


Рис. 3.3.7. Зависимость скорости роста трещины от теплового потока.

Таким образом, для двухосного нагружения получена линейная взаимосвязь между скоростью роста трещины и тепловым потоком. Однако параметры этой зависимости разные для каждого из условий нагружения. На данном этапе эту зависимость нельзя назвать универсальной.

3.4. Условия эксперимента и результаты усталостных испытаний плоских образцов из титанового сплава ВТ1-0 при одноосном нагружении.

Проведено измерение диссипации тепла в вершине усталостной трещины с использованием контактного датчика теплового потока на плоских образцах из титанового сплава ВТ1-0. Геометрия образцов представлена на рисунке 3.4.1. Образцы подвергались циклическому деформированию с частотой 10 Гц и постоянной амплитудой приложенной нагрузки, коэффициентом асимметрии цикла $R = 0.1$. Испытания проводились в Институте механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук на 100 кН серво-гидравлической испытательной машине Ви-00-100. Для локализации трещины на образце присутствует концентратор в виде бокового V-образного надреза.

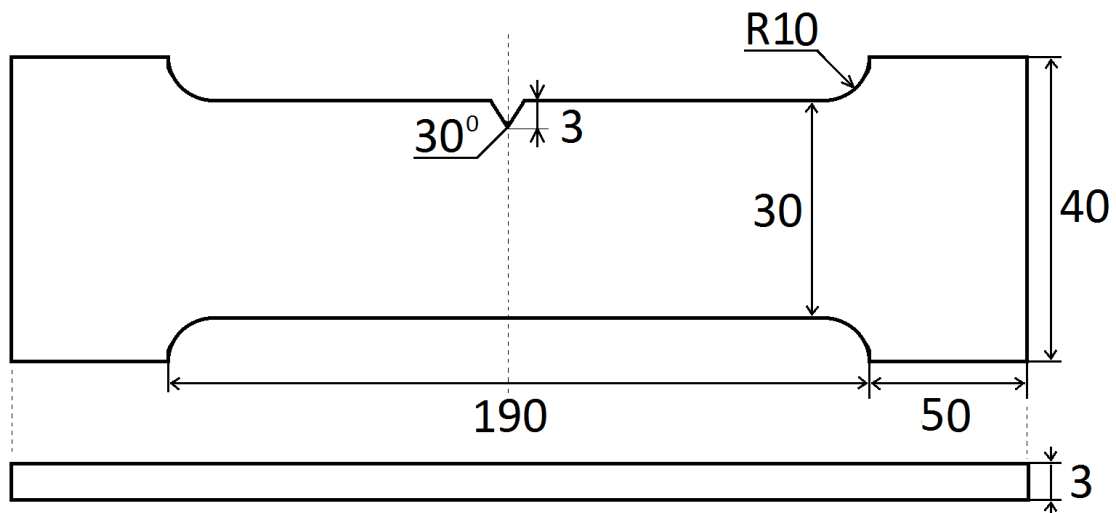


Рис. 3.4.1. Геометрия образцов из технического титана ВТ1-0 (толщина 3 мм).

Длина трещины измерялась методом падения электрического потенциала [71,72]. На рисунке 3.4.2 представлены экспериментальные

значения теплового потока и длины трещины для серии испытанных образцов.

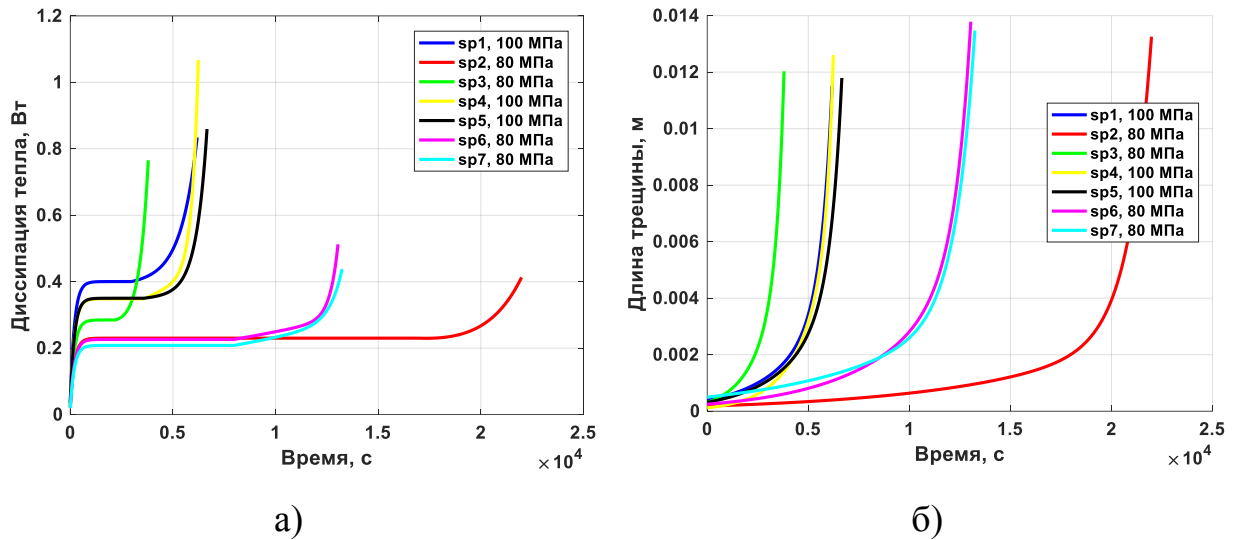


Рис. 3.4.2. Экспериментальные данные для серии образцов: (а) – тепловой поток, (б) – длина трещины.

На рисунке 3.4.2а графики на этапе зарождения трещины разделяются на две группы по уровню диссипации тепла согласно амплитуде приложенной нагрузки.

На графике зависимости теплового потока от времени можно также выделить три стадии. Время первой стадии составляет порядка 500 секунд. На рисунках 3.4.3, 3.4.4. обозначена точка перехода от второй к третьей стадии на графиках диссипации тепла, длине трещины и кинетической диаграмме усталостного разрушения.

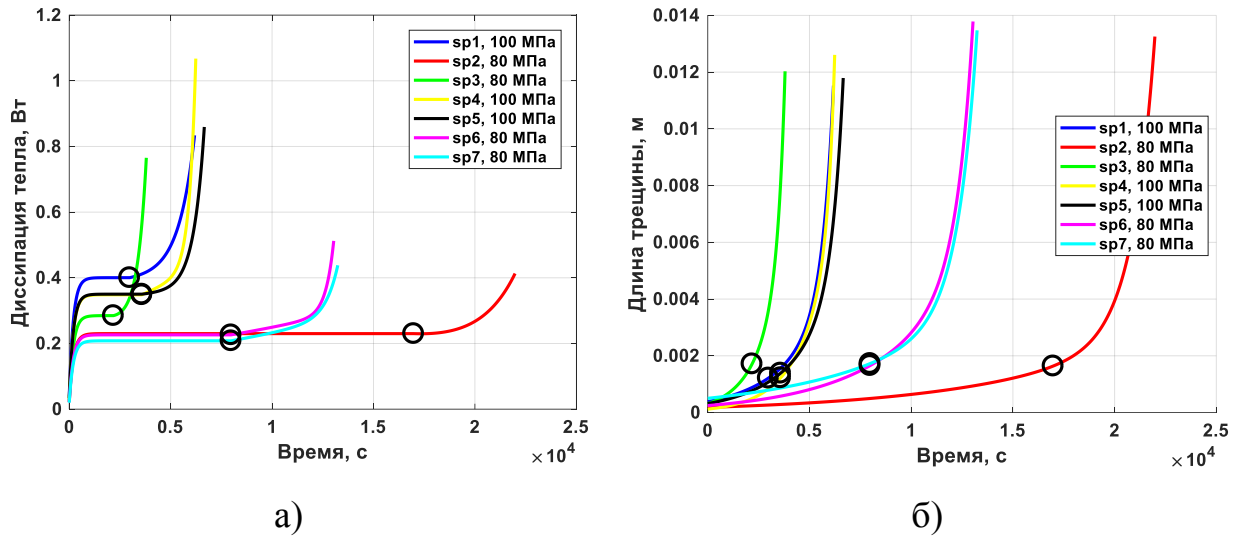


Рис. 3.4.3. Две стадии при распространении усталостных трещин: (а) – тепловой поток, (б) – длина трещины.

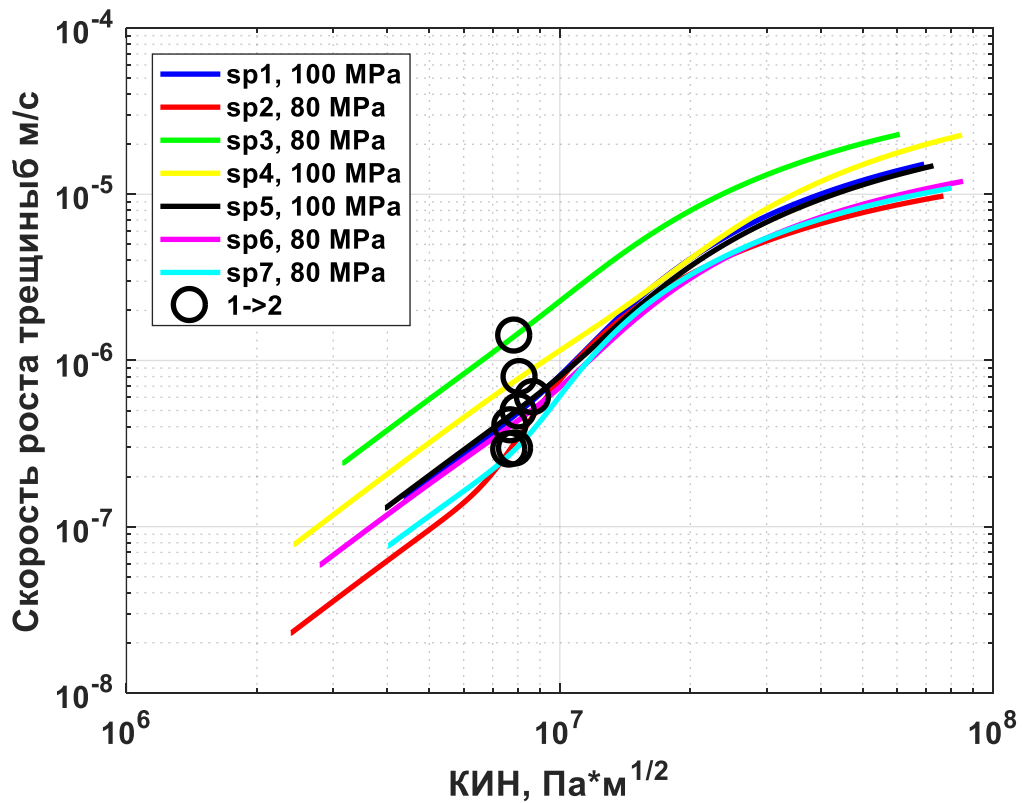


Рис. 3.4.4. Кинетическая диаграмма усталостного разрушения для серии испытанных образцов с выделением двух стадий.

Изменение характера диссипации наблюдается при уровне 0.2 – 0.4 Вт и длине трещины порядка 1.5 – 2 мм. На кинетической диаграмме усталостного разрушения точки перехода находятся на линейном участке режима Париса при уровне КИН 8 МПа*м^{1/2}. Коэффициент интенсивности напряжений K_1 рассчитывался методом граничной коллокации [105] по формуле (3.2.2).

На рисунке 3.4.5 представлено сравнение теплового потока и КИН для проверки адекватности предлагаемого подхода (с использованием нормировок (3.2.3) и (3.2.4)). Получено качественное соответствие аналогичное испытаниям на образцах из нержавеющей стали.

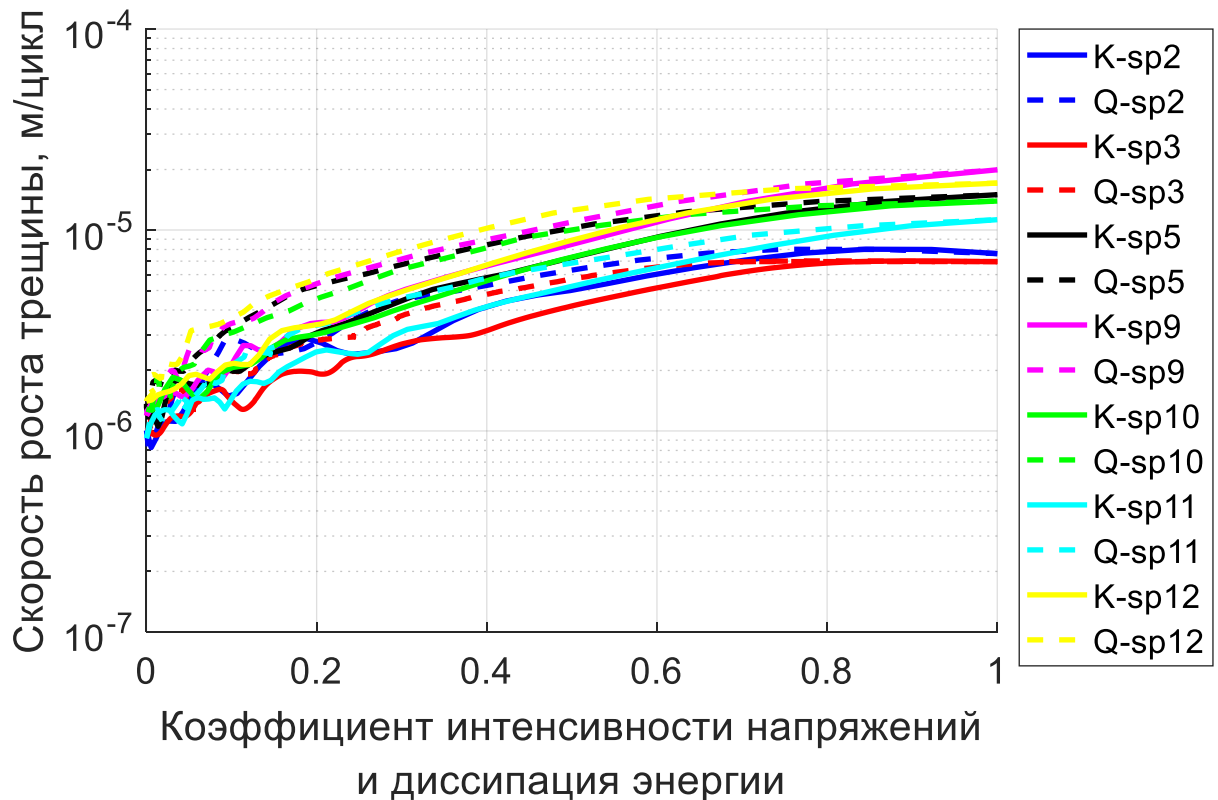


Рис. 3.4.5. Сравнение зависимостей скорости роста трещины от КИН и теплового потока (K – КИН, Q – тепловой поток).

Зависимость скорости роста трещины от теплового потока представлена на 03.4.6.

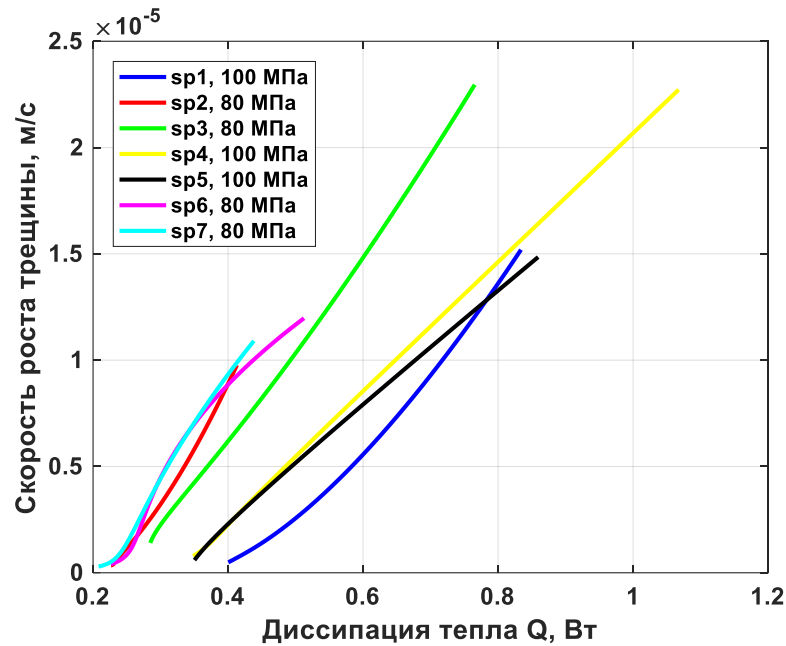


Рис. 3.4.6. Зависимость скорости роста трещины от теплового потока.

Данные на рисунке 3.4.6 демонстрируют аналогичную линейную взаимосвязь между тепловым потоком и скоростью роста трещины, как и для образцов из нержавеющей стали. В этой серии испытаний видно, что образцы разделились на две группы в соответствии с амплитудой приложенной нагрузки. Это, вероятно, связано с усталостными свойствами данного материала.

3.5. Условия эксперимента и результаты усталостных испытаний плоских образцов из титанового сплава ВТ1-0 при двухосном нагружении.

Проведено измерение диссипации тепла в вершине усталостной трещины при двухосном нагружении крестообразных образцов из технического титана ВТ1-0. Геометрия образцов представлена на рисунке 3.5.1. Толщина образцов 1 мм. Испытания проводились в Казанском научном

центре РАН на серво-гидравлической испытательной машине Vi-00-502. Для локализации трещины на образце присутствует концентратор в виде центрального выреза шириной 1 мм и длиной 10 мм.

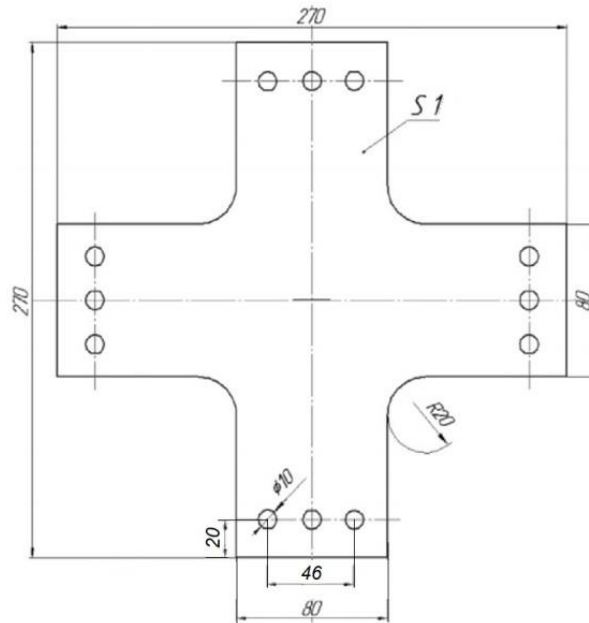


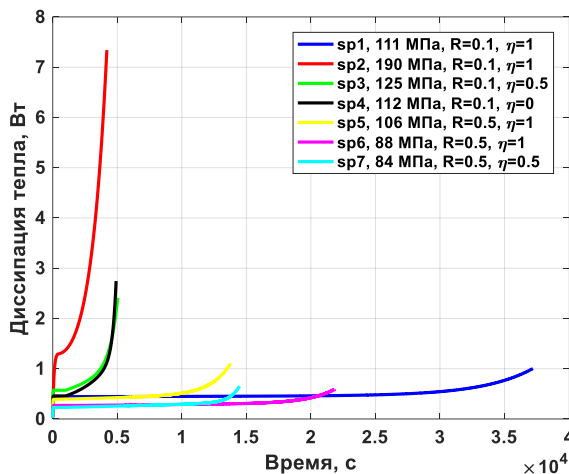
Рис. 3.5.1. Геометрия образцов для двухосных испытаний (толщина 1 мм).

Длина трещины измерялась с помощью оптического микроскопа. Эксперимент проводился с постоянным значением прикладываемой нагрузки с различным коэффициентом асимметрии цикла и параметром двухосности, что позволило получить смешанную моду распространения трещины (нормальный отрыв и поперечный сдвиг). Частота нагружения составляла 10 Гц. В таблице 3.5.1 представлены параметры нагружения.

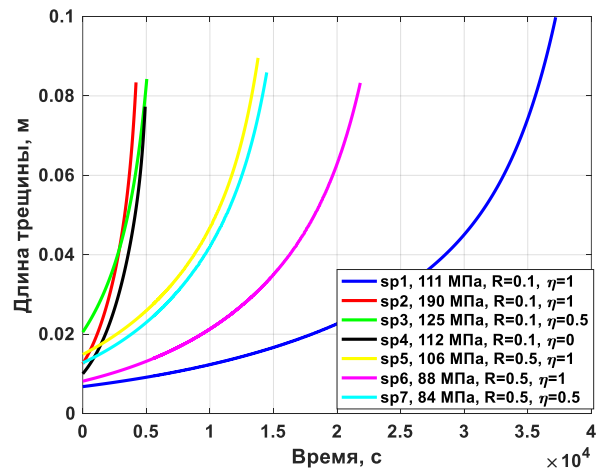
На 0 представлены экспериментальные значения теплового потока и длины трещины для серии испытанных образцов.

Таблица 3.5.1. Параметры нагружения образцов.

№	Маркировка	Нагрузка, кН	Асимметрия цикла	Коэффициент двухосности	Циклы	Длина трещины, мм
1	sp1	7	0,1	1	365000	110
2	sp2	12	0,1	1	42000	93
3	sp3	10	0,1	0,5	50000	94
4	sp4	9	0,1	0	61672	86
5	sp5	12	0,5	1	135000	99
6	sp6	10	0,5	1	205000	93
7	sp7	12	0,5	0,5	172500	90



а)



б)

Рис. 3.5.2. Экспериментальные данные для серии образцов: (а) – тепловой поток, (б) – длина трещины.

На графике зависимости теплового потока выделены три стадии и на рисунках 3.5.3, 3.5.4 (диссипация тепла, длина трещины, кинетическая диаграмма усталостного разрушения) обозначена точка перехода к стадии активной диссипации тепла. Стадия 1 перехода к стационарному режиму диссипации тепла в этих испытаниях достигает 1000 секунд.

Изменение характера диссипации наблюдается при уровне 0.2 – 0.4 Вт и длине трещины $\approx 20 - 40$ мм с учетом длины центрального выреза. На

кинетической диаграмме усталостного разрушения точки перехода находятся в начале линейного участка режима Париса при уровне КИН $12 - 35 \text{ МПа}\cdot\text{м}^{1/2}$. Большой разброс в значении КИН вероятно связан со значительной разницей в условиях нагружения, повлекшей различное поле напряжений в области концентратора. Коэффициент интенсивности напряжений K_I рассчитан модифицированным методом конформных отображений с использованием коллокации [105,106].

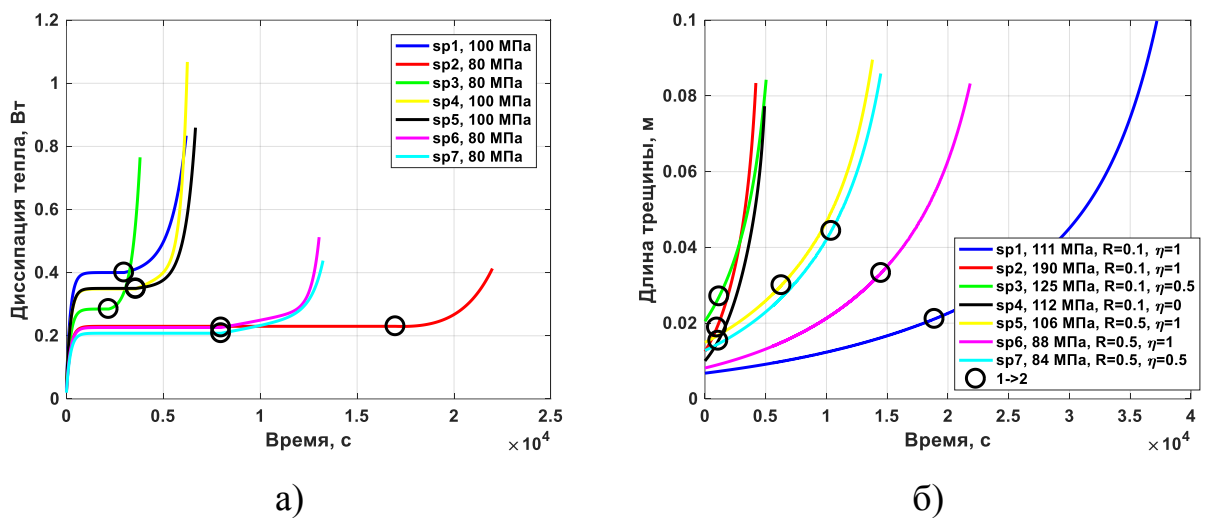


Рис. 3.5.3. Две стадии при распространении усталостных трещин: (а) – тепловой поток, (б) – длина трещины.

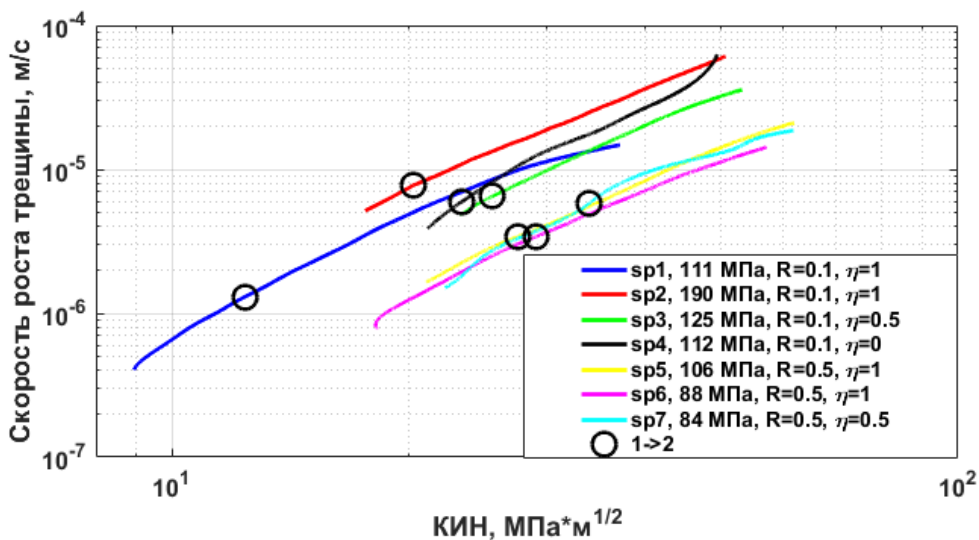


Рис. 3.5.4. Кинетическая диаграмма усталостного разрушения для серии испытанных образцов с выделением двух стадий.

Сравнение теплового потока и КИН для проверки адекватности предлагаемого подхода (с использованием нормировок 3.2.3 и 3.2.4) представлено на рисунке 3.5.5.

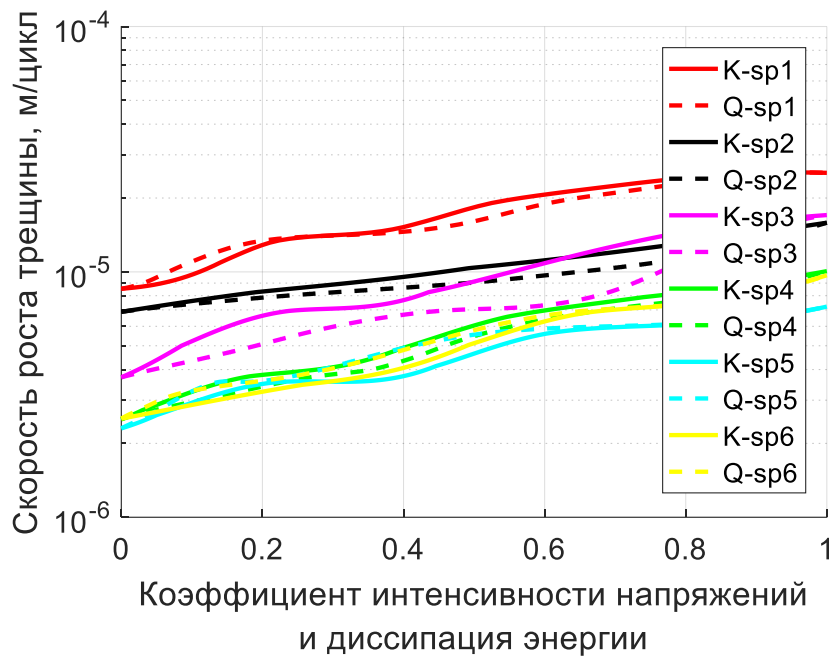


Рис. 3.5.5. Сравнение зависимостей скорости роста трещины от КИН и теплового потока (K – КИН, Q – тепловой поток).

Зависимость скорости роста трещины от теплового потока представлена на 0. Для каждого образца наблюдается линейная зависимость, однако для разных условий нагружения она своя.

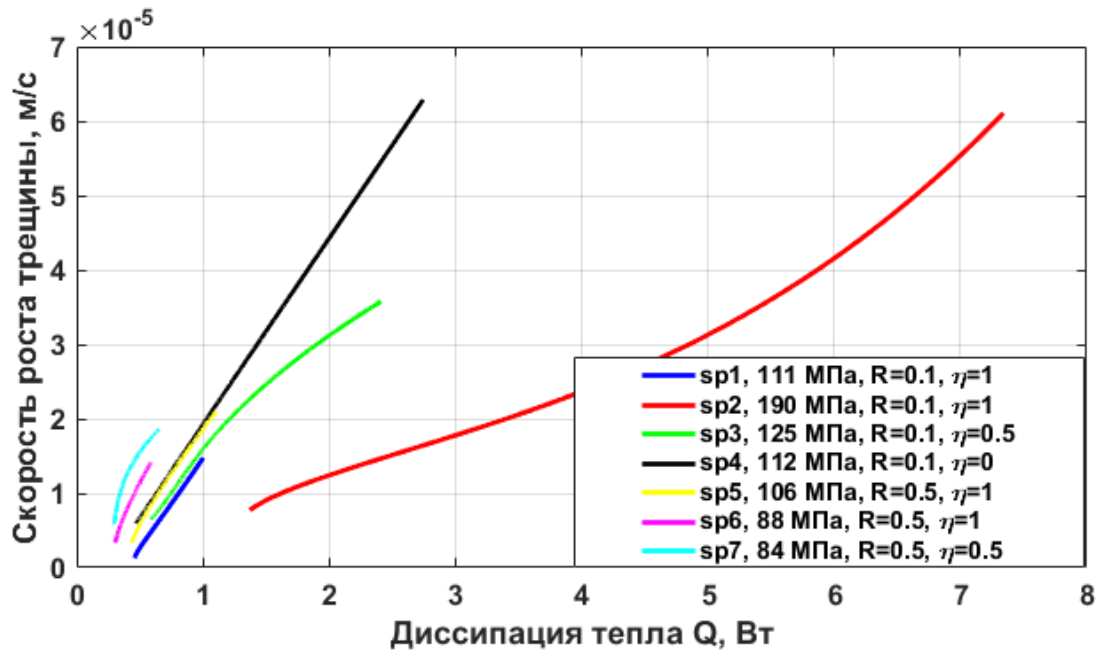


Рис. 3.5.6. Зависимость скорости роста трещины от теплового потока.

Результат испытаний технического титана Вt1-0 при двухосном нагружении аналогичен испытаниям нержавеющей стали. На кинетику роста трещины и дипсипацию тепла оказывает влияние как амплитуда приложенной нагрузки, так и параметр двухосности.

3.6. Совместный анализ результатов циклических испытаний при одноосном и двухосном нагружениях

В результате проведённых циклических испытаний получены данные о кинетике распространения трещин для двух материалов (нержавеющая сталь 08X18N10 и титановый сплав Вt1-0) и тепловом потоке в вершине трещины. Исследовались образцы с разной геометрией и при разных условиях нагружения.

По характеру дипсипации тепла имеет место стадийность усталостного разрушения: стадия подготовки материала и образование трещины, характеризующаяся постоянной дипсипацией тепла, и стадия

распространения трещины при активной диссипации тепла. В таблице 3.6.1 представлены некоторые параметры, характеризующие точку перехода между стадиями.

Таблица 3.6.1. Сводные результаты усталостных испытаний.

Материал	Тип нагружения	Уровень постоянного теплового потока, Вт	Приложенная нагрузка, МПа	Длина трещины, мм	КИН, МПа*м ^{1/2}
08X18H10	Одноосное, тип 1	0,3	236	1,5	16
		0,4	244	2	16
	Одноосное, тип 2	0,1	133	2	15
		0,2	155	2	15
	Двухосное	0,2	176	11	22
		0,4	249	12	35
ВТ1-0	Одноосное	0,2	80	1,5	8
		0,4	100	2	8
	Двухосное	0,2	84	44	12
		0,4	190	18	35

Анализируя данные представленные в таблице 3.6.1 можно сделать следующие выводы. Уровень постоянного теплового потока на стадии зарождения трещины зависит от амплитуды приложенной циклической нагрузки и от типа нагружения. Переход диссипации тепла от стационарного значения к активному увеличению происходит при определённой длине трещины и коэффициенте интенсивности напряжений.

На рисунках 3.6.1, 3.6.2 представлена зависимость скорости роста трещины от теплового потока в её вершине для всех проведённых испытаний при одноосном и двухосном нагружении в образцах из нержавеющей стали 08X18H10 и технического титана ВТ1-0.

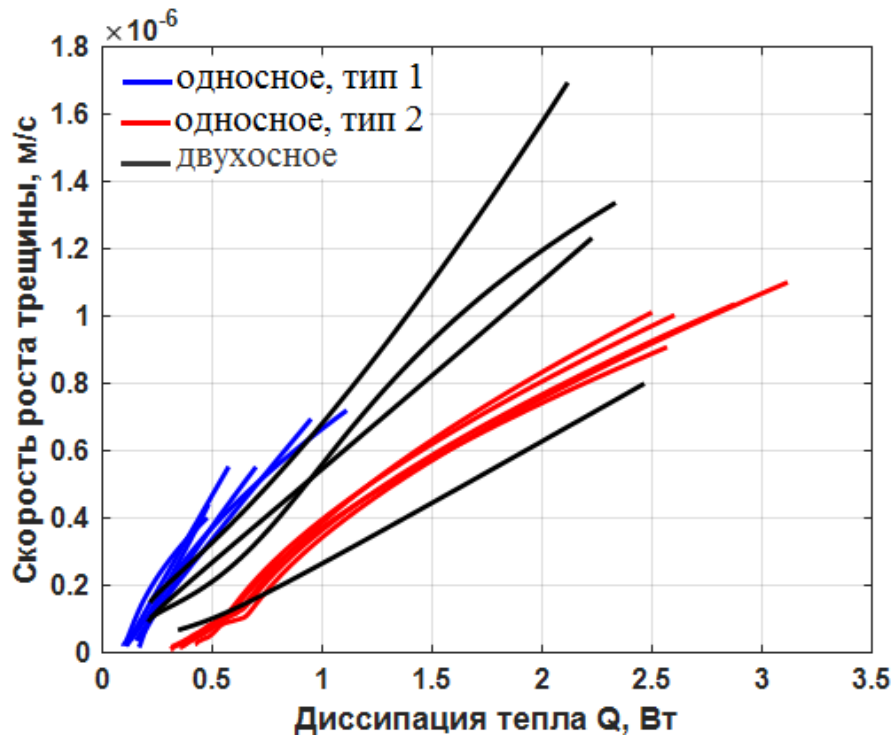


Рис. 3.6.1. Зависимость скорости роста трещины от теплового потока в нержавеющей стали 08X18N10 при одноосном и двухосном нагружениях.

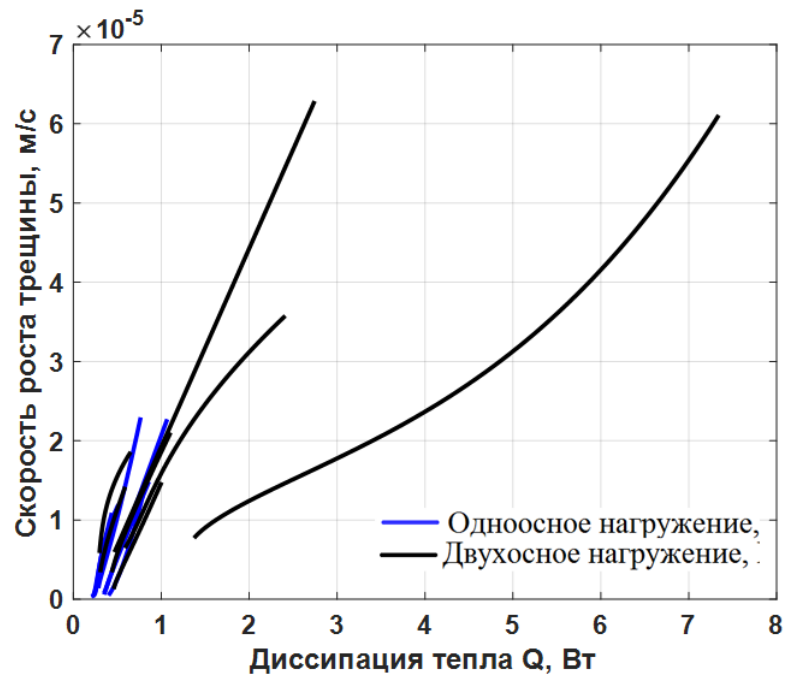


Рис. 3.6.2. Зависимость скорости роста трещины от теплового потока в техническом титане VT1-0 при одноосном и двухосном нагружениях.

Выводы

Проведённые эксперименты по циклическому деформированию образцов с концентраторами напряжений показали эффективность использования разработанного контактного датчика тепла в усталостных испытаниях.

Во всех проведённых экспериментах тепловой поток в вершине усталостной трещины имел двухстадийный характер. При этом переход от одной стадии к другой наблюдается при движении трещины в режиме Париса и не приводит к появлению особой точки на кинетической диаграмме. Линейная зависимость между скоростью роста усталостной трещины и диссипацией тепла в её вершине наблюдается для обоих исследованных материалов и различных условий нагружения при больших скоростях трещины.

В результате, использование теплового потока как параметра процесса является более содержательным, чем классический параметр механики усталостного разрушения – КИН – и позволяет гипотетически выделить два источника диссипации тепла, определяющих процесс распространения усталостной трещины в режиме Париса.

Вариант формализации этих источников и построения на их основе аппроксимационной зависимости, связывающей тепловой поток в вершине трещины и скорость её распространения представлен в заключительной главе диссертации.

Глава 4: прогнозирование скорости роста усталостной трещины на основе данных контактного датчика теплового потока.

Несмотря на удовлетворительное описание процесса распространения усталостных трещин в металлах на основе закона Париса и значительные возможности его усложнения для аппроксимации широкого спектра экспериментальных результатов его феноменологический характер породил значительное число попыток построения альтернативных соотношений, в том числе на основе анализа баланса энергии в области вершины трещины. Развитие методов измерения скорости диссипации энергии в вершине трещины (инфракрасной термографии, контактных методов измерения потоков тепла) повысило интерес к данным подходам и позволило снять необходимость расчётов величины эффективного коэффициента интенсивности напряжений и предложить прямые методы измерения величин, входящих в уравнения.

В данной главе при анализе процесса диссипации энергии в процессе распространения усталостных трещин в металлах показана необходимость разделения диссипации энергии, вызванной пластическим деформированием металлов в циклической и монотонной зонах пластической деформации.

Предложено новое уравнение, позволяющее прогнозировать скорость распространения усталостных трещин на основе данных о диссипации энергии. При этом показано, что диссипация энергии в циклической зоне пластической деформации при постоянстве коэффициента Тейлора-Куинни прямо пропорциональна скорости распространения усталостных трещин. Диссипация энергии в зоне монотонной пластической деформации, напротив наряду с величиной J -интеграла входит в знаменатель уравнения и нелинейно влияет на скорость распространения трещины.

В разделе 4.1. описывается подход для расчёта энергии пластического деформирования и диссипации тепла в области вершины усталостной трещины на основе уравнения Рамберга-Осгуда. Приводится соотношение для оценки скорости роста усталостной трещины по данным о диссипации тепла в её вершине для произвольного напряжённого состояния.

Для проверки основных гипотез раздела 4.1 в разделе 4.2. приведены результаты экспериментального исследования поля деформации в области вершины усталостной трещины методом корреляции цифровых

изображений. Экспериментально показано, что с использованием гипотезы Диксона напряженно-деформированное состояние в вершине трещины с достаточной степенью точности может быть аппроксимировано на основе решения линейной упругой задачи о бесконечно тонком разрезе.

В заключительном разделе 4.3. проводится верификация полученного соотношения, связывающего скорость роста усталостной трещины и диссипацию тепла в её вершине на основе результатов циклических испытаний образцов с концентратором напряжений при различных условиях нагружения.

Результаты решения поставленной задачи опубликованы в работах [107-111].

4.1 Разработка универсального соотношения для скорости роста усталостной трещины и теплового потока.

Гипотеза, высказанная в итоге третьей главы, о наличии двух источников диссипации энергии в вершине трещины согласуется с результатами анализа поля температуры в вершине трещины выполненного с использованием метода инфракрасной термографии [112].

На рисунке 4.1.1 представлены характерные распределения температуры в вершине трещины при циклическом деформировании образцов титанового сплава ОТ4-0.

Размер области инфракрасной съёмки 1.2x1.4 мм. Образец подвергался циклическому деформированию с постоянной амплитудой приложенной нагрузки и коэффициентом асимметрии цикла $R=0$. Для простоты анализа на рисунке 4.1.2 приведены два первых цикла нагружения. На рисунке 4.1.1 можно выделить два периодически возникающих источника повышенной температуры в вершине трещины при растяжении образца (рис. 4.1.1а) и при снятии нагрузки (рис. 4.1.1в) соответствующие формированию монотонной зоны пластической деформации и циклической зоны пластической деформации, соответственно.

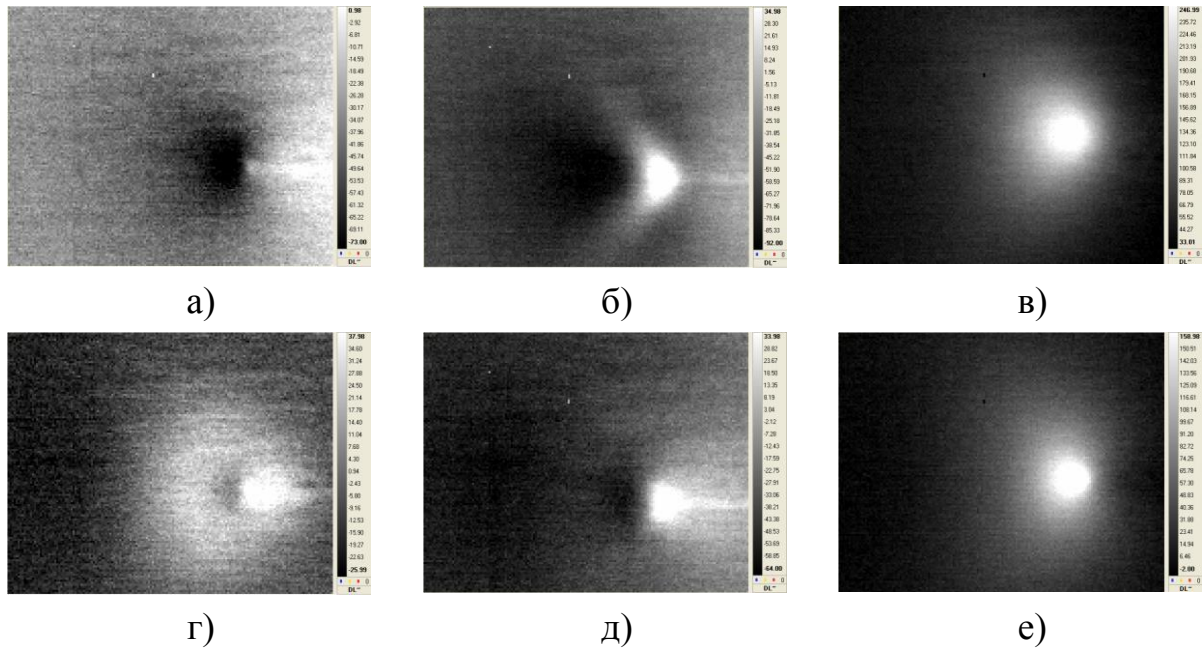


Рис. 4.1.1. Распределения температуры в вершине трещины при циклическом деформировании на разном уровне нагрузки в цикле нагружения.

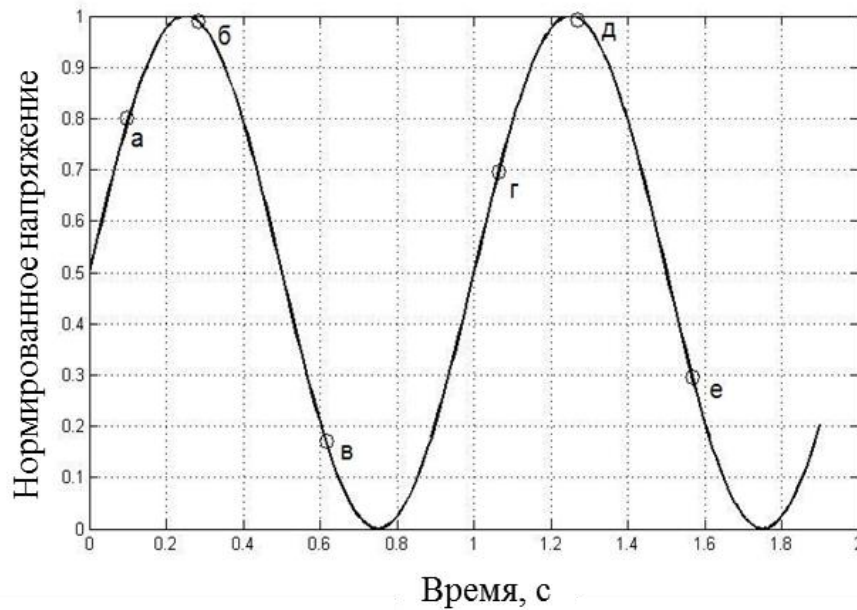


Рис. 4.1.2. Напряжение в двух первых циклах нагружения, нормированное на максимальное значение.

Для оценки величины диссипации энергии от каждого источника в отдельности используем гипотезу о связи полной деформации в вершине трещины с упругой деформацией, полученной в результате решения линейно-упругой задачи [113]:

$$\varepsilon_{ij}^{ef} = \left(\frac{E}{E_s} \right)^{\frac{1}{2}} \varepsilon_{ij}^{el} \quad (4.1.1)$$

где E – модуль Юнга, E_s – секущий пластический модуль, далее индекс ef соответствует значениям полных напряжений и деформации el – напряжениям и деформациям, полученным в результате решения задачи о бесконечно тонком разрезе в упругой сплошной среде.

Используя соотношение Рамберга-Осгуда (Ramberg-Osgood)

$$\gamma = \frac{\tau}{G} + A \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^n$$

и следуя методике, предложенной в [114] можно получить

связь между реальными напряжениями и деформациями в октаэдрической плоскости.

Учитывая соотношения $\tau_{oct} = G_s \gamma_{oct}$, $\tau_{oct}^{el} = G \gamma_{oct}^{el}$, можно записать вспомогательное соотношение

$$\frac{G}{G_s} = 1 + \frac{AG \tau_e^{n-1} \tau_{oct}^{n-1}}{\tau_0 \tau_0^{n-1} \tau_e^{n-1}} = 1 + B \xi^{n-1}.$$

Принимая во внимание связь между диаграммами растяжения и сдвига, выраженную соотношением $E = \left(\frac{1-2\nu}{3} + \frac{2(1+\nu)G}{3G_s} \right) E_s$, преобразуем соотношение $\tau_{oct} = G_s \gamma_{oct}$, следующим образом

$$\tau_{oct} = G_s \gamma_{oct} = G_s \left(\frac{1-2\nu}{3} + \frac{2(1+\nu)G}{3G_s} \right)^{\frac{1}{2}} \gamma_{oct}^{el} = \frac{G_s}{G} \left(\frac{1-2\nu}{3} + \frac{2(1+\nu)G}{3G_s} \right)^{\frac{1}{2}} \tau_{oct}^{el},$$

или

$$\tau_{oct} = \frac{\left(1 + \frac{2(1+\nu)}{3} B \xi^{n-1} \right)^{\frac{1}{2}}}{1 + B \xi^{n-1}} \tau_{oct}^{el}, \quad (4.1.2)$$

где $B = \frac{GA}{\tau_0} \left(\frac{\tau_e}{\tau_0} \right)^{n-1}$, $\xi = \frac{\tau_{oct}}{\tau_e}$, τ_e – предел упругости на сдвиг.

Соотношение (4.1.2) связывает напряжения в октаэдрической плоскости с решением некоторой модельной упругой задачи и позволяет по данным механических испытаний на одноосное растяжение оценить реальные напряжения в материале.

Рассмотрим трещину при монотонном нагружении. Работа пластической деформации, отнесённая к некоторому представительному объёму, может быть рассчитана следующим образом:

$$U_p = \frac{3}{2} \int \tau_{oct} d\gamma_{oct} = \frac{3}{2} \frac{An}{n+1} \tau_e \beta^n \xi^{n+1} \quad (4.1.3)$$

Приращение энергии при прорастании трещины на величину dl может быть записано в виде

$$dU_p = \frac{3}{2} An \tau_e \beta^n \xi^n \frac{d\xi}{dl} dl \quad (4.1.4)$$

где l - длина трещины.

Вводя величину $\alpha = \frac{\tau_{oct}^{el}}{\tau_e} = \frac{K f_e^{\frac{1}{2}}}{3 \tau_e \sqrt{r}} = \left(\frac{r_p f_e}{r} \right)^{\frac{1}{2}}$ можно переписать соотношение

(4.1.4) как

$$dU_p = \frac{3}{2} An \tau_e \beta^n \xi^n \frac{d\xi}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dl} dl \quad (4.1.5)$$

Здесь K – коэффициент интенсивности напряжений, r_p – характерный размер зоны пластической деформации, r – полярная координата, f_e – функция полярной координаты θ , определяющая зависимость октаэдрических напряжений от θ .

Пластическую зону в вершине трещины можно условно разделить на две части, используя условие $\frac{d\alpha}{dl} = \frac{d\alpha}{dr} \frac{dr}{dl} + \frac{d\alpha}{d\theta} \frac{d\theta}{dl} = 0$, которое может трактоваться как нейтральная линия, на которой при приращении трещины не изменяется энергия материала.

Соответственно, до этой линии в зоне происходит увеличение напряжения и растёт диссипация энергии, вызванная пластической деформацией. После этой линии происходит разгрузка, и в данной области диссипация энергии отсутствует.

Принимая во внимание следующие преобразования:

$$dl = -dx, \quad \frac{dr}{dl} = -\frac{r \cos(\theta)}{r}, \quad \frac{d\theta}{dl} = \frac{r \sin(\theta)}{r^2},$$

$$\frac{d}{dl} \left(\frac{r_p f_e}{r} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} r_p \left(\frac{r}{f_e} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{d}{dl} \left(\frac{f_e}{r} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{f_e}{r_p r} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dr_p}{dl},$$

$$\frac{d}{dl} \left(\frac{f_e}{r} \right) = \frac{d}{dr} \left(\frac{f_e}{r} \right) \frac{dr}{dl} + \frac{d}{d\theta} \left(\frac{f_e}{r} \right) \frac{d\theta}{dl} = \frac{f_e}{r^2} \cos(\theta) + \frac{1}{r^2} \sin(\theta) \frac{df_e}{d\theta},$$

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dl} &= \frac{1}{2} r_p \left(\frac{r}{f_e} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{r^2} \left(f_e \cos(\theta) + \sin(\theta) \frac{df_e}{d\theta} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{f_e}{r_p r} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dr_p}{dl} = \\ &= \frac{1}{2} r_p \left(\frac{1}{r^3 f_e} \right)^{\frac{1}{2}} \left(f_e \cos(\theta) + \sin(\theta) \frac{df_e}{d\theta} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{f_e}{r_p r} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dr_p}{dl} = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{r_p f_e r}} \left(\frac{r_p}{r} \left(\sin(\theta) \frac{df_e}{d\theta} + f_e \cos(\theta) \right) + f_e \frac{dr_p}{dl} \right), \end{aligned}$$

уравнение нейтральной линии имеет вид:

$$\frac{d\alpha}{dl} = \frac{1}{2\sqrt{r_p f_e r}} \left(f_e C + \frac{r_p}{r} \left(\sin(\theta) \frac{df_e}{d\theta} + f_e \cos(\theta) \right) \right) = 0 \quad (4.1.6)$$

Если предположить, что при напряжении $\xi^* = \frac{\tau_{oct}^*}{\tau_e}$ начинается процесс

разрушения материала, а при напряжении $\xi = \frac{\tau_e}{\tau_e} = 1$ начинается пластическая

деформация, то полное приращение энергии пластической деформации в вершине трещины можно оценить как

$$\frac{dU_p}{dl} = \frac{3}{2} An\tau_e \beta^n \left(\iint_{S_1} \xi^n \frac{d\xi}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dl} drd\theta + \iint_{S_2} \xi^n \frac{d\xi}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dl} drd\theta \right) \quad (4.1.7)$$

где области S_1, S_2 – выделены цветом на рисунке 4.1.3.

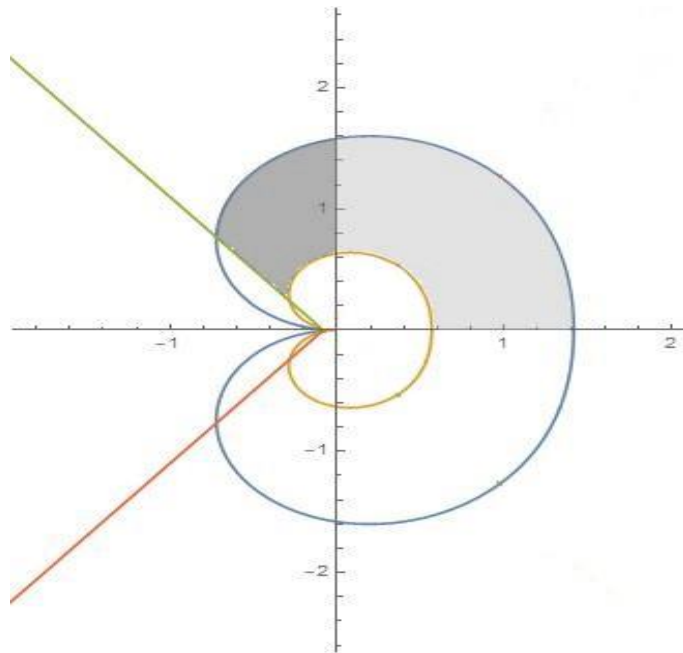


Рис. 4.1.3. Схема интегрирования при расчёте приращения пластической деформации в вершине трещины (нейтральная линия для простоты представлена прямой при $C = 0$ (см. выражение (4.1.8))).

Конкретизируя соотношение (4.1.7), получим:

$$\frac{dU_p}{dl} = \frac{3}{2} An\tau_e \beta^n \left(\int_0^{\theta_0} \int_{r=r_p f_e / \alpha_0}^{r=r_p f_e / \alpha_1} \left\{ \frac{r \xi^n}{2\sqrt{r_p f_e r}} \frac{d\xi}{d\alpha} \left(f_e C + \frac{r_p}{r} \left(\sin(\theta) \frac{df_e}{d\theta} + f_e \cos(\theta) \right) \right) \right\} dr d\theta + \right. \\ \left. + \int_0^{\theta_1} \int_{r=g(\theta)}^{r=r_p f_e / \alpha_1} \left\{ \frac{r \xi^n}{2\sqrt{r_p f_e r}} \frac{d\xi}{d\alpha} \left(f_e C + \frac{r_p}{r} \left(\sin(\theta) \frac{df_e}{d\theta} + f_e \cos(\theta) \right) \right) \right\} dr d\theta \right) \quad (4.1.8)$$

где

$$\alpha_0 = \frac{\tau_{oct}^{el}}{\tau_e} = \frac{\tau_{oct}}{\eta \tau_e} = \frac{\xi}{\eta} = \frac{(1 + B \xi^{3n-1}) \xi^*}{\left(1 + \frac{2(1+\nu)}{3} B \xi^{3n-1}\right)^{\frac{1}{2}}},$$

$$\alpha_1 = \frac{1 + B}{\left(1 + \frac{2(1+\nu)}{3} B\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\theta_0 - \text{решение уравнения: } f_e C + \frac{r_p}{r} \left(\sin(\theta_0) \frac{df_e}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_0} + f_e \cos(\theta_0) \right) = 0,$$

$$\theta_1 - \text{решение уравнения: } f_e C + \frac{r_p}{r} \left(\sin(\theta_1) \frac{df_e}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_1} + f_e \cos(\theta_1) \right) = 0,$$

Рассмотрим простейший случай: размер зоны пластической деформации мало меняется при приращении трещины $\left(C = \frac{dr_p}{dl} = 0\right)$ и величина зоны разрушения пренебрежимо мала $(\xi^* \rightarrow \infty)$.

При $C = 0$ уравнение нейтральной линии принимает вид:

$$\sin(\theta) \frac{df_e}{d\theta} + f_e \cos(\theta) = 0 \quad (4.1.9)$$

где f_e в полярных координатах имеет вид:

$$f_x = \frac{1}{4} \left(5 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right),$$

$$f_y = \frac{1}{4} \left(3 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right),$$

$$f_{xy} = \frac{1}{4} \left(\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right),$$

$$f_e = f_x^2 + f_y^2 - f_x f_y + 3f_{xy}^2$$

Величина $r = r_p f_e / \alpha_0 \rightarrow 0$ при $\xi^* \rightarrow \infty$.

Выражение для приращения энергии пластической деформации с учётом

$\frac{d\alpha}{dr} = \frac{1}{2} \left(\frac{r_p f_e}{r^3} \right)^{\frac{1}{2}}$ может быть записано в виде:

$$\frac{dU_p}{dl} = \frac{3}{2} An \tau_e \beta^n r_p \int_0^{\theta^*} \int_0^1 \left\{ \frac{\xi^n}{2\alpha^2} \left(\sin(\theta) \frac{df_e}{d\theta} + f_e \cos(\theta) \right) \right\} \quad (4.1.10)$$

где $\theta^* = \pm 79.1^\circ$ – решение уравнения (4.1.9).

Интегрируя соотношение (4.1.10) получим:

$$\frac{dU_p}{dl} = 7.77 \frac{n \tau_e^2 r_p}{n-1} \left(\frac{1+\nu}{G} \ln \left(\frac{\tau_0}{\tau_0 + GA} \right) - \frac{(1-2\nu)A}{2(\tau_0 + GA)} \right),$$

Для случая $\nu = 1/2$:

$$\frac{dU_p}{dl} = 11.655 \frac{n \tau_e^2 r_p}{(n-1)G} \ln \left(\frac{\tau_0}{\tau_0 + GA} \right) \quad (4.1.11)$$

Основной особенностью соотношения (4.1.9) является возможность проведения оценки диссипации энергии при произвольном напряжённом состоянии. Зависимость от напряжённого состояния определяется видом функции f_e . Например, для трещины нормального отрыва и поперечного сдвига можно записать:

$$\sigma_{xx}^{I,II} = \frac{K_{I,II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{(I,II)x},$$

$$\sigma_{yy}^{I,II} = \frac{K_{I,II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{(I,II)y},$$

$$\sigma_{xy}^{I,II} = \frac{K_{I,II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{(I,II)xy}$$

тогда выражение для f_e принимает вид:

$$f_e = (f_{Ix} + Rf_{Ily})^2 + (f_{Ix} + Rf_{IIy})^2 - (f_{Ix} - f_{Ily} + R(f_{IIx} - f_{IIy}))^2 + 6(f_{Ily} + Rf_{IIy})^2,$$

где R – отношение приложенных напряжений отрыва и сдвига.

Для сдвига распределение напряжений в вершине трещины имеет вид:

$$f_{IIx} = \frac{1}{4} \left(-5 \sin \left(\frac{\theta}{2} \right) + 3 \sin \left(\frac{3\theta}{2} \right) \right),$$

$$f_{IIy} = -\frac{3}{4} \left(\sin \left(\frac{\theta}{2} \right) + \sin \left(\frac{3\theta}{2} \right) \right),$$

$$f_{IIxy} = \frac{1}{4} \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + 3 \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right).$$

Уравнение для определения нейтральной кривой (4.1.9) для заданного R решается численно. Оценка для приращения энергии пластической деформации может быть записано в виде:

$$\frac{dU_p}{dl} = \frac{15}{2} \left(1 - \frac{4}{5} R + R^2 \right) \frac{n\tau_e^2 r_p}{n-1} \left(\frac{1+\nu}{G} \ln\left(\frac{\tau_0}{\tau_0 + GA}\right) - \frac{(1-2\nu)A}{2(\tau_0 + GA)} \right) \quad (4.1.12)$$

Для трещины при циклическом нагружении (рисунок 4.1.1), в соответствии с ранее высказанной гипотезой, полная диссипация энергии (приращение энергии пластической деформации) складывается из двух источников:

$$dU_p^{tot} = dU_p^{mon} + dU_p^{cyc}$$

где dU_p^{mon} – приращение энергии пластической деформации в монотонной зоне (рис. 4.1.3а), dU_p^{cyc} – приращение энергии пластической деформации в циклической зоне (рис. 4.1.1в).

Рассмотрим процесс циклического деформирования в вершине трещины. Расчёты будем производить для одного цикла нагружения. Схематично зависимость напряжения от деформации представлена на рисунке 4.1.4. На рисунке введены следующие обозначения: $\tilde{\tau}_{oct}$, – размах приложенных напряжений в октаэдрической плоскости, $\tilde{\tau}_e$ – размах упругих напряжений в октаэдрической плоскости, γ_p – размах пластических деформаций в октаэдрической плоскости.

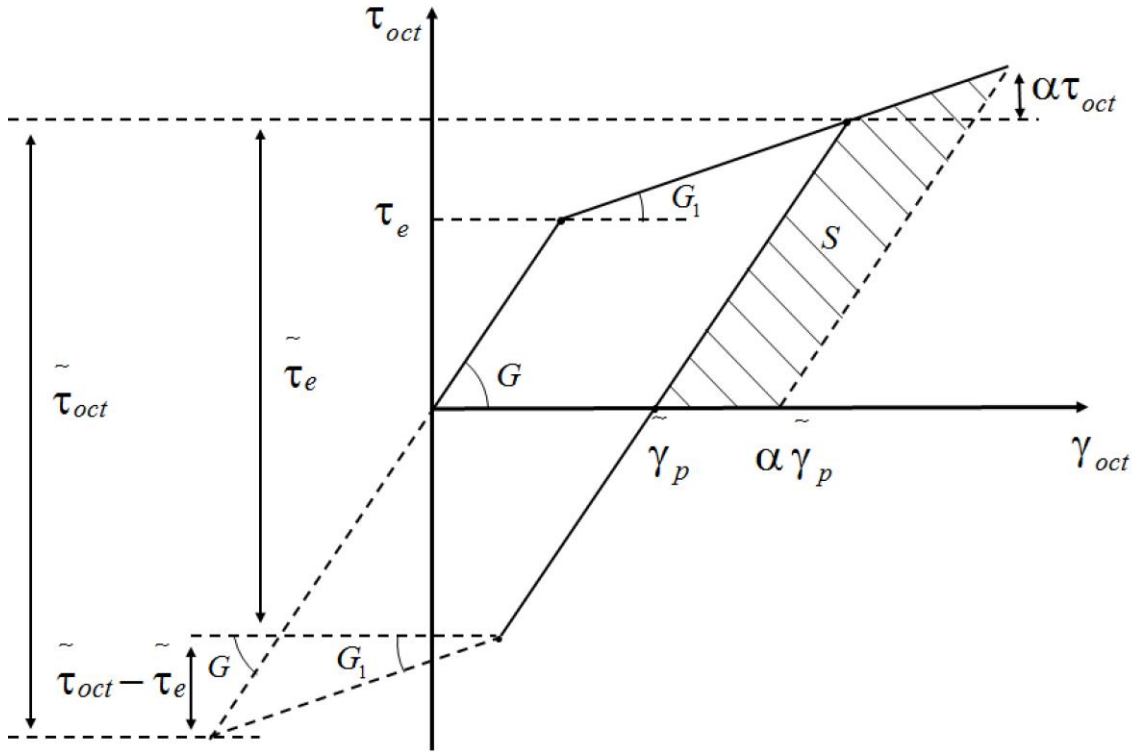


Рис. 4.1.4. Зависимость октаэдрического напряжения от октаэдрической деформации при циклическом деформировании в вершине трещины

Величина размаха пластической деформации в октаэдрической плоскости может быть оценена как

$$\gamma_p = (\tilde{\tau}_{oct} - \tilde{\tau}_e) \left(\frac{1}{G_t} - \frac{1}{G} \right)$$

Работа циклической пластической деформации для представительного объема, равная площади петли гистерезиса, может быть записана в виде:

$$u_p^{cyc} = \frac{3}{2} \tilde{\tau}_e \gamma_p = \frac{3}{2} \tilde{\tau}_e (\tilde{\tau}_{oct} - \tilde{\tau}_e) \left(\frac{1}{G_t} - \frac{1}{G} \right) = \frac{3\tilde{\tau}_e^2}{2G} (\xi - 1)(\lambda - 1)$$

Учитывая, что $\tilde{\tau}_{oct} = \eta \tilde{\tau}_{oct}^{el} = \left(\frac{G_s}{G} \right)^{\frac{1}{2}} \tilde{\tau}_{oct}^{el}$, запишем выражение для

$$\text{определения секущего модуля сдвига } G_s = \frac{\tilde{\tau}_{oct}}{\gamma_{oct}} = \frac{\tilde{\tau}_{oct}}{\frac{\tilde{\tau}_e}{G} + \frac{\tilde{\tau}_{oct} - \tilde{\tau}_e}{G_t}} = \frac{\xi}{1 + \lambda(\xi - 1)} G.$$

Введём величину

$$\alpha = \frac{\tilde{\tau}_{oct}^{el}}{\tilde{\tau}_e} = \left(\xi \left(1 + \lambda(\xi - 1) \right) \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\tilde{r}_p f_e}{r} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Энергия пластической деформации в зоне циклической пластической деформации у вершины трещины за один цикл деформирования может быть записана в виде:

$$\begin{aligned} U_p &= \frac{3\tilde{\tau}_e^2}{G} \int_0^\pi \int_{r=\tilde{r}_p f_e / \alpha_0}^{r=\tilde{r}_p f_e} \left\{ r(\xi-1)(\lambda-1) \right\} dr d\theta = \\ &= \frac{3\tilde{\tau}_e^2(\lambda-1)\tilde{r}_p^2}{G} \int_0^\pi \int_1^{\xi_0} \left\{ f_e^2 \frac{(\xi-1)(2\lambda\xi-\lambda+1)}{\xi^3(\xi-1)^3} \right\} d\xi d\theta \end{aligned} \quad (4.1.13)$$

где \tilde{r}_p – характерный размер зоны циклической пластической деформации.

Интегрируя выражение (4.1.13) получим:

$$U_p = \frac{4.326\tilde{\tau}_p^2 r_p^2 (1+\lambda)}{G(\lambda-1)^2 \zeta_0^2} \left(\frac{\zeta_0^2(1+\lambda+\lambda^2) - 2\zeta_0^2 - 2\zeta_0 + \zeta_0^2 + \lambda^3 - 2\lambda(\lambda-1)\zeta_0^2 \ln(\zeta_0)}{1+\lambda} \right) \quad (4.1.14)$$

где, $\zeta_0 = \frac{1+\lambda(\xi_0^2-1)}{\xi_0^2}$

Для производной $\frac{du_p}{dl}$ запишем

$$\frac{du_p}{dl} = \frac{3\tilde{\tau}_e^2}{2G} (\lambda-1) \frac{d\xi}{dl},$$

или

$$\begin{aligned} \frac{dU_p}{dN} &= \frac{3\tilde{\tau}_e^2(\lambda-1)}{G} \int_0^\pi \int_{r=\tilde{r}_p f_e / \alpha_0}^{r=\tilde{r}_p f_e} \left\{ r \frac{d\xi}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dN} \right\} dr d\theta = \\ &= \frac{3\tilde{\tau}_e^2(\lambda-1)}{G} \int_0^\pi \int_1^{\xi_0} \left\{ \frac{d\alpha}{dN} \frac{2\tilde{r}_p f_e^2}{\left(\xi(1+\lambda\xi-\lambda) \right)^{\frac{5}{2}}} \right\} d\xi d\theta = \\ &= \frac{3\tilde{\tau}_e^2(\lambda-1)}{G} \int_0^\pi \int_1^{\xi_0} \left\{ \frac{\alpha^3}{2r_p f_e^2} \frac{2\tilde{r}_p f_e^2}{\left(\xi(1+\lambda\xi-\lambda) \right)^{\frac{5}{2}}} (f_e \sin(\theta)) \frac{d\alpha}{dN} \frac{d}{d\theta} \right\} d\xi d\theta \end{aligned} \quad (4.1.15)$$

Равенство нулю соотношения (4.1.15) означает, что при движении трещины энергия пластической деформации в циклической зоне в вершине трещины не изменяется и на зависимости интенсивности диссипации энергии от времени может наблюдаться плато.

Для работы пластической деформации в зоне монотонной пластической деформации из анализа схемы, представленной на рисунке 4.1.5 (площадь заштрихованной области) имеем:

$$u_p = \frac{3}{2} \tau_{oct} \frac{d\gamma_p}{dN} + \frac{3}{4} \frac{d\tau_{oct}}{dN} \frac{d\gamma_p}{dN} = \frac{3}{2} \frac{\tau_{oct}}{G} (\lambda-1) \frac{d\tau_{oct}}{dN} + \frac{3}{4G} (\lambda-1) \left(\frac{d\tau_{oct}}{dN} \right)^2,$$

с точностью до слагаемых второго порядка малости получаем:

$$u_p = \frac{3}{2} \frac{\tau_e^2}{G} \xi (\lambda-1) \frac{d\xi}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dl} \frac{dl}{dN}$$

Для работы пластической деформации в вершине трещины в зоне монотонной пластической деформации по аналогии с соотношением (4.1.8) запишем:

$$\begin{aligned} U_p &= \frac{3}{2} \int_0^{\theta_0} \int_{r=r_p f_e / \alpha_0}^{r=r_p f_e} \left\{ r \xi \frac{\tau_e^2 (\lambda-1) \alpha^3}{r_p f_e^2} \frac{d}{d\theta} (f_e \sin(\theta)) \frac{d\xi}{d\alpha} \frac{dl}{dN} \right\} dr d\theta = \\ &= \frac{3\tau_e^2 r_p (\lambda-1)}{G} \frac{dl}{dN} \int_0^{\theta_0} \int_1^{\xi_1} \left\{ \frac{d}{d\theta} (f_e \sin(\theta))^3 \right\} \frac{d\xi}{1 + \lambda(\xi-1)} d\theta \end{aligned} \quad (4.1.16)$$

$$\text{где } \xi_1 = \frac{\lambda-1}{\lambda G} \left(1 + \left(1 + \frac{4\gamma^2 \lambda}{(1-R)^2 (\lambda-1)^2} \right) \right).$$

Интегрируя выражение (4.1.16) получим:

$$U_p = \frac{3.885(\lambda-1)}{G\lambda} \frac{\tau_e^2 r_p}{(1-R)^2 f_e^2} \frac{dl}{dN} \ln \left(\frac{\lambda-1}{2} \left(\left(1 + \frac{4\gamma^2 \lambda}{(1-R)^2 (\lambda-1)^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right) \right) \quad (4.1.17)$$

Используя соотношения (4.1.14) и (4.1.17) получим выражение для работы пластической деформации в вершине трещины.

$$\begin{aligned} U_p^{tot} &= U_p^{cyc} + U_p^{mon} = \frac{4.326 \tilde{\tau}_e^3 r_p^2 (1+\lambda)}{G(\lambda-1)^2 \zeta_0^2} \left(\frac{\zeta_0^2 (1+\lambda+\lambda^2) - 2\zeta_0^2 - 2\zeta_0 +}{+\frac{\zeta_0^2 + \lambda^3 - 2\lambda(\lambda-1)\zeta_0^2 \ln(\zeta_0)}{(1+\lambda)}} \right) + \\ &+ \frac{3.885(\lambda-1)}{G\lambda} \frac{\tau_e^2 r_p}{(1-R)^2 f_e^2} \frac{dl}{dN} \ln \left(\frac{\lambda-1}{2} \left(\left(1 + \frac{4\gamma^2 \lambda}{(1-R)^2 (\lambda-1)^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right) \right) \end{aligned} \quad (4.1.18)$$

или

$$U_p^{tot} = W_1(\sigma_\tau^2) + W_2(\sigma_\tau^2) \frac{dl}{dN} \quad (4.1.19)$$

Соотношение (4.1.19) можно непосредственно использовать для построения корреляционной зависимости скорости усталостной трещины от величины диссипируемой энергии, предполагая $U_p^{tot} = Q$, или использовать его для построения уравнения, описывающего рост усталостной трещины.

Предполагая, что бóльшая (фиксированная) часть работы пластической деформации переходит в тепло, рассмотрим баланс энергии в вершине трещины:

$$\dot{U} = \int \dot{W} dV + \int \rho \dot{\gamma} dV + Q + \Lambda \quad (4.1.20)$$

где \dot{U} – скорость изменения внутренней энергии, $\int \dot{W} dV$ – изменение упругой энергии, $\int \rho \dot{\gamma} dV$ – энергия разрушения (включая образование свободной поверхности и зоны разрушения), Q – диссипация тепла, Λ – внешние потоки тепла.

Одновременно изменение энергии равно работе внешних сил и притоку тепла в систему:

$$\dot{U} = \int \bar{T} \dot{u} dS + \Lambda \quad (4.1.21)$$

Сравнивая соотношения (4.1.20) и (4.1.21), получим:

$$\int \rho \dot{\gamma} dV + Q = \int \bar{T} \dot{u} dS - \int \dot{W} dV \quad (4.1.22)$$

Переходя в систему координат, связанную с вершиной трещины $\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial t} - i \frac{\partial x}{\partial X}$, предполагая $\frac{\partial \gamma}{\partial t} = 0$ и используя определение для величины коэффициента Тейлора-Квини $Q = \beta U_p^{tot}$ можно записать

$$\int \left(\sigma_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} - \frac{\partial W}{\partial t} \right) dV + i \int \left(W n_i - T_i \frac{\partial u_i}{\partial X} - \beta U_p \right) dS = \beta U_p - i \int \rho \frac{\partial \gamma}{\partial X} dV$$

или

$$i = \frac{\int \left(\sigma_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} - \frac{\partial W}{\partial t} \right) dV - \beta U_p}{\int \rho \frac{\partial \gamma}{\partial X} dV - J - \beta U_p} \quad (4.1.23)$$

Окончательно, замечая, что $\int \left(\sigma_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} - \frac{\partial W}{\partial t} \right) dV$ – скорость изменения работы пластической деформации

$$i = \frac{(1 - \beta) U_p}{U_f - J - (1 - \beta) U_p} \quad (4.1.24)$$

Переходя к механическим параметрам в соотношении (4.1.24) можно записать

$$i = \frac{\tilde{r}_p^2 f(G, G_t, \xi_0, \tau_e, \beta)}{r_c - r_p} = \frac{(1 - R)^4 K_{\max}^4}{K_c^2 - K_{\max}^2} f(G, G_t, \xi_0, \tau_e, \beta) \quad (4.1.25)$$

Анализ соотношений (4.1.24), (4.1.25) показывает, что рост диссипации энергии как в монотонной, так и в циклической зонах пластической деформации приводит к росту скорости трещины. При этом скорость трещины прямо пропорциональна диссипации в циклической зоне пластической деформации. Рост диссипации энергии в монотонной зоне пластической деформации, как и рост величины J -интеграла ведёт к уменьшению значения выражения, стоящего в знаменателе, и, как следствие, к росту скорости усталостной трещины.

4.2. Экспериментальная верификация гипотезы Диксона (эквивалентности реальных и упругих деформаций у вершины трещины)

Ключевым для обоснования подхода, предложенного в разделе 4.1, является справедливость гипотезы Диксона (соотношение (4.1.1)). Несмотря на её экспериментальное подтверждение, выполненное в ряде предыдущих работ [113,115], современный этап развития методов экспериментальной механики деформируемого твёрдого тела, позволяет провести её прямую проверку для исследуемых материалов с использованием метода корреляции цифровых изображений.

Для проверки гипотезы Диксона в работах [113,115] каждый образец с центральным разрезом полировался в несколько этапов с завершающим полированием алмазной пастой. Затем металлическую поверхность обезжировали и наносили слой эпоксидного клея Araldite CT200 толщиной приблизительно 0.4- 0.8 мм для реализации фотоупругого анализа. В нанесённом слое делался надрез, совпадающий с надрезом в образце. В процессе эксперимента в образце за счёт приложения циклической нагрузки с коэффициентом асимметрии цикла $R > 0$ выращивалась усталостная трещина. При достижении необходимой длины (достаточной для проведения измерений и малой по сравнению с размерами образца) к образцу прикладывалась постоянная нагрузка и фотографировались распределение интенсивности интерференционной картины (картины изохроматических полос). В результате были определены распределения деформации для

различных уровней напряжения в вершине усталостной трещины и показана возможность использования введённой гипотезы.

В работах [114,116] на основе гипотезы Диксона показано, что работа пластической деформации и, как следствие, диссипация тепла в вершине трещины, может быть разделена на две части, соответствующие циклической (обратимой) и монотонной пластическим зонам. Этот вывод нашел экспериментальное подтверждение в работах [117,118], где на основе энергетического подхода показана удовлетворительная корреляция между скоростью роста усталостной трещины и скоростью диссипации тепла в области ее вершины.

Реальные форма и размер зоны пластической деформации зависят от большого набора факторов, включающих свойства материала и условия нагружения [119-121]. Так в работе [122] показано, что увеличение коэффициента Пуассона приводит к значительному уменьшению размеров пластической зоны, значительное сужение наблюдается вдоль направления оси трещины. Одним из результатов работы [123] является установление связи коэффициента асимметрии цикла с соотношением глубины монотонной и циклической пластических зон под поверхностью усталостных изломов при длине трещины, равной длине зоны стабильного роста трещины на поверхности усталостных изломов. Степень соответствия результатов аналитических расчётов с полями напряжений и деформаций определяется на основе прямых натурных или полунатурных экспериментов. Экспериментальные способы регистрации реального поля деформаций у вершины усталостной трещины начали свое развитие с методик на основе фотоупругих покрытий [124]. Современные технологии располагают оптическими камерами высокого разрешения, которые позволяют бесконтактно регистрировать изображения поверхности материала в процессе деформирования и с последующим применением метода корреляции цифровых изображений получать поля деформации в интересующей области [125,126].

Для расчёта секущего модуля материала в соотношении (4.1.1) сделано допущение о равенстве эффективных характеристик и осевых.

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} = \sigma_y$$

$$\varepsilon_e = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{xz}^2)} = \varepsilon_y$$

Напряжение σ_y и деформация ε_y определяются из эксперимента по одноосному растяжению. Для каждой точки на диаграмме деформирования (рис. 4.2.1) рассчитан секущий модуль (рис. 4.2.2).

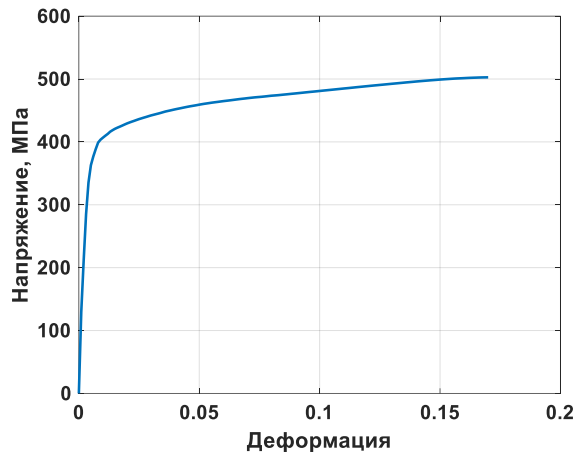


Рис. 4.2.1. Диаграмма деформирования

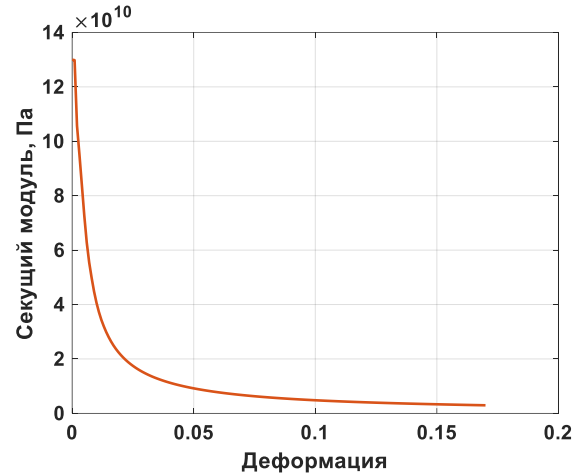


Рис. 4.2.2. Секущий пластический модуль

Для моделирования процесса деформирования плоского образца с боковой трещиной различной длины решается задача линейной теории упругости для плоского-напряжённого состояния в пакете конечно-элементного моделирования Comsol Multiphysics на основе системы уравнений:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0 \\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} I_1(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{g} + \frac{E}{1+\nu} \boldsymbol{\varepsilon}, \\ \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} [\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T] \end{cases}$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор деформаций, $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений, $I_1(\boldsymbol{\varepsilon})$ – первый инвариант тензора деформации, \mathbf{u} – вектор перемещений, \mathbf{g} – единичный тензор, ν – коэффициент Пуассона.

При моделировании поведения образца при одноосном растяжении задавались следующие граничные условия: один торец жестко закреплен, на втором торце – усилие, соответствующее максимальному усилию в цикле, реализованному в лабораторных циклических испытаниях образцов. Трещина задавалась в виде треугольного выреза с радиусом кривизны 100 мкм. Расчётная область разбивалась на конечные элементы с уменьшением

их размера от крупного (торцы образца) до минимального (область перед треугольным вырезом). Для определения допустимого минимального размера конечных элементов предварительно было проведено исследование на сеточную сходимость. Размер конечных элементов уменьшался до тех пор, пока изменение осевой деформации в районе выреза по сравнению с предыдущим шагом (размером элементов) превышало 5%. Итоговый размер конечного элемента в области вершины трещины составил 22 мкм. При расчёте использовалась линейная аппроксимация поля перемещений на элементе. Для пересчёта поля компоненты тензора деформации (ε_y) вдоль оси образца, полученное в результате численного решения упругой задачи, в поле осевой компоненты тензора полных деформаций, использовалась формула:

$$\varepsilon_y^{\text{ef}} = \left(\frac{E}{E_s} \right)^{\frac{1}{2}} \varepsilon_y^{\text{el}}, \quad (4.2.2)$$

где $\varepsilon_y^{\text{el}}$ - компонента полной деформации вдоль оси образца из решения упругой задачи, $\varepsilon_y^{\text{ef}}$ - компонента полной деформации вдоль оси образца. Секундный модуль в формуле (4.2.2) определяется из диаграммы деформирования и зависит от полной деформации. В результате требуется решить трансцендентное уравнение:

$$\varepsilon_y^{\text{ef}} = \left(\frac{E}{E_s(\varepsilon_y^{\text{ef}})} \right)^{\frac{1}{2}} \varepsilon_y^{\text{el}},$$

Для упрощения решения в данной работе предлагается в качестве аргумента функции секундного модуля использовать упругую деформацию из численного расчёта $\varepsilon_y^{\text{ef}} = \varepsilon_y^{\text{el}}$. Тогда уравнение для расчёта полной деформации принимает вид:

$$\varepsilon_y^{\text{ef}} = \left(\frac{E}{E_s(\varepsilon_y^{\text{el}})} \right)^{\frac{1}{2}} \varepsilon_y^{\text{el}},$$

Верификация используемого соотношения для расчёта поля полной деформации вблизи вершины трещины проводилась по результатам прямого измерения поля деформации в процессе роста усталостной трещины.

Для регистрации поля деформации у вершины усталостной трещины использовался метод корреляции цифровых изображений. Запись

изображений производилась оптической камерой Basler acA2440-75uc с объективом TC23007 OptoEngineering для достижения пространственного разрешения не менее 3 мкм. Частота записи данных составляла 100 Гц. Обработка полученных данных проводилась на основе программного обеспечения Lavision. Перед применением методов корреляции цифровых изображений для каждого кадра производилась корректировка по уровню дисторсии линзы, компенсация относительного движения образца и регулировка освещённости.

Плоские образцы с боковым концентратором напряжений (рис. 4.2.3), изготовленные из технического титана Вn1-0 в состоянии поставки подвергались циклическому деформированию с одновременной регистрацией поля деформации в области концентратора напряжений. Перед началом эксперимента поверхность образцов полировалась.

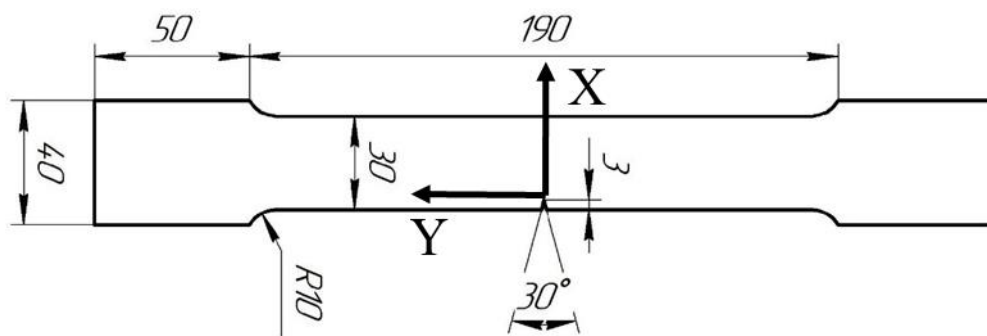


Рис. 4.2.3. Геометрия образцов (толщина листа технического титана ВТ1-0, начало координат в вершине выреза)

Циклическое нагружение образцов производилось на сервогидравлической испытательной машине Vi-00-100 с постоянной максимальной нагрузкой в цикле 7.5 кН. Частота нагружения составляла 10 Гц, коэффициент асимметрии цикла – $R=0.1$. Длина трещины в ходе испытания измерялась методом падения электрического потенциала. Поле деформации в области вершины усталостной трещины регистрировалось при разных длинах трещины.

На рисунках 4.2.4 – 4.2.6 представлены характерные поля компоненты тензора деформации вдоль оси образца в области вершины трещины, полученные методом корреляции цифровых изображений в ходе усталостных испытаний образцов и результаты вычислений. В распределении

деформаций, полученных методом корреляции цифровых изображений, наблюдается отсутствие симметрии. Это, вероятно, вызвано неидеальностью условий нагружения (закрепление образца, соосность захватов), постобработкой данных видеосистемы (коррекция дисторсии и угла съёмки, компенсация движения объекта как жёсткого целого), которые становятся заметны на измеряемом масштабе порядка 2 мм. Из диаграммы деформирования материалов определён предел пропорциональности, который соответствует деформации 0.34 % для ВТ1-0. Это значение деформации соответствуют границам, отделяющим пластическую деформацию от упругой в области вершины трещины. На рисунках 4.2.4 – 4.2.6 выделена изолиния, разделяющая упругую и пластическую деформацию.

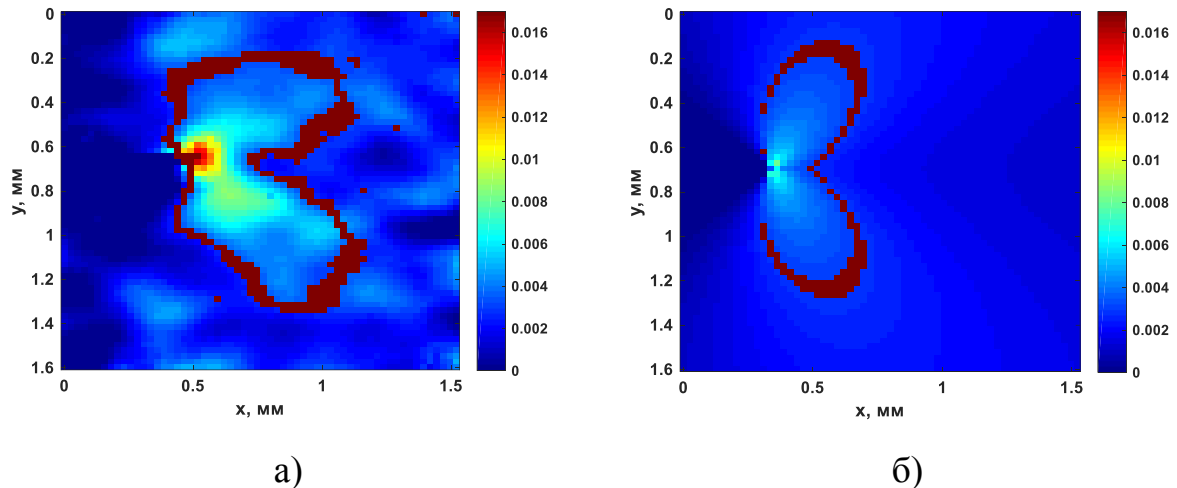


Рис. 4.2.4. Поле компоненты тензора деформации вдоль оси образца в области вершины трещины в техническом титане ВТ1-0, полученное методом корреляции цифровых изображений (а) и рассчитанное аналитически по формуле Диксона (б) при длине трещины 7 мм

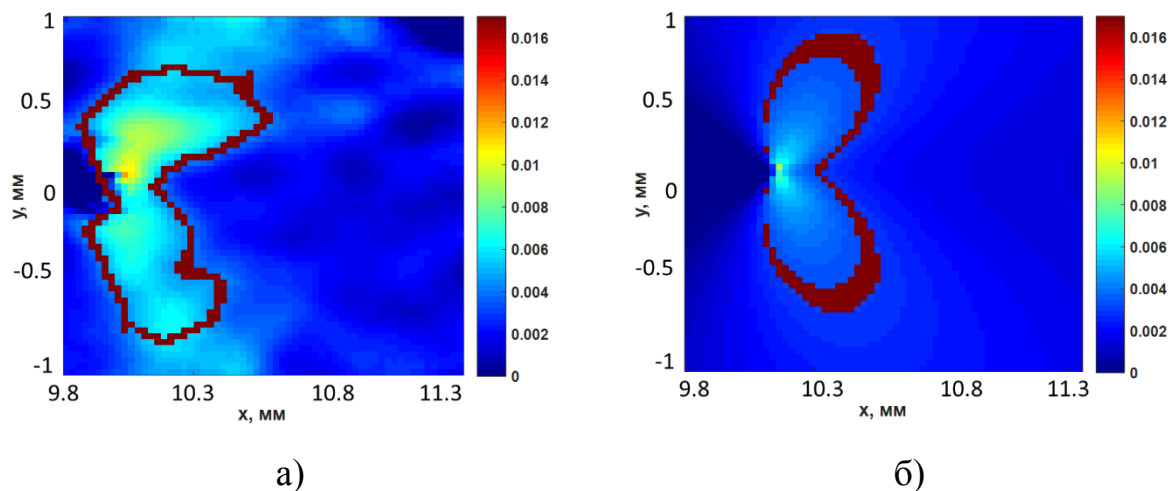


Рис. 4.2.5. Поле компоненты тензора деформации вдоль оси образца в области вершины трещины в техническом титане Вt1-0, полученное методом корреляции цифровых изображений (а) и рассчитанное аналитически по формуле Диксона (б) при длине трещины 10 мм

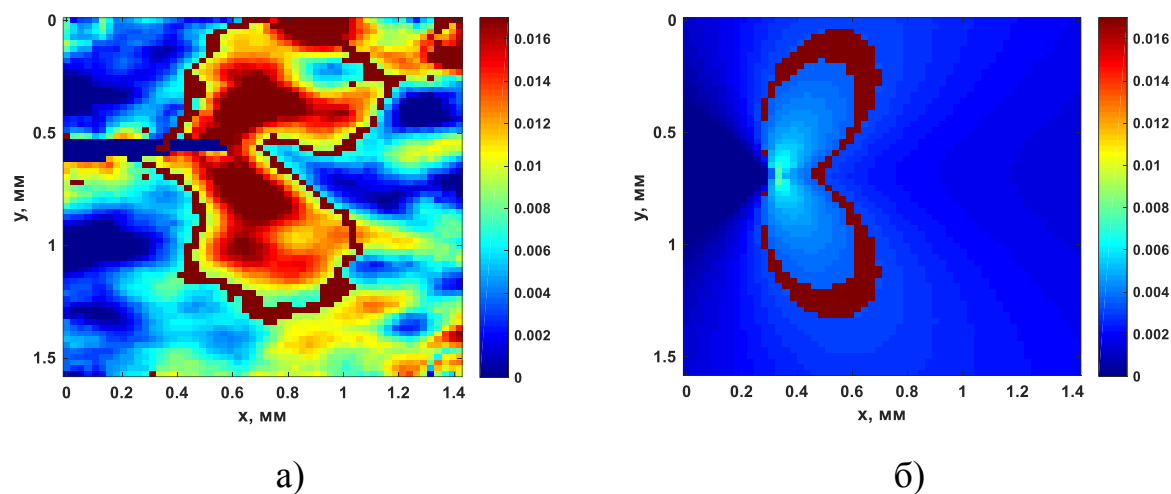


Рис. 4.2.6. Поле компоненты тензора деформации вдоль оси образца в области вершины трещины в техническом титане Вt1-0, полученное методом корреляции цифровых изображений (а) и рассчитанное аналитически по формуле Диксона (б) при длине трещины 17 мм

На рис. 4.2.7 представлено сравнение размера зоны пластической деформации в области вершины трещины, полученное в эксперименте и рассчитанное аналитически (ось OX направлена вдоль направления

распространения трещины). Представлены результаты измерений для трёх величин длины трещины.

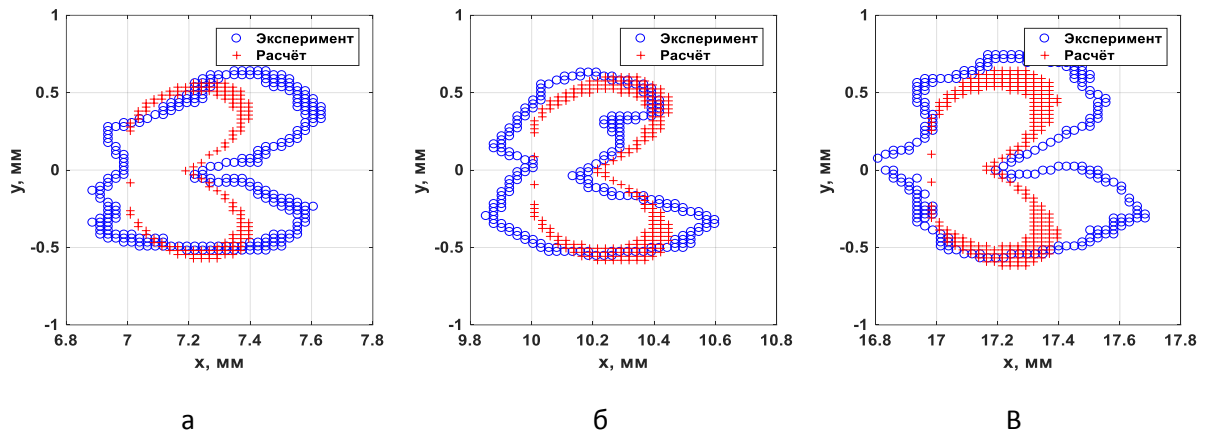


Рис. 4.2.7. Характерный размер зоны пластических деформаций для длин трещины 7 мм (89×10^3 циклов) (а), 12 мм (97×10^3 циклов) (б), 17 мм (100×10^3 циклов) (в) на образцах из технического титана ВТ1-0.

В таблице 4.2.1 представлены экспериментальные и аналитические значения размера зоны пластической деформации в области вершины трещины. Под размером области пластической деформации понимается диаметр окружности, в которую вписывается изолиния деформации (выделена на рис. 4), соответствующая пределу пропорциональности.

Таблица 4.2.1. Размер зоны пластической деформации в области вершины трещины.

Материал	Длина трещина, мм	Эксперимент, мм	Численный расчёт, мм	Ошибка, %
ВТ1-0	7	1,22	1,15	5,74
ВТ1-0	10	1,27	1,2	5,51
ВТ1-0	17	1,33	1,28	3,76

Получено качественно удовлетворительное соответствие оценки размера зоны пластической деформации на основе гипотезы Диксона и экспериментальных значений величины области пластических деформаций,

оцененных методом корреляции цифровых изображений даже при значительных длинах трещин. На основе гипотезы Диксона предложен метод пересчёта упругого решения для поля деформации в вершине усталостной трещины, полученного численным методом в поле полных деформаций с использованием секущего модуля упругости.

4.3. Верификация соотношения для скорости роста усталостной трещины на основе данных датчика теплового потока.

Учитывая полученное соотношение для связи энергии пластической деформации в области вершины усталостной трещины, проведён анализ экспериментальных данных о кинетике роста усталостной трещины в нержавеющей стали 08X18H10 и техническом титане Вt1-0 при одноосном нагружении. Принимая во внимание, что бóльшая часть энергии пластической деформации переходит в тепловую энергию можно сделать предположение, что скорость трещины пропорциональна тепловому потоку, как это было показано в главе 3. В результате, предложена аппроксимация для соотношения, связывающего тепловой поток и скорость роста трещины, учитывающая условия нагружения.

$$Q \approx U_p^{\text{tot}} = A(1-R)^2 \sigma^2 + B(1-R)^2 \sigma^2 \frac{dl}{dN}, \quad (4.3.1)$$

где Q – тепловой поток в области вершины усталостной трещины, σ – амплитуда приложенного циклического нагружения, A , B – константы.

По экспериментальным данным, полученным при одноосном нагружении образцов, определены константы A , B в соотношении (1) для исследуемых материалов. Значения констант для нержавеющей стали 08X18H10 и технического титана Вt1-0 представлены в таблице 4.3.1.

Таблица 4.3.1. Значения констант в соотношении (4.3.1).

Материал	A , Вт/(Па ²)	ΔA , Вт/(Па ²)	δA , %	B , Вт/ (Па ² м/цикл)	ΔB , Вт/ (Па ² м/цикл)	δB , %
08X18H10	5,66E-18	2,67E-19	4,72	4,34E-11	3,02E-12	6,97
Вt1-0	3,60E-17	1,28E-18	3,56	3,32E-12	1,03E-13	3,11

На рисунке 4.3.1а представлен характерный вид кривой, отражающей тепловой поток в процессе роста усталостной трещины, с выделенными характерными стадиями. На стадии с постоянным или слабо меняющимся тепловым потоком определяется константа A в соотношении (4.3.1). На рисунке 4.3.1б представлена характерная прямая, отражающая зависимость скорости роста трещины от теплового потока, по тангенсу угла наклона которой определяется константа B .

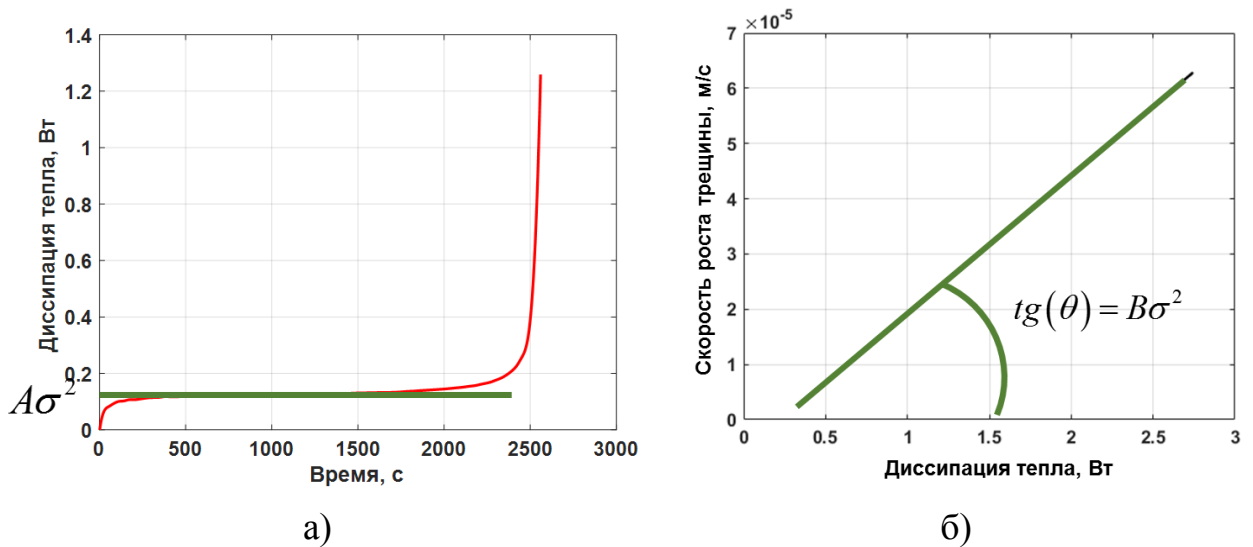


Рис. 4.3.1. Определение констант в соотношении 4.3.1 для связи теплового потока и скорости роста усталостной трещины.

С использованием полученных констант и соотношения 4.3.1 проведён расчёт теплового потока по экспериментальным данным о скорости роста трещины в процессе двухосного нагружения образцов из исследуемых материалов. Сравнение расчётных и измеренных данных представлено на рисунках 4.3.2 и 4.3.3.

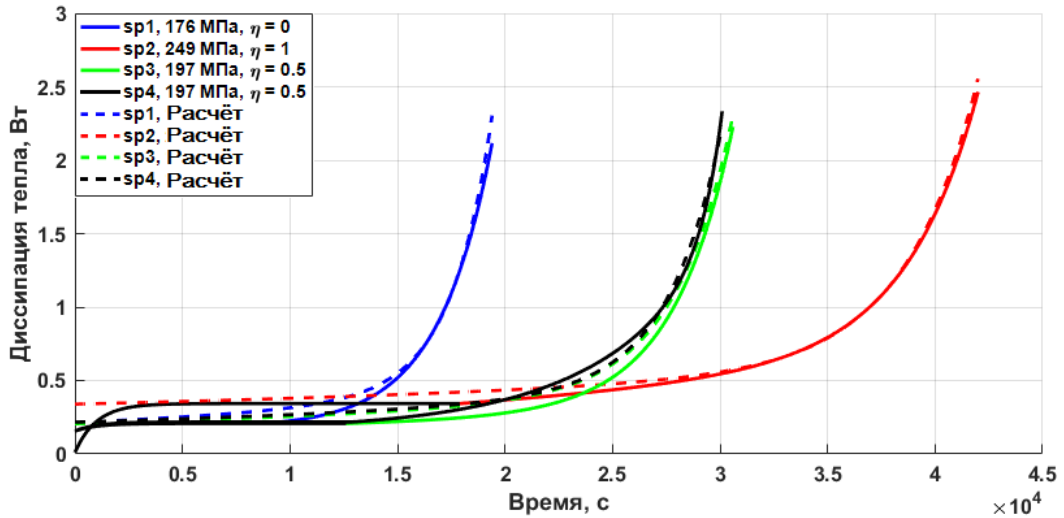


Рис. 4.3.2. Тепловой поток при двухосном нагружении образцов из нержавеющей стали 08X18H10: измеренное и рассчитанное.

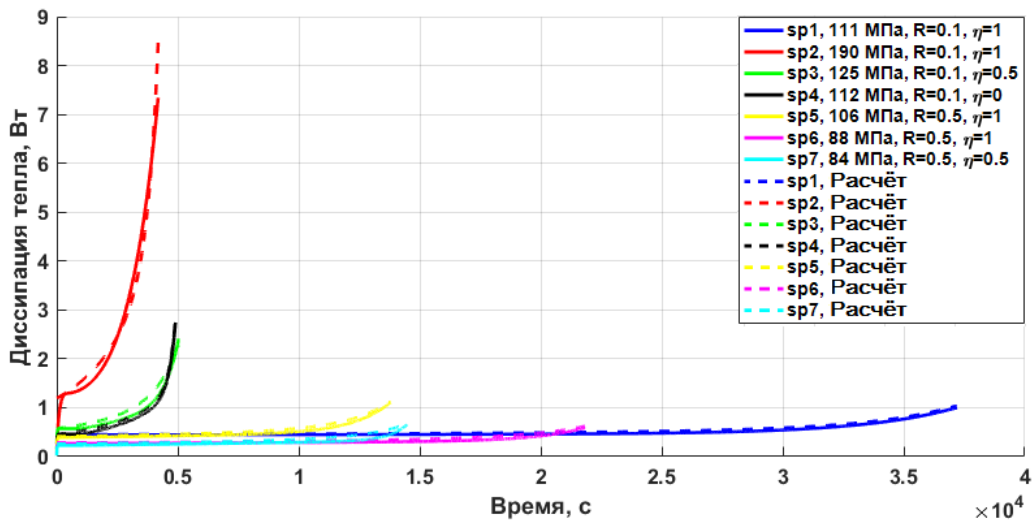


Рис. 4.3.3. Тепловой поток при двухосном нагружении образцов из технического титана Vt1-0: измеренное и рассчитанное.

На представленных графиках видно соответствие измеренного и рассчитанного теплового потока. Таким образом, уравнение (4.3.1) с удовлетворительной точностью позволяет связать скорость роста усталостной трещины и тепловой поток в её вершине. Таким образом, с помощью разработанного датчика теплового потока можно оценить скорость роста усталостной трещины и спрогнозировать характер её дальнейшего развития.

Для демонстрации возможности расширения применимости предложенного соотношения на случай двухосного нагружения построена зависимость (рисунки 4.3.4, 4.3.5) скорости роста трещины от параметра Q^* (нормированный тепловой поток), определяемого как:

$$Q^* = \frac{Q}{(1-R)^2 \sigma^2} - A \sim \frac{dl}{dN} \quad (4.3.2)$$

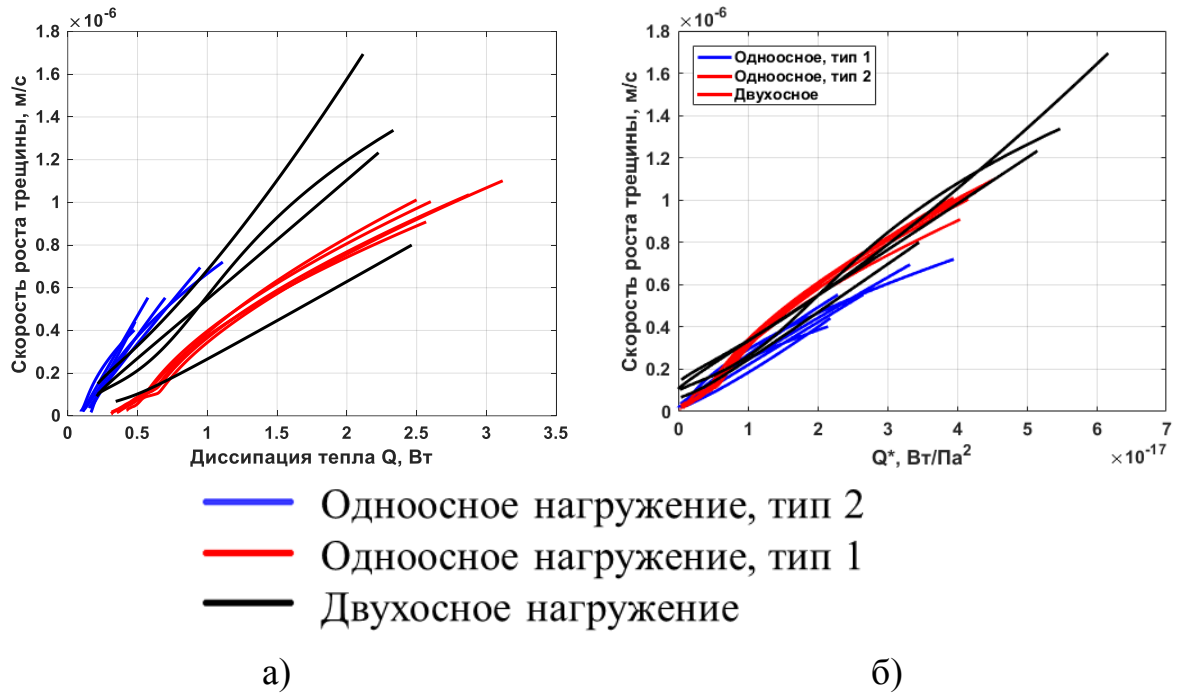


Рис. 4.3.4. Зависимость скорости роста трещины от теплового потока (а) и нормированного теплового потока (б) для нержавеющей стали 08X18H10.

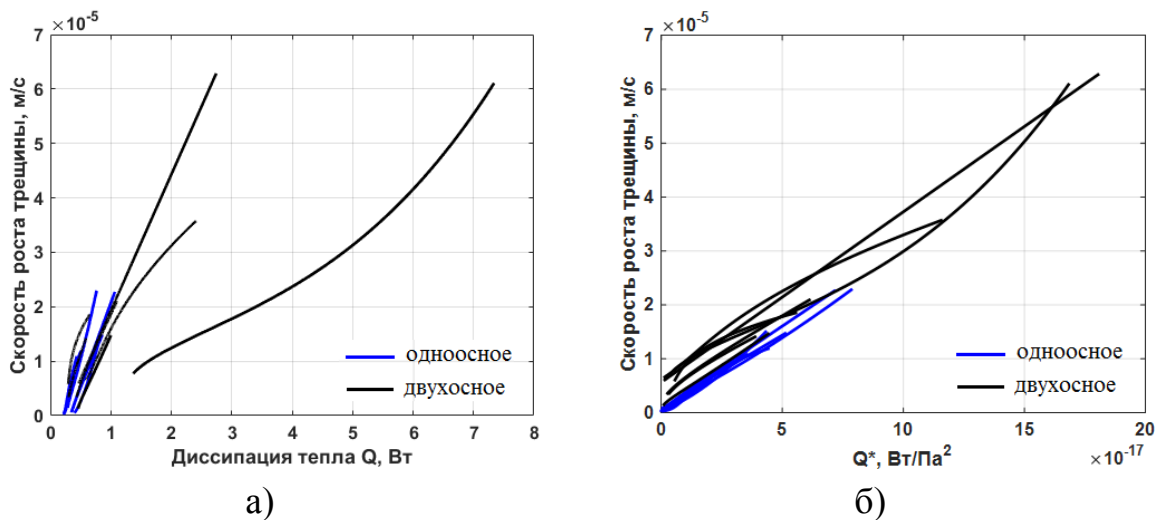


Рис. 4.3.5. Зависимость скорости роста трещины от теплового потока (а) и нормированного теплового потока (б) для технического титана VT1-0

Соотношение (4.3.1) содержит два слагаемых, одно из которых не зависит от скорости роста трещины, а определяется только из условий нагружения.

Из этого следует, что на этапе зарождения трещины тепловой поток определяется энергией пластической деформации в циклической зоне и не зависит от скорости движения трещины. С развитием трещины увеличивается влияние зоны монотонной пластической деформации на процесс диссипации энергии, величина которой начинает возрастать пропорционально скорости роста трещины.

Выводы

Анализ данных инфракрасной термографии, описанных в [112], и экспериментальных результатов, полученных в третьей главе диссертации, позволил предложить теоретический подход для оценки мощности диссипации энергии в вершине трещины и разделить источник диссипации на две составляющих. Использование гипотезы Диксона позволило обосновать вид аппроксимационного соотношения, связывающего процесс диссипации энергии в вершине трещины и скорость её распространения. Наличие двух составляющих в источнике диссипации позволило сформулировать гипотезу о связи составляющих диссипации с процессами, происходящими в циклической и монотонной зонах пластической деформации у вершины трещины. Конкуренция введённых составляющих потока тепла, генерируемого в вершине трещины, удовлетворительно описывает двухстадийный характер диссипации энергии. В частности, один из источников диссипации энергии, ассоциированный с циклической зоной пластической деформации, не зависит от скорости роста усталостной трещины и определяет наличие плато на графике зависимости потока тепла от скорости трещины для малых скоростей развития трещины. Второй источник может быть представлен линейной функцией от скорости распространения трещины и явно описывает рост диссипации энергии на завершающей стадии процесса развития трещины.

Для проверки основной гипотезы, заложенной в теоретическую модель, экспериментально исследованы поля деформации в вершине трещины методом цифровой корреляции изображений. С использованием оптической

камеры Basler acA2440-75uc с объективом TC23007 OptoEngineering достигнуто пространственное разрешение не более 3 мкм и показана возможность применения гипотезы Диксона для анализа усталостных трещин в металлах.

На основе предложенного аппроксимационного соотношения исследован процесс распространения усталостных трещин и диссипации энергии в образцах, изготовленных из нержавеющей стали 08X18H10 и технического титана Вt1-0. Константы, фигурирующие в этом соотношении и определённые по экспериментальным данным теплового потока и скорости роста трещины при одноосном нагружении, использовались для расчета диссипации энергии на основе данных скорости роста трещины при двухосном нагружении. Экспериментальные данные теплового потока в этих условиях нагружения показали удовлетворительную корреляцию с рассчитанными значениями. Это позволяет говорить о возможности расширения применимости предложенного соотношения на случай двухосного нагружения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итоги выполненного исследования

В результате выполнения работы предложена методика измерения теплового потока при проведении усталостных испытаний, основанная на использовании оригинального контактного датчика теплового потока. Разработаны и реализованы методики калибровки контактного датчика теплового потока и показаны его преимущества при измерении теплового потока от образца в процессе циклического деформирования по сравнению с методом инфракрасной термографии.

С использованием разработанного подхода проведены измерения скорости диссипации энергии в вершине усталостной трещины в образцах из нержавеющей стали 08X18H10 и титане Вt1-0 при одноосном и двуосном деформировании. Экспериментально показан универсальный двухстадийный характер диссипации энергии в вершине усталостной трещины, распространяющейся в режиме Париса. Выдвинута гипотеза о связи источников диссипации энергии с зонами пластической деформации в вершине трещины. Один из источников диссипации энергии, ассоциированный с циклической зоной пластической деформации, не зависит от скорости роста усталостной трещины и определяет наличие плато на графике зависимости потока тепла от скорости трещины для малых скоростей развития трещины. Второй источник может быть представлен линейной функцией от скорости распространения трещины и явно описывает рост диссипации энергии на завершающей стадии процесса развития трещины.

Для обоснования предложенного подхода экспериментально подтверждена гипотеза о возможности оценки поля неупругих деформации в вершине трещины на основе решения задачи линейной теории упругости (гипотеза Диксона) и предложена оценка работы пластической деформации в монотонной и циклической зонах пластической деформации в вершине трещины. На основе полученных соотношений предложено аппроксимационное соотношение для оценки скорости роста усталостной трещины по данным диссипации тепла в её вершине, справедливое как для одноосного, так и двуосного деформирования образца.

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы

Методика имеет высокий потенциал при измерении теплового потока при пластическом деформировании и разрушении металлов. Она активно используется при проведении экспериментальных исследований в Институте механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук, Пермском национальном исследовательском политехническом университете, Казанском научном центре Российской академии наук, Университете бундесвера в Мюнхене, Тольяттинском государственном университете. С фундаментальной точки зрения полученные результаты иллюстрируют возможность применения термодинамического подхода для описания механики деформирования и разрушения. В практических приложениях разработанная методика может использоваться для детектирования процесса зарождения усталостных трещин и оценки усталостного ресурса реальных инженерных конструкций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Palmer A.C., Rice J.R. The growth of slip surfaces in the progressive failure of over-consolidated clay // Proc. R. Soc. London. – 1973. – Ser. A 332. – P. 527–548. – DOI: 10.1098/rspa.1973.0040.

[2] Панин В.Е., Слосман А.И., Антипина Н.А., Литвиненко А.В. Влияние внутренней структуры и состояния поверхности на развитие деформации на мезоуровне малоуглеродистой стали // Физическая мезомеханика. – 2001. – № 1. – С. 105-110. – DOI: 10.24411/1683-805X-2001-00061.

[3] Murakami Y., Ritchie R.O. Effects of hydrogen on fatigue-crack propagation in steels // Gaseous Hydrogen Embrittlement of Materials in Energy Technologies. – 2012. – Vol. 2. – P. 379-417. – DOI: 10.1533/9780857093899.2.379.

[4] Carpinteri A., Pook L.P., Sonsino C.M. Special Issue on ‘Multiaxial fatigue models’: Selected papers from the 9th International Conference on Multiaxial Fatigue and Fracture (ICMFF9), held in Parma, Italy, on 7–9 June 2010 // International Journal of Fatigue. – 2011. – Vol. 33. – Is. 8. – P. 929. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2011.02.009.

[5] Ranc N., Wagner D., Paris P.C. Study of thermal effects associated with crack propagation during very high cycle fatigue tests // Acta Materialia. – 2008. – Vol. 56. – Is. 15. – P. 4012-4021. – DOI: 10.1016/j.actamat.2008.04.023.

[6] Баренблатт Г.И., Ботвина Л.Р. Автомодельность усталостного разрушения. Накопление поврежденности // Изв. АН СССР. Механика тверд. тела. – 1983. – №4. – С. 161-165.

[7] Иванова В.С. Терентьев В.Ф. Природа усталости материалов. – М.: Металлургия. – 1975. – С. 456.

[8] Шанявский А.А. Безопасное усталостное разрушение элементов авиаконструкций. Синергетика в инженерных приложениях. Уфа: 2003. – С. 803.

- [9] Chan K.S. Scaling laws for fatigue crack growth of large crack in steels // Metallurgical transaction A. – 1993. – Vol. 24. – P. 2473-2486.
- [10] Suresh S. Fatigue of materials. Cambridge University Press. – 1998. – DOI: 10.1017/CBO9780511806575.
- [11] Paris P.C., Gomez M.P., Anderson W.E. A rational analytic theory of fatigue // The Trend in Engineering. – 1961. – Vol. 13. – P. 9-14.
- [12] Anderson T. Fracture mechanics - fundamentals and applications. 3rd ed. Boca Raton: CRC Press. Taylor & Francis Group: 2005. – P. 640. – DOI: 10.1201/9781420058215.
- [13] Ritchie R. Mechanisms of fatigue-crack propagation in ductile and brittle solids // Int. J. Fract. – 1999. – Vol. 100. – P. 55–83.
- [14] Frost N.E., Dugdale D.S. The propagation of fatigue cracks in sheetspecimens // J Mech. Phys. Solids. – 1958. – Vol. 6. – P. 92–110.
- [15] Elber W. Fatigue crack closure under cyclic tension // Eng. Fracture Mech. – 1970. – Is. 2. – P. 37-45.
- [16] Foreman R.G., Kearney V.E., Eagle R.M. Numerical analysis of crack propagation in cyclic loaded structures // J. Basic Eng. ASME. – 1967. – Vol. 89. – Is. 3. – P. 459-464.
- [17] Carpinteri A., Chiaia B. Multifractal Scaling Laws in the Breaking Behaviour of Disordered Materials // Chaos, Solitons & Fractals. – 1997. – Vol. 8. – №. 2. – P. 135-150. – DOI: 10.1016/S0960-0779(96)00088-4.
- [18] Suresh S., Ritchie R.O. Propagation of short fatigue cracks// International metals review. – 1984. – Vol. 29. – № 6. – P. 445-476.
- [19] Chudnovsky A., Moet A. Thermodynamics of translational crack layer propagation // Journal of Materials Science. –1985. V. – 20. – P. 630-635.
- [20] Short J. S., Hoepfner D. W. A Global/local theory of fatigue crack propagation // Engineering Fracture mechanics. –1989. – Vol. 33. – Is. 2. – P. 175-184.
- [21] Izumi Y., Sakagami T., Yasumura K., Shiozawa D. A new approach for evaluating stress intensity factor based on thermoelastic stress analysis // Recent

Advances in Structural Integrity Analysis - Proceedings of the International Congress (APCF/SIF-2014). – 2014. – P. 47-51. – DOI: 10.1533/9780081002254.47.

[22] Benzerga A.A., Benzerga A.A., Bréchet Y., Needleman A., Van der Giessen E. The stored energy of cold work: Predictions from discrete dislocation plasticity // *Acta Materialia*. – 2005. – Vol. 53. – Is. 18. – P. 4765-4779. – DOI: 10.1016/j.actamat.2005.07.011.

[23] Oliferuk W., Maj M. Stress–strain curve and stored energy during uniaxial deformation of polycrystals // *European Journal of Mechanics - A/Solids*. – Vol. 28. – Is. 2. – P. 266-272. – DOI: 10.1016/j.euromechsol.2008.06.003.

[24] Aravas N., Kim K.S., Leckie F.A. On the calculations of the stored energy of cold work // *Journal of Engineering Materials and Technology*. – 1990. – Vol. 112. – Is. 4. – P. 465-470. – DOI: 10.1115/1.2903358.

[25] Rosakis P., Rosakis A.J., Ravichandran G., Hodowany J. A thermodynamic internal variable model for the partition of plastic work into heat and stored energy in metals // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. – 2000. – Vol. 48. – Is. 3. – P. 581-607. – DOI: 10.1016/S0022-5096(99)00048-4.

[26] Saai A., Louche H., Tabourot L., Chang H.J. Experimental and numerical study of the thermo-mechanical behavior of Al bi-crystal in tension using full field measurements and micromechanical modeling // *Mechanics of Materials*. – 2010. – Vol. 42. – Is. 3. – P. 275-292. – DOI: 10.1016/j.mechmat.2009.11.011.

[27] Hutchinson J.W. Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material // *J Mech Phys Solids*. – 1968. – Vol. 16. – Is. 1. – P. 13–31. – DOI: 10.1016/0022-5096(68)90014-8.

[28] Rice J.R., Rosengren G.F. Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material // *J Mech Phys Solids*. – 1968. – Vol. 16. Is. 1. – P. 1–12. – DOI: 10.1016/0022-5096(68)90013-6.

[29] Zhu X.K., Joyce J.A. Review of fracture toughness (G, K, J, CTOD, CTOA) testing and standardization // *Engng. Fract. Mech.* – 2012. – Vol. 85. – P. 1–46. – DOI: 10.1016/j.engfracmech.2012.02.001.

[30] Anderson T.L. *Fracture mechanics: Fundamentals and Applications*, fourth edition. Boca Raton: CRC press: 2017. – P. 684. – DOI: 10.1201/9781315370293.

[31] Dowling N.E., Begley J.A. *Mechanics of crack growth* // ASTM STP 590. Philadelphia, PA: American Society for Testing and Materials: 1976. – P. 83-104.

[32] Iino Y. Fatigue crack propagation work coefficient – a material constant giving degree of resistance to fatigue crack growth // *Engineering fracture mechanics.* – 1979. – Vol. 12. – P. 279-299.

[33] Liaw K.P. Some comments on hysteretic plastic work and cyclic J-integral associated with fatigue cracking // *Engineering fracture mechanics.* – 1985. – Vol. 22. – Is. 2. – P. 237-245.

[34] Ikeda S., Izumi Y., Fine M.E. Plastic work during fatigue crack propagation in a high strength low alloy steel and in 7050 Al-Alloy // *Engineering fracture mechanics.* – 1977. – Vol. 9. – P. 123-136.

[35] Klingbeil N.W. A total dissipated energy theory of fatigue crack growth in ductile solids // *International Journal of Fatigue.* – 2003. – Vol. 25. – P. 117–128. – DOI: 10.1016/S0142-1123(02)00073-7.

[36] Weertman J. Theory of fatigue crack growth based on a BCS crack theory with work hardening // *International Journal of Fracture.* – 1973. – Vol. – 9. – Is. 2. – P. 125–31.

[37] Pandey K.N., Chand S. An energy based fatigue crack growth model // *International Journal of Fatigue.* – 2003. – Vol. 25. – P. 771–778. – DOI: 10.1016/S0142-1123(03)00049-5.

[38] Izumi Y., Fine M. E., Mura T. Energy considerations in fatigue crack propagation // *Int. J. Fracture.* – 1981. – Vol. 17. – P. 15-25.

[39] Изюмова А.Ю. Исследование эволюции источников тепла в процессе упругопластического деформирования металлов и сплавов // автореферат диссертации кандидата физико-математических наук / Институт механики сплошных сред УрО РАН. Пермь, 2014.

[40] Fauthan M.A., Abdullah S., Abdullah M.F. Entropy generation approach for evaluating energy dissipation and temperature rise to predict the fatigue life behaviour in magnesium alloy // Journal of Materials Research and Technology – 2023. – Vol. 26. – P. 4387-4404. – DOI: 10.1016/j.jmrt.2023.08.130.

[41] Meneghetti G, Ricotta M. The dissipated heat energy as a fatigue damage index for experimental fatigue life estimations // Procedia Eng. – 2018. – Vol. 213. – P. 313-322. – DOI: 10.1016/j.proeng.2018.02.032.

[42] Naderi M, Amiri M, Khonsari MM. On the thermodynamic entropy of fatigue fracture // Proc. R. Soc. A. – 2010. V. 466. – P. 423-438. – DOI: 10.1098/rspa.2009.0348.

[43] Zu R., Zhu Y, Huang X., Huang Y. A fatigue limit evaluation method based on plastic strain incremental energy dissipation theory // Eng. Fract. Mech. – 2023. – Vol. 282. – P. 109173. – DOI: 10.1016/j.engfracmech.2023.109173.

[44] Yang W, Guo X, Guo Q, Fan J. Rapid evaluation for high-cycle fatigue reliability of metallic materials through quantitative thermography methodology // Int. J. Fatig. – 2019. – Vol. 124. – P. 461-472. – DOI:10.1016/j.ijfatigue.2019.03.024

[45] Schreiber C, Müller R, Kuhn C. Phase field simulation of fatigue crack propagation under complex load situations // Arch. Appl. Mech. – 2021. – Vol. 91. – P. 563–77. – DOI: 10.1007/s00419-020-01821-0.

[46] Schreiber C, Kuhn C, Müller R. On phase field modeling in the context of cyclic mechanical fatigue // PAMM. – 2019. – Vol. 19. – P. 201900104. – DOI: 10.1002/pamm.201900104.

[47] Schreiber C, Kuhn C, Müller R, Zohdi T. A phase field modeling approach of cyclic fatigue crack growth // Int. J. Fract. – 2020. – Vol. 225. – P. 89–100. – DOI: 10.1007/s10704-020-00468-w.

[48] Boldrini J., de Moraes E.B., Chiarelli L., Fumes F., Bittencourt M. A non-isothermal thermodynamically consistent phase field framework for structural damage and fatigue // *Comput. Methods Appl. Mech. Engng.* – 2016. – Vol. 312. – P. 395–427. – DOI: 10.1016/j.cma.2016.08.030.

[49] Pirondi A., Dalle D.C. Characterisation of ductile mixed-mode fracture with the crack-tip displacement vector // *Engng. Fract. Mech.* – 2001. – Vol. 68. – Is. 12. – P. 1385–1402. – DOI: 10.1016/S0013-7944(01)00023-6.

[50] Srinivas M., Kamat S., Rao P.R. Influence of mixed mode I/III loading on fracture toughness of mild steel at various strain rates // *Materials Science and Technology.* – 2004. – Vol. 20. – Is. 2. – P. 235-242. – DOI: 10.1179/026708304225011955.

[51] Schroth J.G., Hirth J.P., Hoagland R.G., Rosenfield A.R. Combined mode I-mode III fracture of a high strength low-alloy steel // *Metall. Trans. A.* – 1991. – Vol. 18. – Is. 6. – P. 1061–1072. – DOI: 10.1007/BF03325716.

[52] Raghavachary S., Rosenfield A.R., Hirth J.P. Mixed mode I/III fracture toughness of an experimental rotor steel // *Metall. Trans. A.* – 1990. – Vol. 21. – Is. 9. – P. 2539–2545. – DOI: 10.1007/BF02646999.

[53] Richard H.A. Experimental and numerical simulation of mixed-mode crack growth // *Proceedings of the 6Th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue & Fracture.* – 2001. – P. 623-630.

[54] Richard H.A., Eberlein A., Kullmer G. Concepts and experimental results for stable and unstable crack growth under 3D-mixed-mode-loadings // *Engng. Fract. Mech.* – 2017. – Vol. 174. – P. 10–20. – DOI: 10.1016/j.engfracmech.2016.12.005.

[55] Chang J., Xu J., Mutoh Y. A general mixed-mode brittle fracture criterion for cracked materials // *Engng. Fract. Mech.* – 2006. – Vol. 73. – Is. 9. – P. 1249–1263. – DOI: 10.1016/j.engfracmech.2005.12.011.

[56] Hussain M., Pu S.L., Underwood J. Strain energy release rate for a crack under combined mode i and mode ii // *National Symposium on Fracture Mechanics. Part II. Washington.* – 1973. – P. 1-27.

[57] Bhattacharjee D., Knott J.F. Ductile fracture in HY100 steel under mixed mode I/Mode II loading // *Acta. Metall. Mater.* – 1994. – Vol. 42. – Is. 5. – P. 1747–1754. – DOI: 10.1016/0956-7151(94)90385-9.

[58] Liu Y., Mahadevan S. Threshold stress intensity factor and crack growth rate prediction under mixed-mode loading // *Engineering Fracture Mechanics.* – 2007. – Vol. 74. – P. 332–345. – DOI: 10.1016/j.engfracmech.2006.06.003.

[59] Kitagawa H., Takahashi S. Applicability of fracture mechanics to very small cracks or cracks in early stage // *Proceedings of second international conference on mechanical behavior of materials.* Metal Park, OH, USA: ASM International. – 1976. – P. 627–631.

[60] Erdogan F., Sih G.C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear // *J Basic Engng.* – 1963. – Vol. 85. – P. 519–527.

[61] Chambers A.C, Hyde T.H., Webster J.J. Mixed-mode fatigue crack growth at 550 C under plane stress conditions in Jethete M152 // *Engng. Fract. Mech.* – 1991. – Vol. 39. – P. 603–619. – DOI: 10.1016/0013-7944(91)90072-9.

[62] Yan X., Zhang Z., Du S. Mixed-mode fracture criteria for the materials with different yield strengths in tension and compression // *Engng. Fract. Mech.* – 1992. – Vol. 42. – P. 109–116.

[63] Forth S.C., Favrow L.H., Keat W.D., Newman J.A. Three-dimensional mixed-mode fatigue crack growth in a functionally graded titanium alloy // *Engng. Fract. Mech.* – 2003. – Vol. 70. – P. 2175–2185. – DOI: 10.1016/S0013-7944(02)00237-0.

[64] Sih G.C., Barthelemy B.M. Mixed-mode fatigue crack growth predictions // *Engng. Fract. Mech.* – 1980. – Vol. 13. P. 439–451.

[65] Theocaris P.S., Andrianopoulos N.P. The T-criterion applied to ductile fracture // *Int. J. Fract.* – 1982. – Vol. 20. – P. 125–30.

[66] Chao Y.J., Liu S. On the failure of cracks under mixed-mode loads // *Int. J. Fract.* – 1997. – Vol. 87. – P. 201–223.

[67] Otsuka A., Mori K., Miyata T. The condition of fatigue crack growth in mixed-mode condition // *Engng. Fract. Mech.* – 1975. – Vol. 7. – Is. 3. – P. 429–439. DOI: 10.1016/0013-7944(75)90043.

[68] Socie D.F., Hua C.T., Worthem D.W. Mixed-mode small crack growth // *Fatig. Fract. Engng. Mater Struct.* – 1987. – Vol. 10. – P. 1–16. – DOI: 10.1111/j.1460-2695.1987.tb01145.x.

[69] Reddy S.C., Fatemi A. Small fatigue crack growth under multiaxial stresses // *International Journal of Fatigue.* – 2014. – Vol. 58. – P. 126-135. – DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2013.02.002.

[70] Feng M., Ding F., Jiang Y. A study of loading path influence on fatigue crack growth under combined loading // *Int. J. Fatigue.* – 2006. – Vol. 28. – Is. 1. – P. 19–27. – DOI:10.1016/j.ijfatigue.2005.04.002.

[71] Bowler N., Theory of four point direct current potential drop measurements on a metal plate // *Research in Nondestructive Evaluation.* – 2006. – Vol. 17. – Is. 1. – P. 29-48. – DOI: 10.1080/09349840600582092.

[72] Ikeda K., Yoshimi M., Miki C. Electrical potential drop method for evaluating crack depth // *Int. J. Fract.* – 1991. – Vol. 47. – Is. 1. – P. 25–38. – DOI: 10.1007/BF00037037.

[73] Gajji A., Sasikala G. Potential drop method for online crack length measurement during fracture testing: development of a correction procedure // *Engng. Fract. Mech.* – 2017. – Vol. 180. – P. 148–60. – DOI: 10.1016/j.engfracmech.2017.05.033.

[74] Laukkanen A., Wallin K., Rintamaa R. Evaluation of the Effects of Mixed Mode I-II Loading on Elastic-Plastic Ductile Fracture of Metallic Materials // *Mixed-Mode Crack Behavior*. Ed. Miller, K, & McDowell, D. 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959: ASTM International: 1999. – P. 3-20. – DOI: 10.1520/STP14240S.

[75] Sutton M.A., Deng X., Ma F., Newman J.J., James M. Development and application of a crack tip opening displacement-based mixed mode fracture

criterion // *Int. J. Solids Struct.* – 2000. – Vol. 37. – Is. 26. – P. 3591–618. – DOI: 10.1016/S0020-7683(99)00055-4.

[76] Wells A.A. Crack opening displacements from elastic-plastic analyses of externally notched tension bars // *Engng. Fract. Mech.* – 1969. – Vol. 1. – Is. 3. – P. 399–410. – DOI: 10.1016/0013-7944(69)90001-0.

[77] O'Dowd N.P., Shih C.F. Two-Parameter Fracture Mechanics: Theory and Applications // *Fracture Mechanics: Twenty-Fourth Volume*. Ed. Landes, J, McCabe, D, & Boulet, J. 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959: ASTM International: 1994. – P. 21-47. – DOI: 10.1520/STP13698S.

[78] O'Dowd N.P., Shih C.F. Family of crack-tip fields characterized by a triaxiality parameter—I. Structure of fields // *J. Mech. Phys. Solids.* – 1991. – Vol. 39. – Is. 8. – P. 989–1015. – DOI: 10.1016/0022-5096(91)90049-T.

[79] Amstutz B.E., Sutton M.A., Dawicke D.S., Newman J.C. An Experimental Study of CTOD for Mode I/Mode II Stable Crack Growth in Thin 2024-T3 Aluminum Specimens // Reuter W, Underwood JH, Newman JC, editors. West Conshohocken, PA: ASTM International: 1995. – P. 256-71. DOI: 10.1520/STP16388S.

[80] Wells A.A. The mechanics of notch brittle fracture // *Welding Res.* – 1953. – Vol. 7. – P. 34-56.

[81] Moss G.L., Pond R.B. Inhomogeneous thermal changes in copper during plastic elongation // *Metall. Trans.* – 1975. – Vol. 6A. – P. 1223-1235.

[82] Федоров В.В. Термодинамические аспекты прочности и разрушения твердых тел. – Ташкент: “Фан” УзССР: 1979. – С. 168.

[83] Williams R.O. The stored energy of copper deformed at 24°C // *Acta Met.* – 1965. – Vol. 13. – №4. – P. 163-168.

[84] Williams R.O. Stored energy and release kinetics in lead, aluminium, silver, nickel, iron and zirconium after deformation // *Trans. Met. Soc. AIME.* – 1962. – Vol. 224. – P. 719-727.

[85] Erdmann J.C., Jahoda J.A. Stored energy of plastic deformation and lattice thermal resistance at 4.2°K in copper-nickel alloys // *Appl. Phys. Letters*. – 1964. – Vol. 4. – P. 204-205.

[86] Wolfenden A., Appleton A.S. The energy stored during the low-temperature deformation of copper and aluminium single crystals // *Acta. Met.* – 1968. – Vol. 16. – Is. 7. – P. 915-925.

[87] Wolfenden A. The ration of stored and expended energy during the room-temperature deformation of copper single crystals // *Scripta met.* – 1970. – Vol. 4. – Is. 5. – P. 327-332.

[88] Chrysochoos A., Pham H., Maisonneuve O. Energy balance of thermoelastic martensite transformation under stress // *Nuclear Engineering and Design*. - 1996. – Vol. 162. – Is. 1. – P. 1-12. – DOI: 10.1016/0029-5493(95)01140-4.

[89] Bodelot L., Charkaluk E., Sabatier L., Dufrénoy P. Experimental study of heterogeneities in strain and temperature fields at the microstructural level of polycrystalline metals through fully-coupled full-field measurements by Digital Image Correlation and Infrared Thermography // *Mechanics of Materials*. – 2011. – Vol. 43. – Is. 11. – P. 654-670. – DOI: 10.1016/j.mechmat.2011.08.006.

[90] La Rosa G., Risitano A. Thermographic methodology for rapid determination of the fatigue limit of materials and mechanical components // *International Journal of Fatigue*. – 2000. – Vol. 22. – P. 65-73. – DOI: 10.1016/S0142-1123(99)00088-2.

[91] Wysocka-Fotek O., Oliferuk W., Maj M. Reconstruction of size and depth of simulated defects in austenitic steel plate using pulsed infrared thermography // *Infrared Physics & Technology*. – 2012. – Vol. 55. – Is. 4. – P. 363-367. – DOI: 10.1016/j.infrared.2012.02.004.

[92] Fedorova A.Yu., Bannikov M.V., Plekhov O.A., Plekhova E.V. Infrared thermography study of the fatigue crack propagation // *Fracture and Structural Integrity*. – 2012. – Vol. 21 – P. 46-53. – DOI: 10.3221/IGF-ESIS.21.06.

[93] Vshivkov A., Iziyomova A., Plekhov O., Baer J. Experimental study of heat dissipation at the crack tip during fatigue crack propagation // *Fracture and Structural Integrity*. – 2016. – V. 35. – P. 131-137. – DOI: 10.3221/IGF-ESIS.35.07

[94] Пат. 2603939 Российская Федерация, МПК G01N 3/32 (2006.01). Способ определения скорости роста трещины в образце и устройство для этого / А.Н. Вшивков, А.Е. Прохоров, О.А. Плехов, Ю. Бэр (DE), Ж-К. Бацаль (FR); заявитель и патентообладатель федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук (RU) – № 2015129783/28; заявл. 20.07.2015; опубл. 10.12.2016, Бюл. №34. – 14 с.: ил. https://www1.fips.ru/Archive/PAT/2016FULL/2016.12.10/INDEX_RU.HTM.

[95] Яворский Б.М., Справочник по физике: для инженеров и студентов вузов / Детлаф А.А. // Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. – 1965. – С. 850.

[96] Кухлинг Х. Справочник по физике. // Москва: издательство Мир. 2-е изд. 1982. С. 520.

[97] Федорова А.Ю., Банников М.В., Плехов О.А. Применения метода инфракрасной термографии для определения параметров линейной механики трещин // *Вестник ПНИПУ: механика*. – 2012. – № 2. – С. 214 – 225.

[98] Iziyomova A., Plekhov O. Calculation of the energy J-integral in plastic zone ahead of a crack tip by infrared scanning // *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* – 2014. – Vol. 37. – P. 1330–1337. – DOI: 10.1111/ffe.12202.

[99] Baer J., Vshivkov A., Plekhov O. Combined lock-in thermography and heat flow measurements for analysing heat dissipation during fatigue crack propagation // *Fracture and Structural Integrity*. – 2015. – V. 34. – P. 456-465.

[100] Plekhov O., Vshivkov A., Iziyomova A., Zakharov A., Shlyannikov V. The experimental study of energy dissipation during fatigue crack propagation under biaxial loading // *Fracture and Structural Integrity*. – 2019. – V. 13. – №. 48. – P. 50-57. – DOI: 10.3221/IGF-ESIS.48.07.

[101] Vedernikova A., Iziyuma A., Vshivkov A., Plekhov O. Three approaches to evaluate the heat dissipated during fatigue crack propagation experiments // *Fracture and Structural Integrity*. – 2020. – V. 14. – №. 51. – P. 1-8. – DOI: 10.3221/IGF-ESIS.51.01.

[102] Vshivkov A., Iziyuma A., Zakharov A., Shlyannikov V., Plekhov O. The experimental and theoretical study of heat dissipation at fatigue crack tip under biaxial loading // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. – 2019. – V. 103. – P. 102308. – DOI: 10.1016/j.tafmec.2019.102308.

[103] Vshivkov A.N., Iziyuma A. Yu., Panteleev I.A., Ilinykh A.V., Wildemann V.E., Plekhov O.A. The study of a fatigue crack propagation in titanium Grade 2 using analysis of energy dissipation and acoustic emission data // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2019. – Vol. 210. – P. 312-319. – DOI: 10.1016/j.engfracmech.2018.05.012.

[104] Шипша В.Г. Титан и титановые сплавы /Металлы и сплавы: справочник / В. К. Афонин, Б. С. Ермаков, Е. Л. Лебедев, др., Ю. П. Солнцев. // СПб.: Профессионал: Мир и Семья. – 2003. – С. 1066.

[105] Ито Ю., Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2-х томах. Т. 1 / Мураками Ю., Хасебэ Н., Юуки Р., Тоя М., Того К., Мията Х., Миядзаки Н., Аоки С. // М.: Мир. Пер. с англ./ Под ред. Ю. Мураками. –1990. – С. 448.

[106] Brock L.B. Shear and normal impact loadings on one face of a narrow slit // *Int. J. Solids and Structures*. – 1982. – Vol. 18. – P. 467-477.

[107] Plekhov O., Vshivkov A., Iziyuma A., Venkatraman B. A model of energy dissipation at fatigue crack tip in metals // *Fracture and Structural Integrity*. – 2019. – V. 13. – №. 48. – P. 451-458. – DOI: 10.3221/IGF-ESIS.48.43.

[108] Plekhov O., Vshivkov A., The effect of fatigue crack rate on the heat dissipation in metals under mixed-mode loading // *Fracture and Structural Integrity*. – 2019. – V. 13. – №. 50. – P. 1-9. – DOI: 10.3221/IGF-ESIS.50.01.

[109] Vshivkov A., Iziyuma A., Plekhov O. Experimental investigation of fatigue crack induced energy dissipation under mixed mode loading // *Procedia*

Structural Integrity. – 2020. – V. 28. – P. 1839-1845. – DOI: 10.1016/j.prostr.2020.11.007.

[110] Вшивков А.Н., Изюмова А.Ю., Пантелеев И.А., Плехов О.А. О методе оценки распределения пластической деформации в области вершины усталостной трещины на основе решения задачи линейной теории упругости // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2023. – № 6. – С. 41-49. – DOI: 10.15593/perm.mech/2023.6.04.

[111] Vshivkov A., Iziyomova A., Zakharov A., Shlyannikov V., Plekhov O. The experimental and theoretical study of plastic deformation in the fatigue crack tip based on method of digital image correlation // Procedia Structural Integrity. – 2018. – V. 13. – P. 1189-1194. – DOI: 10.1016/j.prostr.2018.12.246.

[112] Iziyomova A., Plekhov O. Calculation of the energy j-integral in plastic zone ahead of a crack tip by infrared scanning // Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures. – 2014. – Vol. 37. – № 12. – P. 1330-1337. – DOI: 10.1111/ffe.12202.

[113] Dixon J.R., Strannigan J.S. Effect of plastic deformation on the strain Distribution around cracks in sheet materials // Journal of mechanical and engineering science. – 1964. – Vol. 6. – № 2. – P. 132-136.

[114] Raju K.N. An energy balance criterion for crack growth under fatigue loading from consideration of energy of plastic deformation // Int. J. Fracture. – 1972. – Vol. 8. – P. 1-14.

[115] Dixon J.R. Stress and strain distributions around cracks in sheet materials having various work-hardening characteristics // International Journal of Fracture Mechanics. – 1965. – Vol. 1. – No. 3. – P. 224-244. – DOI: 10.1007/BF00186858.

[116] Raju K.N. On the calculation of plastic energy dissipation rate during stable crack growth // International Journal of Fracture Mechanics. – 1969. – Vol. 5. – №. 2. – P. 101-112.

[117] Iziyomova A., Plekhov O. Calculation of the energy J-integral in plastic zone ahead of a crack tip by infrared scanning // *FFEMS*. – 2014. – Vol. 37. – P. 1330–1337. – DOI: 10.1111/ffe.12202.

[118] Ranganathan N., Chalon F., Meo S. Some aspects of the energy based approach to fatigue crack propagation // *International Journal of Fatigue*. – 2008. – Vol. 30 – №. 10–11. – P. 1921-1929. – DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2008.01.010.

[119] Swapnil P., Umesh C. Plastic zone analysis of SS316L and Ti6Al4V materials under mixed mode loading conditions // *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*. – 2022. – Vol. 23. – №. 5. – P. 429-450. – DOI: 10.1080/15502287.2021.1992542.

[120] Graba M. Characteristics of selected measures of stress triaxiality near the crack tip for 145Cr6 steel - 3D issues for stationary cracks // *Open Eng*. – 2020. – Vol. 10. – P. 571–585. – DOI: 10.1515/eng-2020-0042.

[121] Klevtsov G.V., Valiev R.Z., Klevtsova N.A., Glezer A.M., Pigaleva I.N. Local state of stress of the material at the crack tip for various types of loading // *Russian Metallurgy (Metally)*. – 2021. – № 10. – P. 1177–1182. – DOI: 10.1134/S0036029521100165

[122] Shailendra S.B., Amanpreet K., Mahesh P., Krishna S., Subhalakshmi S., Bhavesh K., Vishal S. Crack tip plastic zone shape for anisotropic material subjected to mode -I loading // *Materials Today: Proceedings*. – 2023. – . DOI:10.1016/j.matpr.2023.09.087. Доступна онлайн: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214785323047600>.

[123] Клевцов Г.В., Ботвина Л.Р., Клевцова Н.А., Валиев Р.З., Пигалева И.Н. Определение параметров аварийного усталостного разрушения изделий по глубине пластических зон под поверхностью изломов // *Физическая мезомеханика*. – 2022. – Т. 25, № 5. – С. 5-11. – DOI 10.55652/1683-805X_2022_25_5_5.

[124] Александров А.Я., Ахметзянов М.Х. Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела. – М.: Наука, 1973. — 576 с.

[125] Carroll J.D., Abuzaid W., Lambros J. High resolution digital image correlation measurements of strain accumulation in fatigue crack growth // International Journal of Fatigue. — 2013. — Vol. 57. — P. 140—150. – DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2012.06.010.

[126] Tong J., Lu Y., Madi K., Tai Y.H., Yates J.R., Doquet V. Near-tip strain evolution under cyclic loading: In situ experimental observation and numerical modelling // International Journal of Fatigue. — 2015. — Vol. 71. — P. 45—52. – DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2014.02.013.