

На правах рукописи



Косов Дмитрий Александрович

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ УСТАЛОСТИ И РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН
НА ОСНОВЕ СВЯЗАННЫХ КОНТИНУАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ
И ФАЗОВЫХ ПОЛЕЙ РАЗРУШЕНИЙ**

1.1.8 – Механика деформируемого твёрдого тела

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Казань – 2025

Работа выполнена в Институте энергетики и перспективных технологий Федерального государственного бюджетного учреждения науки Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук», г. Казань.

Научный руководитель: **Шлянников Валерий Николаевич**, доктор технических наук, профессор.

Официальные оппоненты: **Каюмов Рашит Абдулхакович**, доктор физико-математических наук (01.02.04), профессор кафедры «Механика» ФГБОУ ВО «Казанский государственный архитектурно-строительный университет», г. Казань.

Панин Сергей Викторович, доктор технических наук (01.02.04), профессор, заведующий лабораторией механики полимерных композиционных материалов ФГБУН «Институт физики прочности и материаловедения Сибирского отделения Российской академии наук», г. Томск.

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки "Институт машиноведения имени Э.С. Горкунова Уральского отделения Российской академии наук" (ИМАШ УрО РАН), г. Екатеринбург.

Защита состоится **24 сентября 2025 г.** в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д 004.036.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки "Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук" (филиал – Институт механики сплошных сред УрО РАН) по адресу: г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1; тел: (342) 237-84-61; факс: (342) 237-84-87; сайт: www.icmm.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Института механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук.

Автореферат разослан «___» августа 2025 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор физико-математических наук, доцент



/ А.Л. Зуев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. В инженерных приложениях понимание механизмов повреждения твердых тел имеет решающее значение для безопасной эксплуатации элементов конструкций, так как повреждения на микроскопическом уровне в виде микропор, трещин могут привести к потере несущей способности материала. Для того, чтобы воспроизвести подобные механизмы на стадии проектирования изделия, требуются соответствующие модели накопления и развития повреждений. Использование данных моделей в методе конечных элементов может быть полезным инструментом для проектирования и эксплуатации элементов конструкции.

Актуальной является задача разработки методов комплексного расчетно-экспериментального исследования механизмов и закономерностей появления и развития трещин в материалах и элементах конструкции на основе континуальных подходов механики повреждений и метода фазовых полей разрушения. Континуальные модели механики повреждений предоставляют возможность описывать эволюцию повреждений в материалах, учитывая их влияние на макроскопическом уровне. Методы фазовых полей разрушения позволяют описать процесс образования и развития трещин в материалах и элементах конструкций.

Целью диссертационной работы является разработка и обоснование расчетно-экспериментальных методов прогнозирования долговечности при малоцикловой усталости и моделирования роста трещин при монотонном и циклическом нагружении на основе фазовых полей разрушения с учетом накопления и развития повреждений.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

1. Разработать расчетно-экспериментальную модель и реализовать алгоритм прогнозирования долговечности при малоцикловой усталости для изотропного и кинематического упрочнения с учетом функций накопления повреждений при сложном напряженном состоянии.
2. Провести экспериментальные исследования при монотонном и циклическом нагружении для определения свойств материала и верификации разработанного алгоритма прогнозирования долговечности с целью установления параметров модели.
3. Разработать и интегрировать метод фазовых полей разрушения в вычислительный комплекс ANSYS для моделирования роста трещины в материалах и элементах конструкции при статическом и циклическом нагружении.
4. Выполнить параметрические исследования развития повреждений на основе метода фазовых полей разрушения для сквозных и поверхностных дефектов в условиях чистых и смешанных мод двухосного нагружения.
5. Разработать метод моделирования доминирующих механизмов разрушения в материале зернистой структуры в терминах фазовых полей разрушения на основе диаграммы Вороного.
6. Представить оценку долговечности и процессов роста трещин в элементе диска паровой турбины с эксплуатационным повреждением.

Научная новизна работы состоит в:

- формировании системы определяющих соотношений и расчетно-экспериментальном обосновании нового метода прогнозирования долговечности на стадиях появления и развития дефектов на основе уравнений изотропного и кинематического упрочнения малоциклового усталости и фазовых полей разрушения с учетом функции повреждений;
- разработке нового метода моделирования доминирующих механизмов разрушения и накопления и развития повреждений в материале зернистой структуры по моделям фазовых полей разрушения на основе мозаики Вороного;
- численной реализации решения общей системы разрешающих уравнений малоциклового усталости, вязкопластичности и повреждений в вычислительном МКЭ-комплексе ANSYS и расчетно-экспериментальном методе определения управляющих параметров данных уравнений, инвариантных к характеру поведения сплошной среды;
- анализе эффектов смешанных форм деформирования и двухосности нагружения при моделировании развития сквозных и поверхностных дефектов для плоских и трехмерных задач в терминах фазовых полей разрушения при монотонном и циклическом деформировании.

Основные положения, выносимые защиту:

- Разработка метода и численная реализация алгоритма прогнозирования долговечности при малоциклового усталости состоит в объединении и совместном решении системы уравнений, включающую в себя законы накопления повреждений и изотропного и кинематического упрочнения для стадий появления начальных дефектов. Интегрирование предложенного алгоритма в программный комплекс ANSYS осуществляется с помощью динамически подключаемой библиотеки. Определение констант управляющих уравнений осуществляется расчетно-экспериментальным методом при монотонном и циклическом деформировании;
- Разработка и численная реализация метода фазовых полей разрушения состоит в формулировке полной энергии и составляющих плотности энергии деформации с введением дополнительных параметров масштаба поля и повреждения сплошной среды. Реализация метода фазового поля разрушения дополнена новой степенью свободы при решении трехмерных задач и функциями деградации для условий монотонного и циклического нагружения;
- Результаты численных параметрических исследований в терминах фазовых полей разрушения устанавливают закономерности и эффекты влияния смешанных мод деформирования и сложного напряженного состояния при развитии сквозных и поверхностных дефектов в трехмерных телах при линейном и нелинейном монотонном и циклическом деформировании;
- Численное моделирование доминирующих механизмов разрушения требует рассмотрения зернистой структуры материала с использованием мозаики Вороного. Варианты межзеренного и внутризеренного распространения трещин в методе фазовых полей разрушения реализованы за счет вариации основных механических характеристик зерен и примыкающих к ним границ различных размеров;
- Инновация практического плана состоит в обосновании и верификации развиваемого комплексного подхода в приложении к оценке остаточной долговечности

элемента диска паровой турбины с эксплуатационным дефектом. Данный подход объединяет формулировку определяющих уравнений состояния среды с функциями повреждения, численное моделирование на основе МКЭ и фазовых полей разрушения, экспериментальные исследования усталости и роста трещин.

Теоретическая значимость работы заключается в формировании и расчетно-экспериментальном обосновании метода прогнозирования долговечности материалов и элементов конструкций при малоцикловой усталости с учетом функций накопления и развития повреждений на стадиях появления и развития дефектов. Теоретическую основу метода на стадии зарождения дефектов составляют объединенные в рамках одной системы уравнений закон накопления повреждений Lemaitre, модели изотропного и кинематического упрочнения Voce и Armstrong-Frederick соответственно. Метод фазовых полей разрушения, отнесенный в настоящей работе к стадии развития дефектов, представляет собой развитие классического энергетического подхода Гриффитса к исследованию и моделированию процессов разрушения материалов на различных масштабных уровнях. Реализованные в вычислительном комплексе модели прогнозирования долговечности материалов при малоцикловой усталости включают в себя сложные механические и физические процессы, обусловленные накоплением повреждений и упрочнением материала под действием циклических нагрузок при сложном напряженном состоянии.

Практическая значимость работы состоит в обосновании оценки несущей способности и долговечности элементов конструкций на основе современных моделей механики сплошной среды. В качестве примера практического приложения проведенных исследований выступают полученные в работе результаты расчетов остаточной долговечности элемента диска паровой турбины с эксплуатационным повреждением. Разработанные и реализованные в вычислительном комплексе новые алгоритмы расчетов и анализа процессов разрушения материалов пригодны для широкого использования и способствуют повышению качества прогнозирования и оптимизации долговечности элементов конструкций.

Достоверность полученных результатов подтверждается установленным соответствием частных численных и аналитических решений с известными литературными данными других авторов, корректностью математических формулировок, валидацией и верификацией вычислительных моделей по отношению к экспериментальным исследованиям, выполненным в рамках настоящей работы.

Личное участие соискателя в получении результатов, изложенных в диссертации, состояло в разработке методов моделирования накопления и развития повреждений, разработке методов и алгоритмов численных исследований, проведении экспериментальных исследований, выполнении комплекса численных расчетов в рамках механики повреждений сплошной среды, линейной и нелинейной механики разрушения; интерпретации экспериментальных результатов; обобщении результатов, полученных методом конечных элементов, анализе современного состояния исследований по теме работы.

Реализация работы. Результаты работы представлены в тематике научных исследований Лаборатории прочности и Испытательной лаборатории Федерального исследовательского центра Казанского научного центра Российской академии наук.

Работа поддерживалась грантами РНФ № 23-19-00158, РНФ № 20-19-00158, РФФИ № 20-38-70030_Стабильность, АНТ № 07-161-ч Г 2019, РНФ № 17-19-01614.

Апробация работы. Результаты работы представлялись на итоговых научных конференциях КазНЦ РАН (Казань, 2020-2023гг.); на XIII всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (Санкт-Петербург 21 – 25 августа 2023г.); XVIII Международной конференции «Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций» Екатеринбург; the 23st European Conference of Fracture (ECF23) (Madeira, Portugal June 27 – July 1, 2022); the 6th International Conference on Structural Integrity and Durability (ICSID 2022) (Dubrovnik, Croatia September 20 – 23, 2022); the 6th IJFatigue and FFEMS Joint Workshop “Characterisation of Crack/Notch Tip Fields” (Dubrovnik, Croatia April 11 – 13, 2022); the 21st International Conference on Fracture and Damage Mechanics (12-14 September 2023, London, UK), International Conference FATIGUE 2024 (Jesus College, Cambridge, UK, 19-21 June 2024); the 8th International Conference on Crack Paths (10-12 September, 2024, Rimini, Italy, 2024); International Symposium on Structural Integrity (ISSI2024) (Dongguan, China, 5-8 November 2024); the 24st European Conference on Fracture (ECF24) (Zagreb, Croatia, 26-30 August 2024).

В полном объеме диссертация докладывалась в Институте энергетики и перспективных технологий Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук» (ФИЦ КазНЦ РАН).

Публикации. Результаты исследований по теме диссертации опубликованы в 13 печатных работах.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, общих выводов и списка использованной литературы. Материал изложен на 154 страницах, содержит 84 рисунков, 12 таблиц, список литературы состоит из 234 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении сформирована область исследования и ее актуальность, описаны методология реализации работы и верификации результатов, сформулирована научная и практическая значимость решаемых задач.

В первой главе на основе литературного анализа выделен комплекс актуальных вопросов, относящихся к применению современных подходов механики сплошных сред для решения задач, связанных с несущей способностью материалов и элементов конструкций с учетом накопления и развития повреждений. Последовательно представлены значимые результаты, отражающие эволюцию теоретических и практических подходов к исследованию механизмов разрушения кристаллических твердых тел.

Проведен детальный обзор численных методов и алгоритмов, разработанных на основе континуальной механики и функций повреждений, которые находят применение в задачах прогнозирования долговечности материалов при различных условиях нагружения. Особое внимание уделено современным подходам, основанным на моделях фазовых полей разрушения, которые позволяют эффективно описывать

процессы распространения трещин с учетом накопления повреждений при циклическом и монотонном деформировании.

На основе проведенного анализа литературы сформулированы цель и задачи исследования, направленные на развитие и совершенствование методов оценки долговечности материалов в условиях эксплуатационных нагрузок.

Вторая глава посвящена формированию и расчетно-экспериментальному обоснованию метода прогнозирования малоциклового усталости на основе модели поврежденности и комбинированных законов упрочнения. В главе представлен разработанный алгоритм и изложена процедура численной реализации метода оценки долговечности с учетом характеристик предельного состояния при многоосном статическом нагружении с использованием моделей локальных повреждений Lemaitre.

Разработанная модель прогнозирования долговечности на стадии образования дефектов включает закон накопления повреждений Lemaitre (1), закон изотропного упрочнения Voce (2) и закон кинематического упрочнения Armstrong-Frederick (3), которые формируют разрешающую систему уравнений

$$\dot{\omega} = \dot{\varepsilon}_{pl} \frac{1}{1-\omega} \cdot \left(\frac{-Y}{r} \right)^s; \quad -Y = \frac{\sigma_e \cdot R_v}{2E(1-\omega)^2}; \quad R_v = \frac{2}{3} \left[(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{p}{\sigma_{etr}} \right) \right] \quad (1)$$

$$k = \sigma_0 + R_{inf} (1 - \exp(-b\varepsilon_{pl})) \quad (2)$$

$$\dot{\beta} = a\dot{\varepsilon}_{pl} - b \cdot \beta \dot{\varepsilon}_{pl} \quad (3)$$

где $\dot{\omega}$ – скорость накопления повреждений; $\dot{\varepsilon}_{pl}$ – тензор скоростей пластических деформаций, Y – скорость выделения энергии деформации повреждений; E – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона; σ_{etr} – эквивалентные упругие напряжения; $\dot{\varepsilon}_{pl}$ – интенсивность скорости пластических деформаций; k – функция текучести; β – тензор микронапряжений; γ , R_{inf} , r , s , a , b – параметры материала; R_v – параметр, учитывающий влияние многоосности нагружения на процесс накопления повреждений; p – гидростатическое напряжение; отношение p/σ_{etr} является параметром трехосности напряжений. Параметр поврежденности ω определен в диапазоне $0 \leq \omega \leq 1$, где при $\omega = 0$ материал не имеет повреждений, а при $\omega = 1$ считается разрушенным.

На основе представленной модели поврежденности определен тензор эффективных напряжений, учитывающий влияние накопленных повреждений ω . Эффективные напряжения вычисляются как:

$$\sigma_{eff} = \frac{\sigma}{1-\omega} \quad (4)$$

где σ — истинное напряжение. Эффективные напряжения позволяют скорректировать распределение напряжений с учетом деградации свойств материала.

Модельные представления, описанные в уравнениях (1)-(3), были объединены в общую структуру разрешающих уравнений и интегрированы в программный комплекс ANSYS. Результатом решения системы уравнений является величина микронапряжений β , параметр поврежденности ω , величина пластических деформаций

ε_{pl} , значения эффективных напряжений σ_{eff} , которые учитывают поврежденность. Долговечность материала определяется как число циклов нагружения N_f , которое может выдержать материал до достижения критического уровня поврежденности $\omega = 1$.

Параметры уравнений (1)-(3) были использованы для решения задачи минимизации полной потенциальной энергии:

$$\Pi = U - W \quad (5)$$

$$\delta \Pi = 0 \Rightarrow \delta U = \delta W \quad (6)$$

где Π -полная потенциальная энергия, U -внутренняя накопленная энергия, W -работа внешних сил. Производные от компонент полной энергии определены как:

$$\delta W = \int_{\Omega} \mathbf{f}^* \delta \mathbf{u} d\Omega + \int_S \mathbf{t}^* \delta \mathbf{u} dS \quad (7)$$

$$\delta U = \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \delta \boldsymbol{\varepsilon}_{el} d\Omega = \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{C}_{\text{tangent}} : \delta \boldsymbol{\varepsilon} d\Omega \quad (8)$$

где $\mathbf{f}^*$ - объёмные силы, $\mathbf{t}^*$ - поверхностные силы, $\mathbf{u}$ -вектор перемещений. Уравнение равновесия (6) с учетом соотношений (7) и (8) записано в виде:

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon} : \omega \mathbf{C}_{\text{tangent}} : \delta \boldsymbol{\varepsilon} d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{f}^* \delta \mathbf{u} d\Omega + \int_S \mathbf{t}^* \delta \mathbf{u} dS \quad (9)$$

где $\mathbf{C}_{\text{tangent}}$ касательная матрица жёсткости, $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор деформаций, Ω -объём тела, S -поверхность тела Ω .

Баланс между внутренними и внешними силами записан в виде системы линейных уравнений общего для МКЭ вида:

$$[\mathbf{K}] \cdot \{\Delta \mathbf{u}\} = \{\mathbf{r}\} \quad (10)$$

где $\mathbf{K}$ -матрица жёсткости элемента, $\mathbf{r}$ -вектор невязок:

$$\mathbf{K}_{ij} = \int_{\Omega} (\mathbf{B}_i)^T \omega \mathbf{C}_{\text{tangent}} \mathbf{B}_j d\Omega \quad (11)$$

$$\mathbf{r}_i = \int_{\Omega} (\mathbf{B}_i)^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{f}^* \delta \mathbf{u} d\Omega - \int_S \mathbf{t}^* \delta \mathbf{u} dS \quad (12)$$

В настоящей работе определяющее соотношение (10) решено с использованием метода Ньютона в рамках программного комплекса ANSYS.

Реализация представленного алгоритма выполнена в виде динамически подключаемой библиотеки пользовательских материалов, что позволяет учитывать текущую поврежденность и её влияние на напряженно-деформированное состояние материалов. Предложенная реализация метода прогнозирования долговечности сопровождается разработанным расчетно-экспериментальным методом определения констант определяющих соотношений a , b , r , s , R_{inf} и γ . В главе подробно описан процесс введения модели в вычислительный комплекс, включая все этапы разработки и внедрения.

По завершению формирования системы разрешающих уравнений проведена поэтапная верификация разработанного вычислительного комплекса. На первом этапе тарировалась модель накопления повреждений по отношению к известным

литературным данным. Для этого использовался цилиндрический образец с внешним кольцевым надрезом, подвергнутый монотонному осевому растяжению. Моделирование проводилось в осесимметричной постановке с приложением перемещений к верхней грани образца.

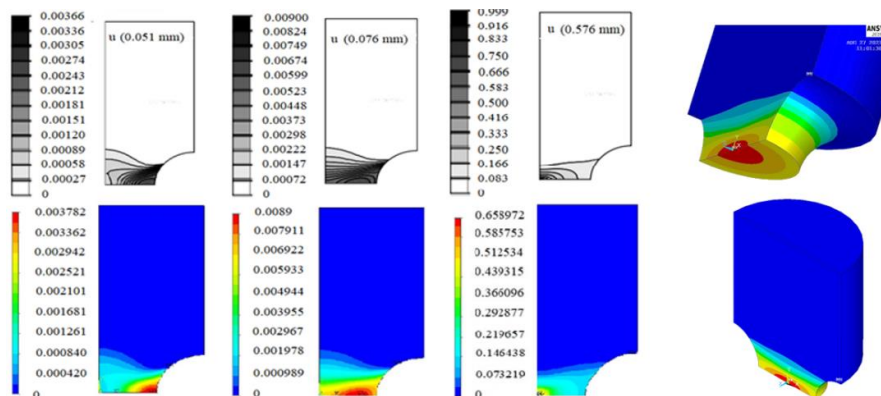


Рисунок 1. Распределение параметра повреждённости в зависимости от перемещения верхней грани образца.

На Рис. 1 представлены численные результаты по распределениям параметра повреждённости и изменению положения координаты максимума в модельном образце. Установлено, что перераспределение повреждений по стадиям деформирования имеет подобный характер по отношению к известной в литературе когезионной модели.

Второй этап верификации разработанного метода состоял в тарировке величин усталостной долговечности на стадии образования дефекта. Для этого численные результаты по долговечности были сопоставлены с собственными экспериментальными данными испытаний стали Р2М на малоцикловую усталость с использованием цилиндрического образца Рис. 3(а).

В порядке верификации предложенного численного метода получены результаты, устанавливающие соответствие литературным и экспериментальным данным. Это обстоятельство подтверждает адекватность и корректность разработанных моделей и алгоритмов прогнозирования долговечности с учетом процессов накопления повреждений в сочетании с комбинированными законами упрочнения при монотонном и циклическом нагружении.

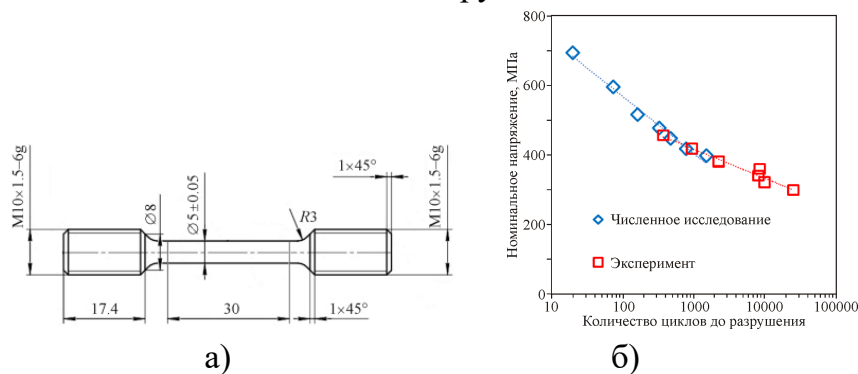


Рисунок 3. Геометрия испытательного образца (а) и сопоставление расчетных и экспериментальных данных (б) по долговечности образцов из стали Р2М.

В контексте оценки несущей способности материалов и элементов конструкций в работе использовано предположение о составляющих общей долговечности, которая включает стадии образования начальных дефектов и развития трещин, описываемых различными системами определяющих соотношений. В этой связи в третьей главе диссертации рассмотрены возможности моделирования роста трещин на основе современных представлений механики разрушения.

В третьей главе рассматриваются формулировка, реализация и верификация модели фазового поля разрушения (ФПР), предназначенной для прогнозирования долговечности на стадии роста трещины в материалах при различных условиях нагружения. Модель фазового поля разрушения основывается на диффузном представлении зоны повреждений, где граница трещины задается неявно через переменную фазового поля φ , принимающую значения от 0 (неповрежденный материал) до 1 (полностью разрушенный материал). Диффузное поле повреждений предполагает наличие основной трещины и дополнительных мелких трещин, размеры и плотность распределения которых уменьшаются по мере удаления от плоскости расположения основного дефекта.

Согласно теории фазовых полей разрушения в третьей главе представлена разработка и численная реализация метода ФПР, основанная на формулировке полной энергии и составляющих плотности энергии деформации с введением дополнительных параметров масштаба поля и повреждения сплошной среды. Реализация метода фазового поля разрушения дополнена новой степенью свободы при решении трехмерных задач и функциями деградации для условий монотонного и циклического нагружения. Основное содержание третьей главы составляют результаты численных параметрических исследований в соответствии с методом фазовых полей разрушения, которые устанавливают закономерности и эффекты влияния смешанных форм деформирования и сложного напряженного состояния при развитии сквозных и поверхностных дефектов в трехмерных телах при линейном и нелинейном монотонном и циклическом деформировании.

Метод фазового поля разрушения основан на принципе минимизации полной энергии, которая включает в себя упругую энергию деформации, и энергию, связанную с образованием новой поверхности трещины. Для всех подвергнутых анализу принципиальных задач механики трещин в третьей главе реализован метод, основанный на балансе энергии между накопленной деформацией и затратами энергии на развитие трещины. При этом использована для всех рассмотренных задач следующая форма записи функционала полной энергии:

$$\Psi_{total}(\varphi, \nabla \varphi, \varepsilon) = \int_{\Omega} ((1 - \varphi)^2 \psi_0(\varepsilon) + \frac{G_c}{2} (\frac{\varphi^2}{l} + l |\nabla \varphi|^2)) d\Omega \quad (13)$$

где, ψ_0 - плотность энергии деформации, G_c - критическая энергия разрушения, l - параметр фазового поля, определяющий размеры диффузной зоны вокруг трещины, φ - функция повреждения. В общем случае плотность энергии деформации ψ_0 , включает упругую ψ_{el} и пластическую ψ_{pl} составляющие, а история нагружения (монотонное, циклическое) описывается соответствующей функцией деградации. В

диссертации модель фазового поля реализована с помощью подпрограммы ANSYS USERELEMENT, которая позволяет вычислять модифицированные компоненты матрицы жесткости элементов и векторов узловых сил. Для решения рассматриваемых задач использована система линейных уравнений $[K] \cdot \{\Delta u\} = \{r\}$ где компоненты матрицы жесткости и вектора невязок имеют вид:

$$\begin{cases} K_{ij}^{uu} = \int_{\Omega} g(\varphi) \cdot (\mathbf{B}_i^u)^T \mathbf{C} \mathbf{B}_j^u d\Omega \\ r_i^u = \int_{\Omega} g(\varphi) \cdot (\mathbf{B}_i^u)^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{f}^* \delta u d\Omega - \int_S \mathbf{t}^* \delta u dS \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} K_{ij}^{\varphi} = \int_{\Omega} \left\{ \left(2\psi_0 + \frac{G_c f(\vartheta)}{l} \right) N_i N_j + f(\vartheta) \cdot G_c \cdot l \cdot \mathbf{B}_i^T \mathbf{B}_j \right\} d\Omega \\ r_i^{\varphi} = \int_{\Omega} \left\{ 2(1-\varphi)\psi_0 N_i + \frac{G_c f(\vartheta)}{l} \left[\varphi N_i + l^2 (\mathbf{B}_i)^T \nabla \varphi \right] \right\} d\Omega \end{cases} \quad (15)$$

для степеней свободы u_i, v_i , и φ_i , где $g(\varphi)$ - функция деградации.

Реализованный в среде вычислительного МКЭ комплекса ANSYS метод фазовых полей разрушения был верифицирован по отношению к классическим примерам, а также представлены новые решения актуальных задач механики трещин. На первом этапе верификации была решена задача одноосного нагружения пластины с надрезом, результаты которой представлены на Рис. 4. Проведенные расчеты показали хорошее соответствие с результатами, представленными в литературе, что подтверждает адекватность реализованного алгоритма модели фазового поля разрушения для описания процессов образования и распространения в упругих материалах.

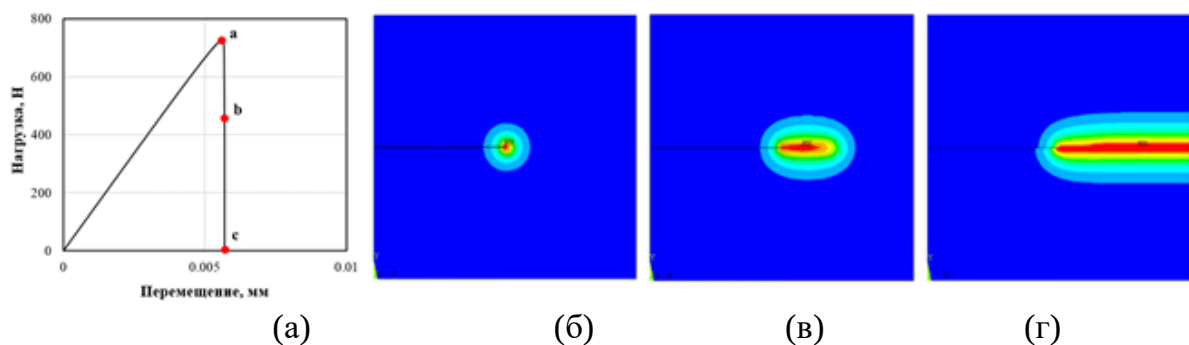


Рисунок 4. Пластина с надрезом при растяжении: кривая нагрузка-перемещение (а), поля повреждений (б)-(г) при смещениях $u = 0.0055\text{мм}$; 0.005693мм ; 0.005696 мм .

Верификация реализованного метода фазовых полей разрушения представлена в форме сравнения 2D-решений задач в упругой и упругопластической постановке для компактного образца, который наиболее популярен в экспериментальной механике трещин. Общая плотность энергии деформации включала упругую и пластическую составляющие. В качестве результатов получены диаграмма «нагрузка–перемещение» и распределение параметра поврежденности по стадиям разрушения образца (Рис. 5). В результате установлены отличия между упругим и пластическим решениями,

которые обусловлены с накоплением повреждений в пластической области вершины трещины, что приводит к снижению жесткости образца и изменению предельных нагрузок и перемещений.

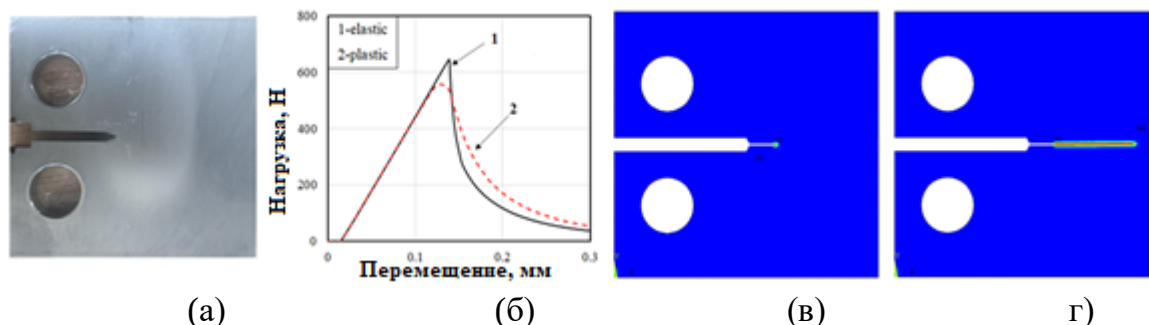


Рисунок 5. Компактный образец (а). Кривые зависимости нагрузка-перемещение (б) и поля повреждений образца при смещениях $u=0.138$ мм (в) и $u=0.300$ мм (г).

В настоящем исследовании разработанный алгоритм реализован в среде вычислительного кода ANSYS с помощью программируемых пользователем функций для решения представленных ниже трехмерных задач. На рисунке 6 показаны результаты моделирования роста трещины в трехмерной плите при монотонном одноосном деформировании. Достоинством данного результата является возможность учета изменения кривизны фронта трещины в процессе ее роста за счет различных темпов накопления повреждений в направлении толщины плиты, что естественным образом воспроизводит эффекты стеснения во взаимно перпендикулярных плоскостях. Полученные результаты подтверждают работоспособность метода фазовых полей для решения трехмерных задач разрушения, обеспечивая необходимую точность и стабильность при моделировании трещинообразования в условиях сложного напряженного состояния.

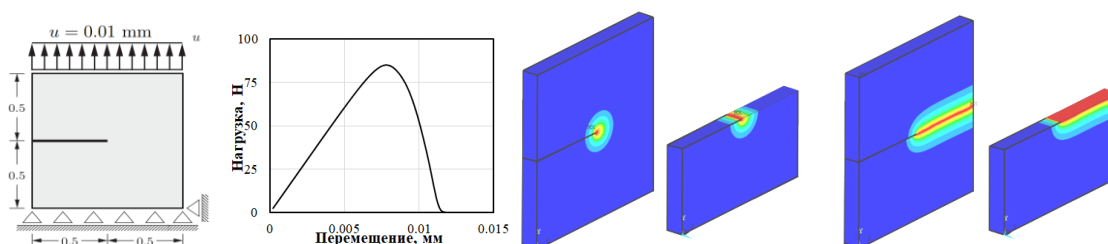


Рисунок 6. Инициализация и распространение трещины в 3D-плите.

Решению актуальных задач смешанных форм деформирования и разрушения адресована представленная в главе 3 реализация метода фазовых полей разрушения на примере моделирования испытаний образцов в диапазоне от нормального отрыва до чистого сдвига (Рис. 7).

Особенность предлагаемой реализации метода ФПР состояла в различных формах записи компонент плотности энергии деформации, которые принципиально меняют траектории роста трещин при смешанных формах разрушения

$$\psi_{el} = \sum \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}, \quad \psi = g(\varphi) \left(\psi_{el}^+(\varepsilon_{el}) \right) + \psi_{el}^-(\varepsilon_{el}) \quad (16)$$

где ψ_{el} - полная упругая плотность энергии деформации, σ – тензор напряжений, ε – тензор деформаций, φ - функция повреждения, $g(\varphi)$ - функция деградации, ψ_{el}^+ ψ_{el}^- - положительная и отрицательная составляющие плотности энергии деформации.

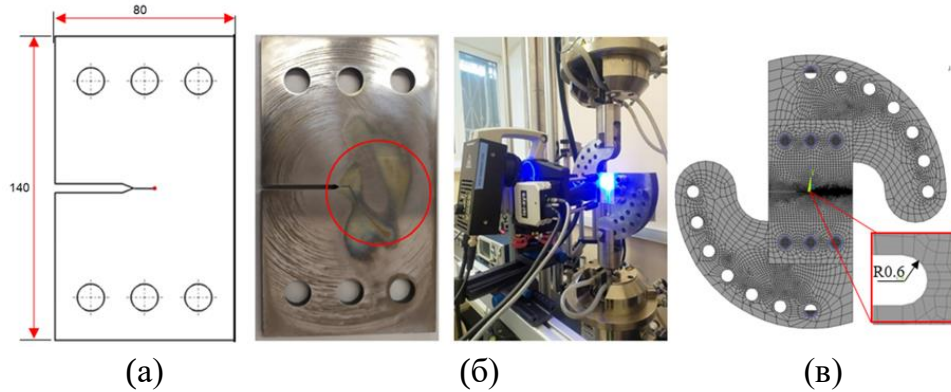


Рисунок 7. Образец (а), испытательная установка (б) и МКЭ модель (в) для смешанных мод деформирования.

На рисунке 8,а,в,д представлены экспериментально полученные траектории роста трещины в испытательном образце в условиях нормального отрыва и чистого сдвига. Образцы подвергались нагружению до полного разрушения, и данные о траекториях роста трещин, а также зависимости «нагрузка–перемещение» использовались для верификации модели. Установлено, что при одинаковых условиях нагружения и идентичных упругих свойствах материала возможны ветвление (рис. 8в) (развитие двух трещин одновременно) и развитие одной наклонной трещины от исходного надреза в условиях чистого сдвига (рис. 8д).

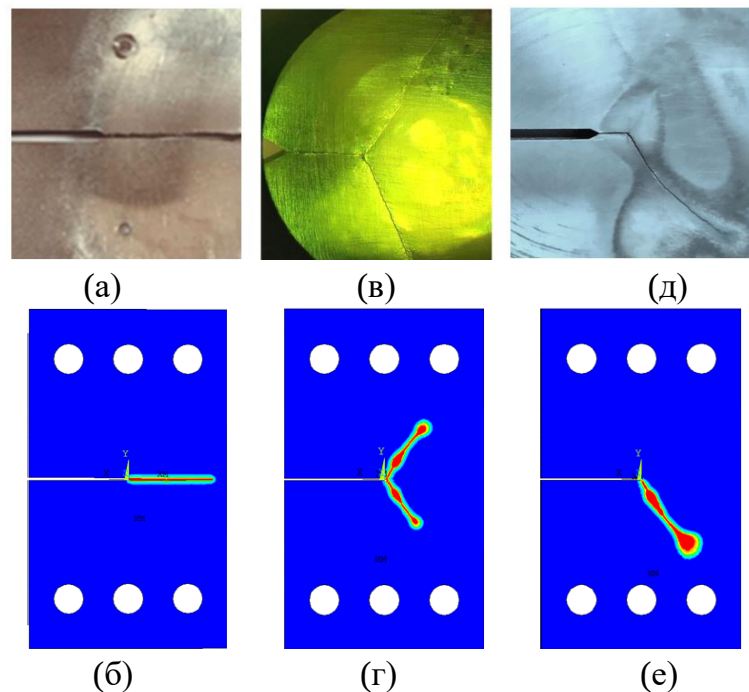


Рисунок 8. Экспериментальные траектории трещин (а,в,д) и прогнозируемые траектории разрушения (б,г,е) для нормального отрыва (а,б) и чистого сдвига (в-е).

Результаты моделирования методом фазовых полей для аналогичных условий нагружения показаны на рисунке 8 (б,г,е). Фазовые поля разрушения на рисунках 8(г) и 8(е) получены при использовании различных форм записи определяющих соотношений. Отличия между этими уравнениями заключаются в подходе к учету энергии деформации. В одном случае используется полная упругая энергия деформации, что позволяет учитывать повреждения независимо от типа напряжений, включая как растягивающие, так и сжимающие компоненты. Во втором случае применяется развернутая форма упругой энергии, в которой учитываются только компоненты энергии, связанные с растягивающими напряжениями. Установленные различия в способе учета энергии деформации объясняют вариации в распределении фазового поля разрушения и траекторий роста трещин. Таким образом показано что, использование различных форм уравнений энергетического баланса позволяет достичь адекватного соответствия экспериментальным данным, демонстрируя гибкость модели фазовых полей в описании сложных траекторий роста трещин.

Наиболее актуальными в практических приложениях являются задачи развития поверхностных дефектов. В этой связи в главе 3 рассмотрено применение модели фазового поля для моделирования распространения исходных несквозных дефектов в 3D-пластинах для смешанных форм разрушения, которые формируются при совместном действии нормальных и сдвиговых напряжений при многоосном нагружении. Рассмотрено (Рис.9) поведение поверхностной полуэллиптической трещины, ориентированной под углом 45° к направлению нормальных номинальных напряжений при двухосном нагружении различной интенсивности (равнодвухосное растяжение, одноосное растяжение и равнодвухосное растяжение-сжатие). По фронту трещины реализуются все три формы разрушения (I, II и III).

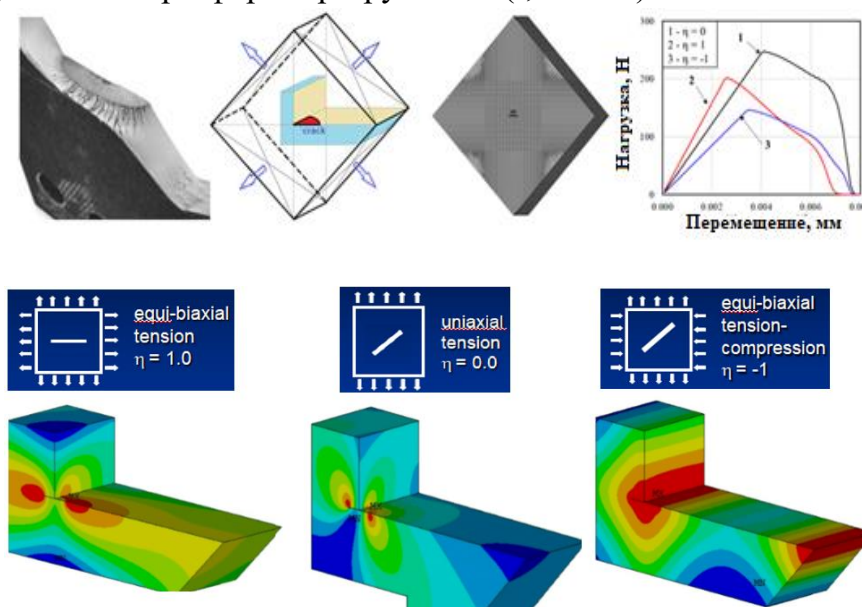


Рисунок 9. Фазовые поля разрушения при многоосном нагружении полуэллиптической трещины при смешанных формах деформирования.

Полученные численные данные подтверждают экспериментальные результаты, которые указывают на разную скорость роста поверхностных дефектов на свободной

поверхности и в направлении толщины пластины. На основе полученных результатов установлены особенности поведения поверхностных дефектов при смешанных формах двухосного нагружения. Благодаря трехмерной модели, метод фазовых полей позволил провести анализ накопления повреждений вдоль фронтов трещин при многоосном нагружении путем визуализации процессов эволюции исходных поверхностных дефектов в состояние сквозных магистральных трещин (Рис.9).

Продолжение анализа поведения поверхностных дефектов в терминах фазовых полей разрушения представлено путем моделирования процессов взаимодействия, объединения и последующего роста с общим фронтом двух начальных полуэллиптических трещин (Рис.10).

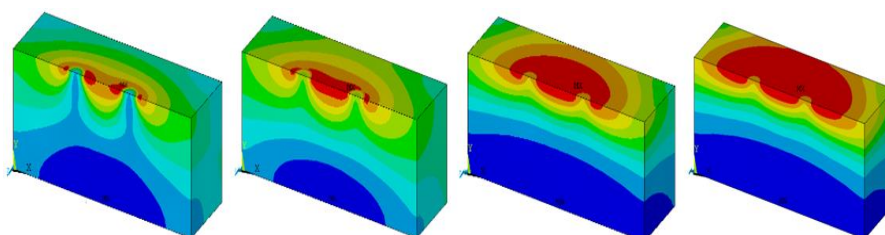


Рисунок 10. Взаимодействие и рост двух исходных поверхностных трещин.

Для моделирования доминирующих механизмов разрушения на мезоуровне в третьей главе был разработан метод построения зернистой структуры кристаллических материалов, который позволяет воспроизводить их микроструктурные особенности. С использованием метода мозаики Вороного на основе фазовых полей было смоделировано межзеренное и внутризеренное разрушение, характерное для кристаллических тел (Рис.11).

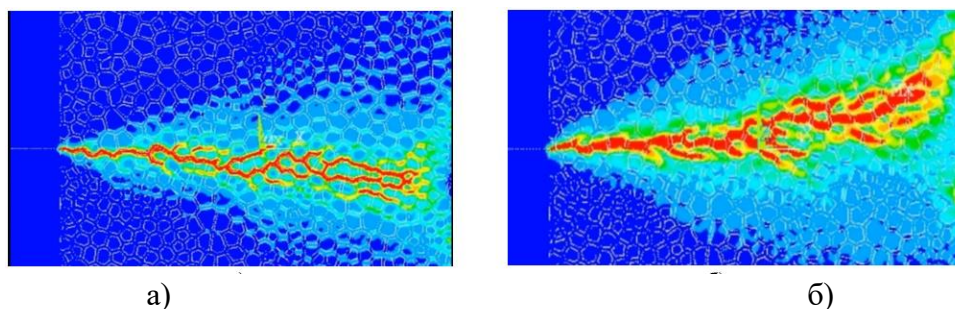


Рисунок 11. Межзеренное (а) и внутризеренное (б) разрушение материала кристаллической структуры в терминах фазовых полей разрушения.

Разработанный подход обеспечивает более детальное описание процессов разрушения с учетом взаимодействия трещин с границами зерен и их распространение внутри зерен, что позволяет более точно исследовать и прогнозировать поведение материалов при различных условиях нагружения на мезоуровне.

В четвертой главе представлено практическое приложение разработанных моделей повреждений при усталости и в фазовых полях разрушения для прогнозирования общей долговечности проушины диска паровой турбины, что включает стадии образования начального дефекта и последующего развития трещины.

Объектом приложений выступали элементы заклепочного соединения лопаток с насадным диском с эксплуатационным повреждением (Рис.12). На первом этапе численных расчетов оценивалась долговечность заклепочного соединения с использованием разработанной модели долговечности (глава 2), что позволило определить длительность стадии появления начального дефекта. На втором этапе расчетов с помощью модели фазового поля (глава 3) были определены траектории и длительность роста трещины, что позволило детально описать процесс трансформации поверхностного дефекта в сквозную трещину в условиях эксплуатационного нагружения.

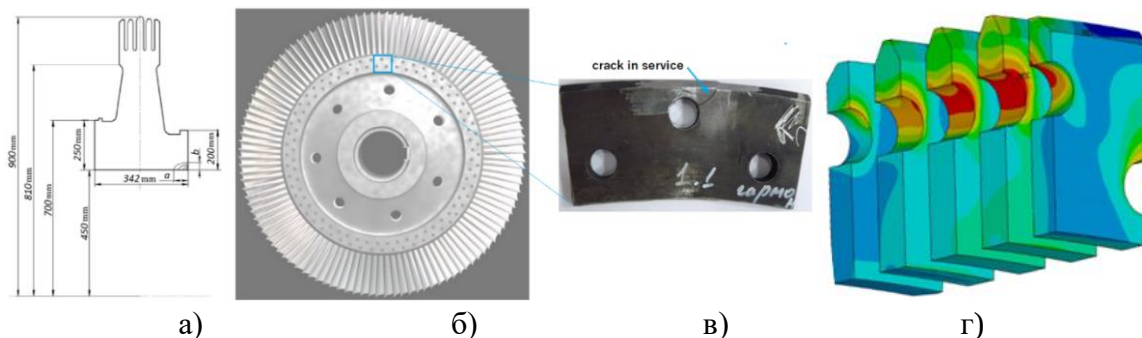


Рисунок 12. Радиальное сечение (а) диска паровой турбины (б), эксплуатационное повреждение (в) и распределение напряжений в проушине диска (г).

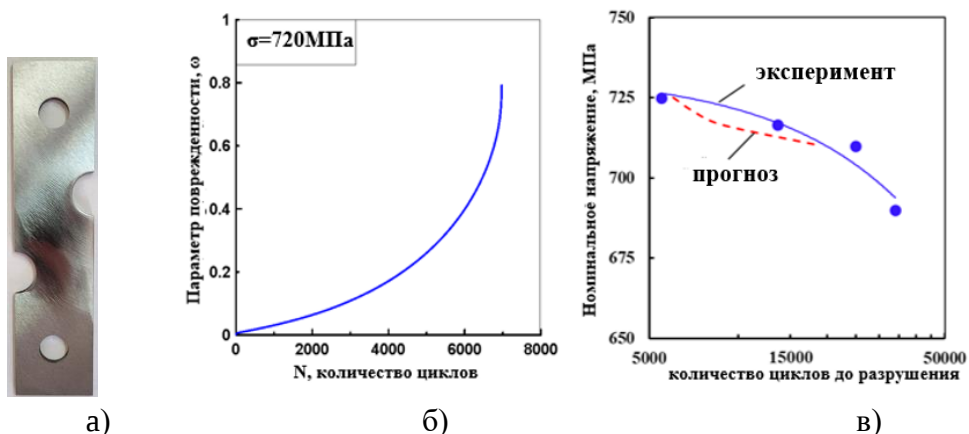


Рисунок 13. Имитационная модель (а), эволюция повреждений (б) и сравнение прогнозной и экспериментальной усталостной долговечности (в).

В соответствии с разработанным методом прогнозирования долговечности (глава 2) проводились испытания образцов специальной геометрии (рис.13а), которые были направлены на изучение поведения материала при циклическом нагружении и определение констант модели повреждения r и s , а также модели упрочнения R_{inf} , γ , a , b , характеризующих изотропное и кинематическое упрочнение материала. Полученные экспериментальные данные положены в основу численного моделирования, где конечный результат накопления повреждений (рис.13б) и прогноза долговечности (рис.13в) показал хорошее соответствие между расчетными и экспериментальными данными. Подобное соответствие подтвердило адекватность модели описания циклического упруго-пластического поведения материала, что

позволило перейти к прогнозу долговечности и анализу разрушения в заклепочном соединении диска турбины.

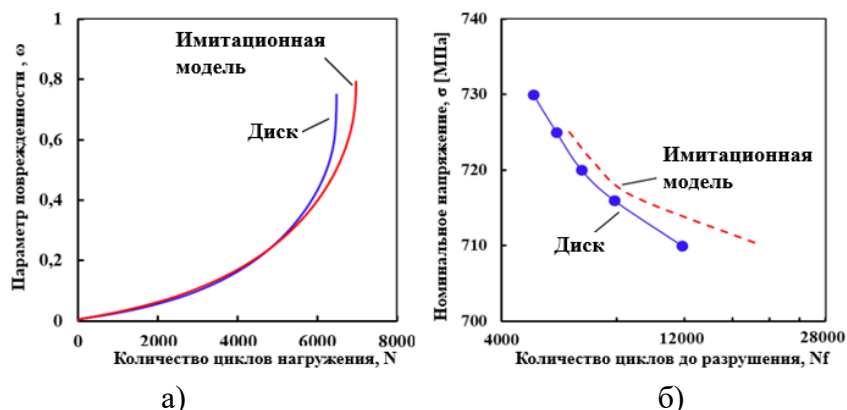


Рисунок 14. Сравнение прогнозируемого накопления повреждений (а) и долговечности (б) для имитационной модели и проушины диска турбины.

На рис. 14а приведено сравнение расчетов процессов накопления повреждений в проушине диска турбины и в имитационной модели при циклической деформации для базовых условий нагружения, соответствующих скорости вращения ротора турбины 3000 об/мин, а на рис. 14б представлено сопоставление прогнозируемой долговечности для этих же объектов исследования, которое говорит о хорошем взаимном соответствии. На основе полученных результатов сделан вывод, что интеграция теоретических моделей с реализованными численными алгоритмами представляет собой эффективный метод для оценки долговечности на стадии образования дефектов с учетом функции накопления повреждений.

На следующем этапе представлено прогнозирование долговечности на стадии роста трещины в зоне заклепочного соединения лопатки и диска турбины, выполненное с применением модели фазового поля. Рассмотрение трехмерной модели заклепочного соединения позволило сравнить предельные нагрузки при двухосном нагружении при наличии и отсутствии эксплуатационных дефектов (рис.15а).

Использование модели фазового поля в ANSYS для прогноза пути трещины показало, что повреждения вблизи заклепочных отверстий имеют тенденцию к накоплению и объединению, приводя к образованию сквозных макротрещин. Важным результатом численных расчетов является полученная долговечность на стадии развития трещины (рис.15б), которая формирует общую долговечность проушины в виде суммы прогнозируемой долговечности на стадии возникновения дефекта и стадии распространения трещины. Сравнение прогнозируемой и эксплуатационной траекторий роста трещины (рис.15в,г) подтверждает адекватность разработанной модели фазового поля для описания процесса разрушения в проушине диска турбины.

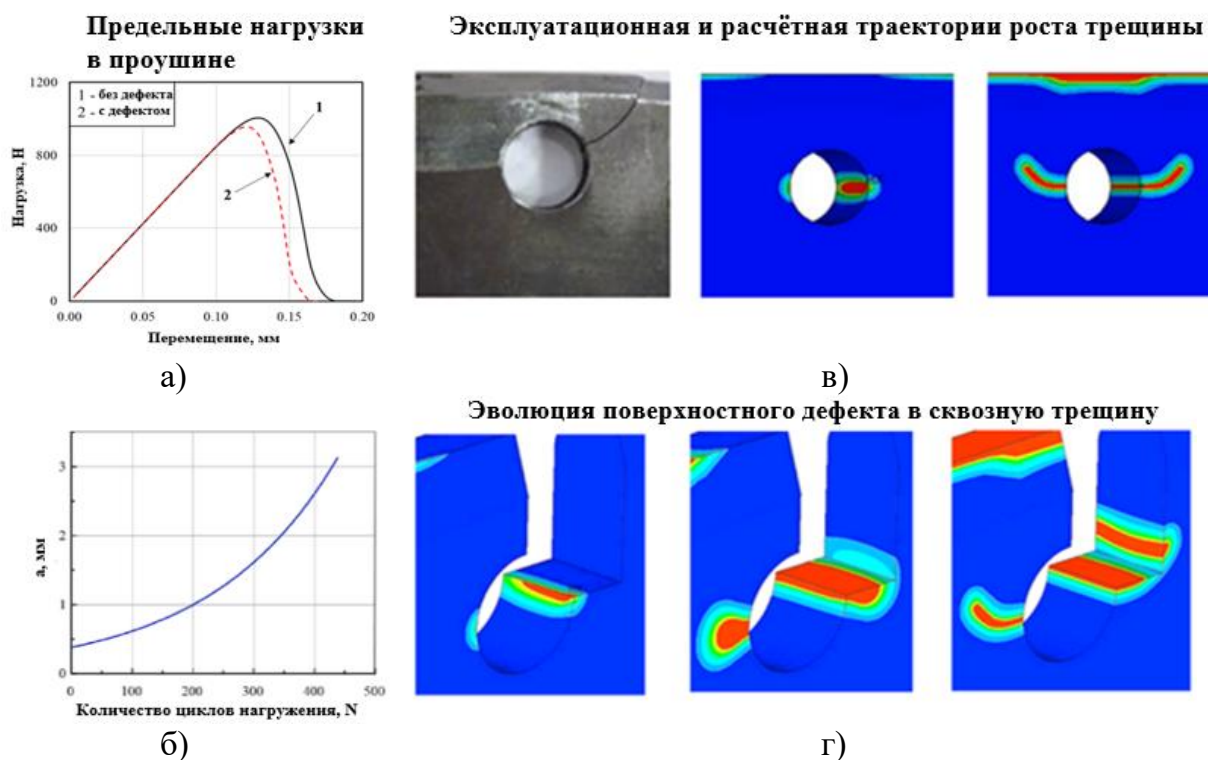


Рисунок 15. Предельные нагрузки (а), длительность роста трещины (б) и фазовые поля разрушения в проушине диска турбины (в,г).

Таким образом, представленные результаты демонстрируют работоспособность разработанного метода прогнозирования долговечности на стадиях образования и развития дефектов с учётом функции повреждений.

Основные выводы

Цель работы состояла в разработке и обосновании расчетно-экспериментальных методов прогнозирования долговечности при малоциклового усталости и процессов роста трещин при монотонном и циклическом нагружении по модели фазовых полей разрушения с учетом функций накопления и развития повреждений. Основные выводы по достижению поставленной цели состоят в следующем.

1. Разработана и численно реализована методика прогнозирования малоциклового усталости, включающая закон накопления повреждений, условия изотропного и кинематического упрочнения. Модель позволяет прогнозировать долговечность с учетом эволюции повреждений и адаптивных свойства материала в условиях эксплуатационных нагрузок.

2. Сформирована общая система разрешающих уравнений, разработан и реализован алгоритм расчета долговечности в вычислительном МКЭ-комплексе через новые динамически подключаемые библиотеки. Разработан метод расчетно-экспериментального определения констант определяющих соотношений малоциклового усталости.

3. Разработан и численно реализован метод фазовых полей разрушения в энергетической трактовке с введением дополнительных параметров масштаба поля и повреждения сплошной среды. Реализация метода фазового поля разрушения

дополнена новой степенью свободы при решении трехмерных задач и функциями деградации для условий монотонного и циклического нагружения.

4. Проведенные численные параметрические исследования в терминах фазовых полей разрушения позволили установить закономерности и эффекты влияния смешанных форм деформирования и сложного напряженного состояния при развитии сквозных и поверхностных дефектов в трехмерных телах при линейном и нелинейном монотонном и циклическом деформировании;

5. Проведена верификация разработанных моделей по отношению к экспериментальным данным по испытаниям материалов на малоцикловую усталость и развитие трещин при смешанных формах деформирования.

6. Разработан и реализован метод численного моделирования доминирующих механизмов разрушения для материалов зернистой структуры с использованием мозаики Вороного. Варианты межзеренного и внутризеренного распространения трещин в методе фазовых полей разрушения получены путем изменения основных механических характеристик и размеров зерен и межзеренных границ.

7. Проведены расчеты долговечности проушины диска паровой турбины с эксплуатационным повреждением для стадий появления и развития дефектов, основанные на совместном применении модели малоциклового усталости и метода фазовых полей разрушения. Результаты подтвердили применимость предложенных моделей и реализованных алгоритмов для прогнозирования долговечности и надежности элементов конструкций с учетом условий эксплуатации.

Основные печатные работы по теме диссертации:

1. Khamidullin R., Shlyannikov V., **Kosov D.**, Zakharov A. Comprehensive study of the structural integrity of a damaged turbine disk using FEM, DIC and phase field methods // International Journal of Fatigue. – 2025. – Vol. 192. – Art. id. № 108720.

2. **Kosov D.**, Tumanov A., Shlyannikov V. ANSYS implementation of the phase field fracture approach // Frattura ed Integrità Strutturale. – 2024. – Vol.18, No.70. – P. 133–156.

3. Shlyannikov V., Sulamanidze A., **Kosov D.** Generalization of crack growth mechanisms under isothermal and thermomechanical fatigue by COD and ERR parameters // Theoretical & Applied Fracture Mechanics. – 2024. – Vol. 131. – Art. id. № 104392.

4. Shlyannikov V., Sulamanidze A., **Kosov D.** Crack growth analysis of XH73M nickel alloy under fatigue, creep-fatigue interaction and thermo-mechanical conditions // Procedia Structural Integrity. – 2024. – Vol.52, No.1. – P. 214–223.

5. Fedorenkov D.I., **Kosov D.A.**, Tumanov A.V. A method of determining the constants and parameters of a damage accumulation model with isotropic and kinematic hardening // Physical Mesomechanics. – 2023. – Vol. 26, № 2. – P. 157-166.

6. **Косов Д.А.**, Федоренков Д.И. Анализ напряженно-деформированного состояния алюминиевого сплава Д16Т при сложном напряжённом состоянии с учетом повреждённости // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2023. – №4. – С. 45–53.

7. Fedorenkov D.I., **Kosov D.A.**, Tumanov A.V. Constants and parameters of the damage accumulation model with isotropic and kinematic hardening for 25Cr1Mo1V steel // Procedia Structural Integrity. – 2022. – Vol.42. – P. 537–544.

8. Федоренков Д.И., **Косов Д.А.** Реализация модели поврежденности Lemaitre с кинематическим упрочнением в конечно-элементном комплексе ANSYS // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2022. – №2. – С. 147–157.
9. **Kosov D.**, Fedorenkov D., Tumanov A. Complex stress state analysis for aluminum alloy accounting for damage accumulation // Procedia Structural Integrity. – 2022. – Vol.42. – P. 545–552.
10. Федоренков Д.И., **Косов Д.А.**, Туманов А.В. Методика определения констант и параметров модели накопления повреждений с изотропными кинематическим упрочнением // Физическая мезомеханика. – 2022. – Т. 25, № 6. – С. 63–74.
11. Shlyannikov V., **Kosov D.**, Fedorenkov D., Zhang X.-C., Tu S.-T. Size effect in crack growth rate under creep-fatigue interaction in P2M steel // Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures. – 2021. – Vol. 44, № 12. – P. 3301–3319.
12. **Косов Д.А.**, Федоренков Д.И., Туманов А.В. Реализация модели повреждённости Lemaitre в конечно-элементном комплексе ANSYS // Труды Академэнерго. – 2020. – №4 (61). – С. 30–48.
13. Захаров А.П., **Косов Д.А.**, Федоренков Д.И., Федотова Д.В. Развитие поверхностных трещин в материале лопаток паровых турбин // Труды Академэнерго. – 2019. – №3. – С. 107–121.