ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ПЕРМСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Полудницин Анатолий Николаевич

НАДКРИТИЧЕСКИЕ КОНВЕКТИВНЫЕ ТЕЧЕНИЯ ВОЗДУХА В НАКЛОНЯЕМОЙ ЗАМКНУТОЙ ПОЛОСТИ

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
кандидат физико-математических наук
Шарифулин А. Н.

Пермь 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3
Глава 1. Современное состояние проблемы 10
1.1 Надкритические конвективные течения в горизонтальном цилиндре 11
1.1.1 Наклоняемый горизонтальный цилиндр круглого сечения 12
1.1.2 Наклоняемый горизонтальный цилиндр квадратного сечения 15
1.2 Надкритические конвективные течения в кубической полости 25
1.3 Выводы 38
Глава 2. Бифуркации конвективного течения в наклоняемой кубической полости 40
2.1 Постановка задачи экспериментального исследования 40
2.2 Экспериментальная установка 43
2.3 Методика распознавания крупномасштабного движения воздуха 46
2.3.1 Компенсация механического несовершенства модели 49
2.4 Методика проведения экспериментов 50
2.5 Результаты экспериментов 52
2.5.1 Анализ полученных стационарных конвективных течений 53
2.5.2 Анализ переходных участков временных диаграмм 64
2.5.3 Влияние надкритичности на время перехода от аномального течения к нормальному 70
2.6 Выводы 72
Глава 3. Численное определение границ существования аномального конвективного течения в наклоняемом цилиндре квадратного сечения 73
3.1 Постановка задачи 74
3.2 Метод решения 78
3.3 Расчет критических чисел Грасгофа и сравнение с известными значениями 80
3.4 Результаты расчетов 82
3.4.1 Случай теплоизолированных боковых стенок 82
3.4.2 Случай идеально теплопроводных боковых стенок 89
3.4.3 Бифуркационные кривые 97
3.5 Выводы 99
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 100
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 102

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность и степень разработанности темы исследования. Процессы тепломассообмена в замкнутых полостях, заполненных воздухом, представляют как теоретический, так и практический интерес. В таких полостях, как правило, присутствует нагрев или охлаждение извне. Неравномерное распределение температуры воздуха приводит к перепадам плотности, которые при наличии гравитации вызывают течения, называемые свободной тепловой (естественной) конвекцией. Естественную конвекцию важно учитывать при проектировании и эксплуатации жилых и производственных помещений, корпусов электронных и технических устройств, шахтных выработок, салонов и контейнеров транспортных средств.

Естественная конвекция в замкнутых полостях интенсивно изучается в течение последних десятилетий. В отечественной и зарубежной литературе имеется более сотни статей относящихся к различным аспектам конвективного теплопереноса в замкнутых полостях. Хорошо изучены структуры конвективных течений для двухмерной и пространственной конвекции в квадратной полости и в кубе. Детально рассмотрены два распространенных случая подогрева, – снизу и сбоку для полостей с теплоизолированными и теплопроводными гранями. Выяснено, что на характер конвективных течений и интенсивность теплопереноса оказывает существенное влияние отклонение от условий подогрева строго снизу, т.е. когда нижняя нагретая грань (дно) полости отклоненна от горизонтального положения. При этом, как правило, возникает валовое течение, при котором жидкость поднимается вверх вдоль наклоненного нагретого дна, такие валовые течения называют нормальными. Обнаружено, что нормальное валовое течение, полученное для некоторого угла наклона полости, сохраняет направление вращения при плавном изменении угла наклона с переходом через нулевое значение (горизонтальное положение полости). В литературе течение, получившееся в результате наклона с переходом нулевое значение, называют аномальным, поскольку теплая жидкость движется вниз вдоль нагретого дна. Это течение существует до некоторого критического угла наклона в области существования нормального течения. Плавное циклическое изменение угла наклона около нулевого положения на угол больше критического приводит к гистерезисным переходам. Зависимость критического угла, т.е. глубины гистерезиса, от интенсивности надкритического конвективного течения в полостях с теплопроводными гранями не изучена. В случае теплоизолированных граней эволюция критического угла от интенсивности получена в численных расчетах двумерной конвекции в квадрате. Экспериментальные исследования зависимости критического угла от интенсивности для куба не проводились, но имеются работы, подтверждающие существование аномального течения при небольших углах наклона.

Цели и задачи исследования:

Целью работы является экспериментальное и численное исследование гистерезиса ламинарного конвективного течения возле горизонтального положения полости, влияния на гистерезис интенсивности конвективного течения, а также выявление механизма смены направления течения и влияния на него интенсивности конвективного валового течения.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

1. Экспериментально определить области существования аномального конвективного течения воздуха в наклоняемой кубической полости для ламинарных валовых течений различной интенсивности;
2. Экспериментально проанализировать переходной процесс от аномального к нормальному течению воздуха и определить влияние на него интенсивности конвективного течения;

3. Численно определить области существования двумерного аномального конвективного течения воздуха в наклоняемом цилиндре квадратного сечения с теплопроводными гранями.

Научная новизна диссертационной работы заключается в том, что в ней впервые:

1. Экспериментально получена бифуркационная кривая, определяющая пределы существования аномального конвективного течения воздуха в наклоняемой кубической полости с теплопроводными стенками в интервале чисел Релея до $1{,}8 \cdot 10^5$.

2. Экспериментально исследованы гистерезисные переходы от аномального к нормальному течению воздуха в наклоняемой кубической полости с теплопроводными стенками, максимальная глубина гистерезиса достигается при двадцатикратной надкритичности.

3. Численно получена бифуркационная кривая, определяющая пределы существования аномального конвективного течения воздуха в наклоняемом вокруг оси симметрии горизонтальном цилиндре квадратного сечения с теплопроводными стенками в интервале чисел Релея до двадцати надкритичностей.

4. Численно исследована динамика перехода аномального конвективного течения воздуха к нормальной конвекции в цилиндре квадратного сечения с теплопроводными стенками.

Достоверность полученных результатов обеспечивается тщательной разработкой экспериментальных методик, использованием современных методов измерения и обработки данных, проведением контрольных опытов, апробированных методов расчета, а также согласием полученных при тестировании результатов с данными теоретических и экспериментальных работ других авторов.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты работы позволяют лучше понять механизм влияния наклона полости на формирование конвективных течений и их устойчивость в технологических и природных процессах. Результаты могут быть использованы при проектировании устройств с управлением конвективным теплопереносом.

Методология и методы исследования. Экспериментальное исследование осуществляется термопарным методом. Используются медь-константановые термопары с усилителем коммутатором “Термодат 38В1” и программой “TermodatReader.v2.10” для получения исходных данных с лабораторного эксперимента. Теоретическое исследование проводится методом математического моделирования с использованием для решения системы дифференциальных уравнений в частных производных конечно-разностного метода.

Положения, выносимые на защиту:

- Границы, области существования аномального конвективного течения воздуха в наклоняемом кубе с теплопроводными стенками;
- Гистерезисные переходы в кубической полости между аномальным и нормальным валовыми конвективными течениями;
- Границы, существования аномального двумерного конвективного течения воздуха в наклоняемом цилиндре квадратного сечения с теплопроводными границами;

Объем и структура работы, краткое содержание. Диссертация состоит из введения, двух глав с описанием результатов исследования, заключения и списка литературы (116 наименований). Работа содержит 42 рисунка. Общий объем диссертации 114 страниц.

Работа посвящена экспериментальному и численному исследованию влияния наклона полости на поведение надкритических конвективных течений воздуха при различной интенсивности подогрева снизу квадратной и кубической полостей. Конвекция воздуха в квадратной полости изучалась численно, влияние наклона на надкритическую валовую конвекцию в кубической полости изучалось в лабораторных экспериментах с помощью анализа термопарных измерений.

Во **введении** раскрывается актуальность выбранной темы научной работы, сформулированы цели исследования, приведены результаты, выносимые на защиту, указана их научная новизна и практическая значимость.

В **первой** главе представлен обзор литературы по конвективным течениям, возникающими в условиях свободной ламинарной тепловой конвекции в замкнутых прямоугольных полостях. Приводятся сведения о влиянии наклона полости на теплоперенос и структуру конвективных течений в бесконечных горизонтальных цилиндрах и кубической полости с различными граничными условиями.

Во **второй** главе приведены результаты экспериментального исследования конвекции воздуха в подогреваемой снизу наклоняемой кубической полости с теплопроводными боковыми гранями. Описана установка и методика проведения экспериментального исследования. Определены границы области существования аномального конвективного течения при плавных наклонах полости на углы до 30° от горизонтального положения, изучены гистерезисные переходы между аномальным и нормальным режимами конвекции. Рассмотрена динамика конвективного вала при переходе аномального к нормальному валу.

В **третьей** главе приводятся результаты численного исследования конечно-разностным методом аномального течения в квадратных цилиндрах с теплоизолированными и теплопроводными стенками. В расчетах для диапазона углов наклона полости от +30^o до – 30^o, получены бифуркационные диаграммы представляющие зависимость интенсивности течения от угла наклона для ряда фиксированных значений числа Релея. Проводится анализ бифуркационных диаграмм, и строятся бифуркационные кривые, определяющие пределы существования аномального течения. Анализируется изменение структуры течения при переходе аномального к нормальному конвективному валу. Метод тестировался на задаче о конвекции воздуха в квадратной полости с теплоизолированными стенками ранее исследованной другими методами.

В **заключении** подводятся итоги проведенных исследований. **Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях:

- Всероссийская конференция по физике горения и механике сплошной среды. Сентябрь, 2007. Институт гидродинамики СО РАН РФ, Новосибирск.
- The 62st Annual Meeting of the American Physical Society’s Division of Fluid Dynamics, Minneapolis, Minnesota, U.S.A. November 22rd-24th, 2009.
- XIX Зимняя школа по механике сплошных сред, Пермь, 24 февраля –27 февраля 2015 г. Пермь, 2015.
- XX Зимняя школа по механике сплошных сред, Пермь, 13 февраля –16 февраля 2017 г. Пермь, 2017.
- Международный симпозиум Неравновесные процессы в сплошных средах, Пермь, 15 мая – 17 мая 2017 г. Пермь, 2017.

Результаты исследований также были представлены и обсуждены на Пермском гидродинамическом семинаре им. Г.З. Гершуни и Е.М. Жуховицкого (Пермский государственный университет, рук. проф. Т.П. Любимова, 2014-2018 гг.). Полностью диссертация обсуждалась на научном семинаре кафедры прикладной физики Пермского национального политехнического университета (руководитель профессор Д.А. Брацун).

Часть исследований выполнена в рамках проекта РФФИ 07-01-96070 [107].

Публикации. Основные результаты исследований опубликованы в 13 печатных работах [106-116], включая 3 статьи [106,109,110] в журналах из списка ВАК, переводные варианты двух из них [106,109] включены в список Web of Science.

Личный вклад автора. Экспериментальные исследования, численные расчеты и обработка результатов выполнены диссертантом, постановка задач, обсуждение и анализ результатов осуществлен совместно с научным руководителем диссертационной работы и соавторами.

Глава 1. Современное состояние проблемы

Свободной тепловой конвекцией называют движение жидкости в поле массовых сил, возникающее из-за неоднородностей плотности, вызванных нагревом. Проблема возникновения и эволюции свободных тепловых конвективных течений является одним из центральных вопросов гидродинамики. Движения такого типа распространены в атмосфере, в океане и в мантии Земли. Тепловая конвекция присутствует во многих технических устройствах (солнечных коллекторах [22], миниатюрных химико-биологических реакторах [23-26], электронных устройствах и приборах в замкнутом пространстве [27-30]). Многие виды конвективных течений хорошо изучены и удовлетворительно моделируются в развитых стационарных режимах, но мало изучены в стадиях переходных состояний, когда при внешнем воздействии одна структура течения сменяется другой. Таким воздействием может быть изменение условий подогрева границ полости или не нарушающее геометрию движение границ [14]. Известно, что изменение взаимной ориентации направления подогрева и силы тяжести позволяет управлять конвекцией [31]. Экспериментальное изучение механизмов смены конвективных течений при внешних воздействиях актуально как для гидродинамики в целом, так и для геофизических и технических приложений.

Широкое распространение в технических приложениях имеют ламинарные тепловые конвективные течения в замкнутых прямоугольных полостях с соотношением сторон, близким к единице. В работе рассматривается ламинарная конвекция в горизонтальных прямоугольных полостях двух типов: бесконечный горизонтальный цилиндр квадратного сечения и куб. Верхняя и нижняя грани полостей изотермические, причем нижняя грань более нагрета. При таком распределении температуры в полости возникает конвекция. В случае совпадения по направлению градиента температуры с вектором ускорения свободного падения, конвекция возникает кризисным образом, в результате потери устойчивости состояния механического равновесия при превышении градиентом температуры в полости критического значения. Первым надкритическим конвективным движением жидкости в указанных полостях является одноваловое движение, в котором частицы жидкости движутся по овальным траекториям [1]. Поскольку при практической деятельности в реальной емкости сложно добиться совпадения направлений градиента температуры и вектора ускорения свободного падения, в последнее время имеется большой интерес к задачам о конвекции в наклонных неподвижных и двигающихся полостях.

1.1 Надкритические конвективные течения в горизонтальном цилиндре

Изучение тепломассопереноса, возникающего в трубопроводах, в цистернах хранения и перевозки жидких продуктов, теплообменниках, кондиционерах, аппаратах, применяемых в химической промышленности, может быть сведено к задачам о конвекции в полостях различных простых геометрических форм (плоский слой, цилиндр, шар, параллепипед и т.п). Структура и характер возникающих конвективных течений определяется свойствами жидкости и окружающего массива, формой и размерами полости, градиентом температуры и его направлением относительно ускорения свободного падения. При подогреве строго снизу, в полости любой формы может реализовываться состояние механического равновесия [1], при котором жидкость неподвижна. Это состояние устойчиво до определенного значения числа Релея, называемого критическим. Большое количество работ посвящено изучению устойчивости механического равновесия и определению критического числа Релея для полостей различной формы с различными тепловыми граничными условиями [1, 32].

В работах по теории конвективной устойчивости, выполненных в первой половине прошлого века рассматривались, в основном, плоские бесконечные горизонтальный и вертикальный слои, подогреваемые снизу или сбоку. В литературе конвекцию в первом случае принято называть релеевской, а во втором - конвекцией в щели. Активное изучение конвекции в замкнутой полости началось с исследования устойчивости в вертикальном круговом цилиндре (Г.А. Остроумов [9]), горизонтальном круговом цилиндре и шаровой полости (Е.М. Жуховицкий [33,34]).

1.1.1 Наклоняемый горизонтальный цилиндр круглого сечения

Упомянутая выше задача Е.М. Жуховицкого использовалась в ряде работ для моделирования влияния наклона на устойчивость и бифуркации надкритического течения, поэтому рассмотрим ее подробнее.

Е.М. Жуховицкий [33] рассмотрел устойчивость механического равновесия в полости, имеющей форму горизонтального кругового бесконечного цилиндра (полость не является замкнутой, но ее размеры ограничены по вертикали, и картина возникновения неустойчивости сходна с той, которая появляется в замкнутых полостях). До этого рассматривались только случаи плоского горизонтального слоя [20] и бесконечного вертикального цилиндра [9]. Горизонтальная цилиндрическая полость в задаче Жуховицкого окружена однородным твердым массивом. В массиве на большом расстоянии от полости сформирован вертикальный градиент температуры. В случае, когда теплопроводность массива много больше теплопроводности жидкости, распределение температуры на стенках цилиндра подчиняется гармоническому закону. В таких условиях в полости возможно состояние механического равновесия. Е.М. Жуховицкий показал с помощью метода Галеркина, что возникающее после потери устойчивости равновесия первое надкритическое течение является валовым, при котором частицы жидкости движутся по круговым траекториям. Был получен вид и нескольких других надкритических движений с более сложной структурой.

Позднее Г.Ф. Шайдуров [35,36] экспериментально получил в круговой горизонтальной цилиндрической полости конвективное валовое течение, с осью вращения совпадающей с осью симметрии цилиндра, структура которого сохранялась вдоль оси, что подтвердило результат Е.М. Жуховицкого о плоском валовом движении жидкости после первого критического числа Релея. Критическое число Релея, полученное в эксперименте, совпало с хорошей точностью с предсказанным числом в работе [33]. Плоские надкритические движения с более сложной структурой в эксперименте не наблюдались. Однако наряду с плоским круговым течением было обнаружено пространственное конвективное движение в виде ячеек вдоль оси симметрии цилиндра.

Теоретически пространственные надкритические движения впервые исследовались методом Галеркина с минимальным набором базисных функций в работе Г.З. Гершуни и Е.М. Жуховицкого [37]. Позднее детальный анализ устойчивости с более полным набором базисных функций относительно пространственных и плоских возмущений для различных соотношений теплопроводности жидкости и окружающего массива был проведен в работе МакХью (McHugh J.P.) [38]. Было получено, что при определенных сочетаниях теплопроводностей жидкости и массива пространственные возмущения могут быть более опасны, чем плоские.

Аналитическое рассмотрение поведения нагретой снизу жидкости в поле тяжести вблизи критического числа Релея при небольшом отклонении от вертикали градиента температуры проведено В.И. Чернатынским и М.И. Шлиомисом [39]. Полученные три стационарных решения исследованы на устойчивость в окрестности первого критического числа Релея. В результате обнаружено, что одно решение дает устойчивое движение с непрерывно меняющейся интенсивностью, другое неустойчивое и третье менее устойчивое, чем первое было названо «метастабильным». Эти результаты получены в общем виде для полости произвольной формы, у которой все линейные размеры одного порядка.

В этой же работе теоретическое рассмотрение проиллюстрировано двумерным численным экспериментом. Рассмотрена упомянутая выше задача о конвекции в горизонтальном круглом цилиндре для среды с числом Прандтля равным единице. Расчет показал, что нарушение вертикальности градиента температуры приводит к возникновению медленного валового течения при сколь угодно малых значениях числа Рэлея. Интенсивность течения резко возрастает в области критического числа Релея. В надкритической области получено кроме описанного движения и валовое течение с противоположным направлением циркуляции. Построены бифуркационные диаграммы, отражающие зависимость функции тока от числа Релея для фиксированных углов α, задающих отклонение градиента температуры вне полости от вертикали. Приведены диаграммы для углов $\alpha = 1^\circ 24'$, $2^\circ 48'$ и $5^\circ 36'$. Использованный в статье численный метод не позволил получить диаграммы для $\alpha = 0^\circ$ и близких к нулю значений угла наклона.

В работе В.И. Чернатынского [40] численно методом конечных разностей продолжено исследование задачи о конвекции в горизонтальном цилиндре круглого сечения при гармоническом распределении температуры на стенке и при изменении ориентации нагрева по отношению к направлению силы тяжести. Рассмотрено три ситуации связанные с взаимной ориентацией градиента температуры и направления вектора ускорения свободного падения α: подогрев снизу ($\alpha = 0^\circ$), подогрев сбоку ($\alpha = 90^\circ$) и произвольная ориентация градиента температуры относительно вектора ускорения свободного падения ($0^\circ \le \alpha \le 180^\circ$). В случае подогрева снизу было определено критическое значение числа Релея, оно оказалось равным $Ra_1 = 398 \pm 2$, что хорошо согласуется с результатом линейной теории [1]. Были получены линии тока и изотермы для развитого надкритического течения, которое с ростом надкритичности становится трехвихревым.

Расчеты для подогрева строго сбоку показали, что развитые режимы конвекции в этом случае преимущественно носят одновихревой характер. В центре возникает устойчиво стратифицированная застойная зона.

Произвольные направления подогрева рассмотрены лишь для развитого режима, соответствующего восьмикратной надкритичности. Отклонение от направления подогрева снизу приводит к быстрому переходу в одновихревую структуру. Получена зависимость интенсивности течения (определяемая по функции тока), от угла α. Интенсивность течения была наибольшей при $\alpha \approx 30^\circ$, максимальное значение числа Нуссельта достигалось при $\alpha \approx 90^\circ$.

Надкритическое течение для числа Прандтля Pr = 1 в обобщенной задаче Жуховицкого для произвольных направлений подогрева численно исследовано А.Н. Никитиным и А.Н. Шарифулиным [41]. Из расчетов следует, что течение с противоположным направлением циркуляции существует до некоторого критического угла наклона, зависящего от числа Релея. Отмечено, что эта зависимость имеет максимум, который достигается примерно при двух надкритичностях.

В работе Д.А. Фоминского и А.Н. Шарифулина [42] исследовано влияние числа Прандтля на зависимость критического угла наклона от числа Релея. Из проведенных расчетов для воды и трансформаторного масла следует что, величина максимального критического угла не зависит от числа Прандтля.

1.1.2 Наклоняемый горизонтальный цилиндр квадратного сечения

В практических приложениях широко распространены длинные цилиндры с прямоугольной или квадратной формой сечения. В рассмотренных выше горизонтальных каналах кругового сечения большое влияние на устойчивость и структуру конвективного течения оказывает взаимная ориентация ускорения свободного падения $\vec{g}$ и градиента температуры ∇T_0 в массиве окружающем полость. В случае, когда полость имеет прямоугольную форму, градиент температуры определяется перепадом температур между двумя противоположными изотермическими гранями. Тогда взаимная ориентация градиента температуры ∇T_0 и $\vec{g}$ для горизонтального цилиндра зависит от наклона граней полости. Харт (Hart J. E.) провел систематический анализ влияния наклонов полости на тепловую конвекцию теоретическими и экспериментальными методами [43]. Он использовал модель, в которой жидкость (число Прандтля 6.7) содержалась в прямоугольной полости, на противоположных гранях которой поддерживался перепад температуры, а соотношение сторон (глубина / длина) составляло 0.027 и 0.040. Исследования проводились в диапазоне чисел Релея от 1000 до 50000, а угол наклона полости по отношению к вертикали изменялся от 0^o до 180^o. Было обнаружено, что типы неустойчивости и способ перехода к турбулентным движениям, в решающей степени зависят от угла наклона. В статье Харт не анализирует влияние числа Рэлея на зависимость теплопередачи от угла наклона полости. Полости, рассмотренные Хартом, сильно вытянуты и по форме близки к щелям. В эксперименте полость имела форму параллелепипеда с размерами ребер L = 17,8 см, H = 38,0 см и D либо 1.521 см или 1.036 см. Грани с размерами L x H были изотермическими, а остальные грани теплоизолированные.

Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий и Е.Л. Тарунин [44] рассмотрели устойчивость механического равновесия в горизонтальном бесконечном цилиндре квадратного сечения в плоском случае. Две горизонтальные грани поддерживались при постоянных, но различных температурах, при этом температура нижней грани была выше. Вертикальные грани полагались идеально теплопроводными, на них задавалось линейное распределение температуры. Методом Галеркина получены четыре нижних критических значения числа Релея: $Ra_1 = 5099$, $Ra_2 = 8495$, $Ra_3 = 29260$, $Ra_4 = 30080$. Первое надкритическое течение валовое, ось которого совпадает с осью симметрии цилиндра. Второе и третье надкритические течения двухваловые, а четвертое - четырех валовое.

Надкритическая тепловая конвекция исследовалась методом конечных разностей. Все расчеты проведены для числа Прандтля $\Pr = 1$. Полученное в результате нелинейных расчетов методом сеток пороговое значение числа Релея оказалось чуть ниже предсказанного методом Галеркина. При числе Релея $Ra = 5300$ решение имеет вид медленного валового движения по траекториям близким к круговым, изотермы практически горизонтальны, как в отсутствии течения. В интервале до двенадцати надкритичностей все полученные стационарные решения оказались также одноваловыми. С дальнейшим ростом числа Релея увеличивается интенсивность движения, а его форма значительно искажается. Овальные линии тока вытягиваются, превращаясь в эллипсы, их большая ось наклоняется к вертикали. В двух противоположных углах возникают и увеличиваются области медленного попятного движения.

Первое численное исследование влияния наклона (поворота вокруг оси бесконечного цилиндра квадратного сечения $H / L = 1$) на перенос тепла между противоположными изотермическими гранями (две других грани полагались теплоизолированными), проведено В.И. Полежаевым [45] для числа Прандтля $\Pr = 0.71$, соответствующего воздуху. Исследование проведено с учетом сжимаемости. Изучено влияние наклона на теплопередачу через полость. Показано, что максимум теплового потока достигается в промежуточной области углов наклона, между подогревом снизу ($\alpha = 0^0$) и сбоку ($\alpha = 90^0$). Для соотношений сторон $H / L = 0.5$ (вытянутая в горизонтальном направлении полость) и $H / L = 3$ изучены режимы теплопередачи, наклоны не рассматривались.

Озое, Хайятоши и Черчиль (*Hiroyuki Ozoe, Hayatoshi S., Churchill S. W.*) [46] рассмотрели наклоны квадратного цилиндра, подогреваемого снизу с теплоизолированными боковыми гранями. Расчеты проведены для числа Прандтля $\Pr = 10$, в эксперименте в качестве рабочей жидкости использовался глицерин. Было установлено, что при наклоне цилиндра на угол более 10 градусов предпочтительным является валовое течение аналогичное движению, полученному В.И. Полежаевым в упомянутой выше работе [45]. Теоретически и экспериментально обнаружено, что максимальная теплопередача осуществляется примерно при пятидесяти градусах отклонения от положения, соответствующего подогреву строго снизу. Это соответствует результатам, упоминавшейся выше, работы В.И. Полежаева для конвекции воздуха в квадратном цилиндре.

Эти же авторы в работе [47] измерили скорости теплопередачи для ламинарной естественной конвекции в силиконовом масле и воздухе в длинном прямоугольном канале с различными аспектными соотношениями, начиная с 1 (квадратное сечение). Соотношение сторон (ширина / высота) поперечного сечения канала имело следующие значения 1, 2, 3, 4.2, 8.4 и 15.5, а число Рэлея от 3000 до 100000. В начальном положении канал, боковые стенки которого были теплоизолированными, нагревался снизу и охлаждался сверху. Осуществлялись повороты канала вокруг продольной оси пошагово в интервале до 180 градусов (подогрев сверху). Экспериментально измерялась теплопередача при различных углах наклона и аспектных отношениях. Получено, что при увеличении угла наклона от 0 до 180 градусов скорость передачи тепла принимает минимальное и максимальное значения при определенных величинах угла наклона, который сильно зависит от аспектного отношения и слабо зависит от числа Рэлея.

Т.И. Лебедева, А.Ю. Пинягин, А.Ф. Пшеничников [48] провели экспериментальное количественное изучение температурного поля газа (число Прандтля $\mathrm{Pr} = 0.75$) в горизонтальном цилиндре квадратного сечения при подогреве сбоку в диапазоне чисел Релея от 10 до 10^7. Результаты опытов сравнивались с результатами численных экспериментов по исследованию движения газа в длинном горизонтальном цилиндре квадратного сечения при подогреве сбоку и линейном распределении температуры на горизонтальных границах. Приведены профили температуры в среднем вертикальном сечении. Они отображают линейное распределение в центральной части полости, что соответствует изоградиентному ядру, и температурные пограничные слои вблизи стенок. С увеличением числа Релея размеры ядра увеличиваются, а - пограничного слоя уменьшаются, так, что максимальное значение температуры в профиле смещается к стенкам. Влияние конвекции становится существенным при числах Релея, превосходящих 10^2. Количественное сравнение результатов экспериментального исследования и расчетов на ЭВМ показало хорошее согласие при числах Релея, не превышающих 10^4. Отличие при больших числах Релея объяснено грубой сеткой, применявшейся в численных экспериментах.

Клиф и Винтерс (*Cliffe K. A., Winters K. H.*) [49] численно исследовали наклоны двумерной прямоугольной полости с аспектным отношением равным единице и теплоизолированными боковыми стенками. Для случая подогрева строго снизу, т.е. при угле наклона $\alpha = 0$ (в обозначениях обсуждаемой статьи $\theta = 0$), получено, что надкритический режим возникает в результате вилочной бифуркации при числе Релея $Ra = Ra_c$. Значение критического числа Релея в статье не приведено. Однако, из опубликованных графиков видно, что оно согласуется с результатами других авторов, например, В.И. Полежаева [45]. Для анализа бифуркаций при наличии наклона, задаваемого углом α, в работе использована математическая теория бифуркаций [10]. В соответствии с теорией бифуркаций стационарных решений обыкновенных дифференциальных уравнений, вилочная бифуркация от одного параметра, т.е. числа Релея, является структурно неустойчивой. Это означает, что малые возмущения граничных условий или уравнений, которые нарушают симметрию, изменяют качественную картину. Клиф и Винтерс ввели в задачу параметр, разрушающий симметрию – угол наклона α. В результате была получена структурно устойчивая поверхность стационарных состояний $u(Ra,\theta)$ (см. рис. 1.1) имеющая вид сборки.

Оригинальная вилочная бифуркация является разрезом поверхности сборки вдоль оси *Ra* плоскостью $\alpha = 0$.

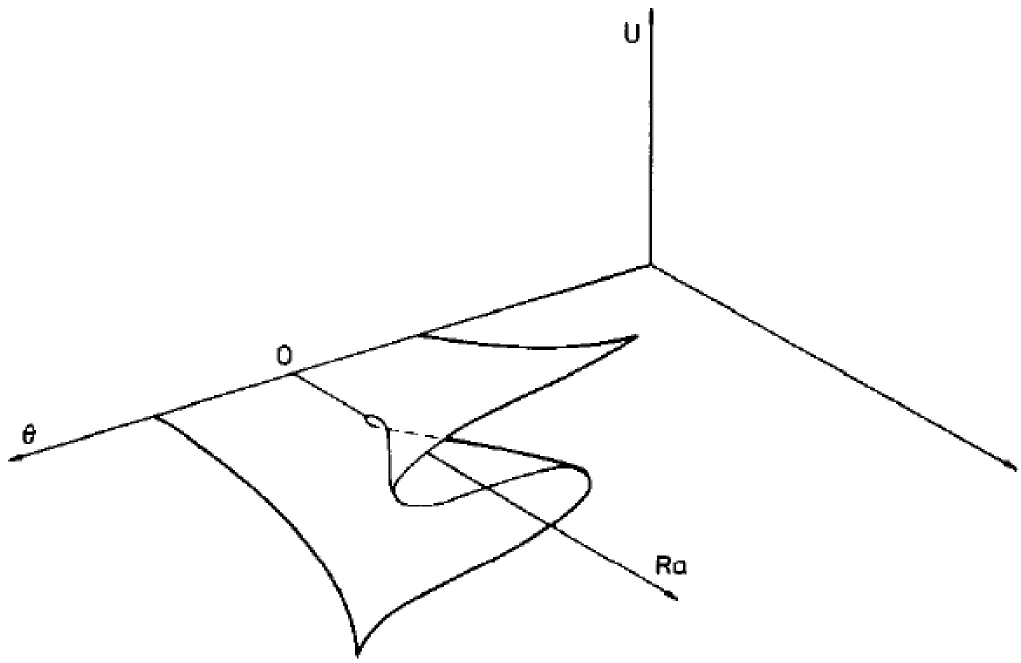


Рис. 1.1. Схематический вид поверхности сборки [49].

Авторы также обнаружили, что при отклонениях от горизонтального положения на угол меньший критического угла наклона в полости возможно существование аномального конвективного течения. Они получили ассимптотический вид зависимости критического угла наклона от числа Релея. Максимальное значение критического угла могло достигнуть 22-х градусов. Значение числа Прандтля, для которого были проведены вычисления, в статье не указано. Анализ устойчивости полученных решений не проводился.

Кайпер с соавторами *(Kuyper R. A. et al.)* [50] провели двумерное численное моделирование естественной конвекции воздуха ($\mathrm{Pr} = 0.71$) в наклонной квадратной полости с теплоизолированными боковыми стенками для ламинарных и турбулентных режимов в области чисел Релея $10^4 \le \mathrm{Ra} \le 10^{11}$. Детально рассмотрены режимы конвекции при Ra=10^6 и Ra=10^{10}. Углы наклона менялись от 20° (подогрев снизу) до 180° (подогрев строго сверху). Наиболее интересный интервал углов $0^\circ \le \alpha \le 20^\circ$ в этой работе не рассмотрен.

Расул и Принос *(Rasoul J., Prinos P.)* [51] численно исследовали двумерную естественную конвекцию галлия, воздуха и силиконового масла в наклонной квадратной полости с теплоизолированными боковыми стенками. Расчеты проводились для ламинарного режима в области чисел Релея $10^3 \le \mathrm{Ra} \le 10^6$. Рассмотрен фиксированный набор углов наклона: 40°, 60°, 90°, 120° и 140°. Изучено влияние наклона на поля линий тока и распределения температуры. Получены зависимости среднего и локального чисел Нуссельта от угла наклона, чисел Прандтля и Рэлея. Интервал углов отклонения меньших 40° от ситуации подогрева строго снизу в этой работе не рассмотрен.

Детальному изучению конвекции в горизонтальном цилиндре прямоугольного сечения с различным соотношением сторон посвящена серия работ японских исследователей.

Мизушима *(Mizushima J.)* [52,83], численно решая задачи устойчивости состояния механического равновесия, уточнил критические числа Релея для квадратного цилиндра с горизонтальными нагретыми до различной температуры изотермическими гранями. Рассмотрены случаи, как с теплоизолированными боковыми стенками, так и с идельно теплопроводящими. Расчеты проведены с помощью метода Галеркина на базе полиномов Чебышева. Мизушима получил значение критического числа Релея для полости с теплопроводными боковыми стенками равное $R_c = 5011.713$. Это число с точностью до пяти знаков совпадает с результатом, полученным Ли с соавторами *(Lee N. Y. et al.)* псевдоспектральным методом [53]. Рассчитанная Мизушимой величина критического числа Релея для полости с теплоизолированными вертикальными стенками равна 2585.020, что близко к значению 2585.6, которое получено Курцвегом *(Kurzweg U.)* [54]. Однако она существенно отличается от значения 2552.97, сообщенного в работе [53].

В [52,53] детально изучена структура критических возмущений полей скорости и температуры. Впервые в [53] показано, что в критическом возмущении поля скорости наблюдается последовательность рециркуляционных угловых вихрей предсказанных Моффатом (*Moffatt H.K.*) [55, 4]. В [52] эти угловые вихри в критическом возмущении скорости детально изучены закономерности спадания их интенсивности и размера. Отметим, что в еще в упомянутой выше работе Г.З Гершуни., Е.М. Жуховицкого и Е.Л. Тарунина [44] в численных расчетах для слабой надкритичности наблюдались в углах квадратной полости области вихревого возвратного течения.

В последующих работах Мизушимы большое внимание уделяется слабому нарушению условий подогрева строго снизу. Так в статье Мизушимы и Хара *(Mizushima J., Hara Y.)* [56] рассмотрено разрушение вилочной бифуркации в квадратном цилиндре с проводящими боковыми гранями. Расчеты проведены при числе Прандтля $\mathrm{Pr} = 7$ для области чисел Релея $0 \le Ra \le 15000$. Для случая подогрева строго снизу (угол наклона 0°) и двух значений наклона (на 1° и 5°) получены бифуркационные диаграммы выражающие зависимость скорости конвективного течения от числа Релея $\omega_1(Ra)$. Скорость конвективного течения ω_1 вычислялась в точке, расположенной на расстоянии в четверть стороны квадрата напротив середины одной из боковых граней. Анализ трех бифуркационных диаграмм $\omega_1(Ra)$ для перечисленных углов наклона показал, что вилочная бифуркация, соответствующая 0°, структурно неустойчива к небольшой величине наклона. Бифуркационная диаграмма после разрушения состоит из двух, не связанных между собой ветвей. Это согласуется с результатами описанной выше работы [49], в которой исследовался случай только теплоизолированных боковых стенок и анализировался подобный случай разрушения вилочной бифуркации. В обсуждаемой работе [56] впервые методами линейной теории гидродинамической устойчивости исследована устойчивость всех ветвей полученных бифуркационных диаграмм. Обнаружено, что основная ветвь, которой соответствует валовое течение, возникающее при сколь угодно малых числах Рэлея устойчива во всей области рассмотренных чисел Релея. Для наклона в 1° и плавном увеличении числа Релея до значения $Ra = Ra^*(1) \approx 6 \cdot 10^3$ возникают еще две ветви бифуркационной кривой. Они зарождаются при $Ra = Ra^*(1)$ и постепенно расходятся. Им соответствуют валовые течения с меньшей интенсивностью и обратной относительно основной ветви циркуляцией. Увеличение угла наклона приводит к увеличению Ra^*, так при угле наклона равном 5°, $Ra^*(5) \approx 8 \cdot 10^3$. Ветвь, соответствующая большей интенсивности устойчива, а другая всегда неустойчива.

Адачи (*Adachi T.*) [57] провел трехмерный анализ линейной устойчивости для естественной конвекции в горизонтальном наклонном канале квадратного сечения с теплопроводными стенками. Известно, что в горизонтальном канале, подогреваемом строго снизу, может реализоваться два типа конвективных валовых течений, обозначаемых как L- валы с осью вращения параллельной оси канала и T- валы, трехмерное конвективное движение, с осью перпендикулярной оси симметрии канала. О существовании T- валов впервые указал Г.Ф. Шайдуров в экспериментальной работе с цилиндром круглого сечения [35,36]. Адачи попытался ответить на вопрос когда конвекцию в бесконечном канале можно представлять в виде двумерного валового течения. В случае строго горизонтального положения трехмерные поперечные валы, чьи оси нормальны к оси канала, возникают из неподвижного состоянии, когда число Рэлея превышает критическое значение Ra_c =2936,4 для трехмерных возмущений. L- валовые решения полученные для двухмерных возмущений и возникающие позднее при критическом числе Релея Ra_p = 5011,7 [57] в случае строго горизонтального положения канала неустойчивы к трех мерным возмущениям. В обоих случаях в критической точке реализуется вилочная бифуркация соответствующая трем вариантам решения. При наклоне горизонтального квадратного канала на угол 0.01 градуса вилочная бифуркация становится несовершенной, и в канале нет неподвижного состояния. В этом случае, сразу возникают L- валы, которые устойчивы до числа Релея 2941.6, а далее поток представляет собой суперпозицию L- валов и T- валов. Таким образом, выяснено, что даже незначительный наклон сильно влияет на структуру конвективного течения, подавляя трехмерные возмущения.

Вентури, Ван и Карниадакис (*Venturi D., Wan X., Karniadakis G. E.*) [58] используя различные подходы стохастического моделирования исследовали устойчивость естественной конвекции воздуха внутри подогреваемой снизу двумерной квадратной полости с теплоизолированными боковыми гранями. Установлено, что различные стационарные устойчивые состояния могут реализовываться при одних и тех же значениях числа Релея. Это согласуется с последними результатами о конвекции воздуха в кубической полости [59,60], в пределах определенных диапазонов числа Рэлея. Исследовано влияние случайных начальных состояний потока на развитие надкритических структур конвекции.

В работах В.И. Полежаева, С.А. Никитина и М.Н. Мякшиной [61,62] рассмотрены возможности оптимизации теплообмена связанные с изменением угла между потоком тепла и вектором силы тяжести. В частности проведены вычисления влияния угла наклона на структуры свободно-конвективного течения для квадратной полости с двумя противоположными изотермическими и двумя теплоизолированными стенками. В проведенных расчетах число Релея и число Прандтля были фиксированными ($Ra=10^5$, $Pr=6.5$). Авторы получили, что при углах отклонения от горизонтального положения до 8 градусов возможно существование конвективного движения с обратной закруткой (т.н. аномальное течение в терминологии выше изложеной работы Клифа и

Винтерса [49]) . При превышении указанного угла это движение внезапно меняет направление своего вращения. Этот результат качественно согласуется с [49] где интервал рассмотренных чисел Релея был меньше.

А.Н. Шарифулин и С.А. Суслов [63-65] используя модифицированный метод Петрова-Галеркина [66], где в качестве базисных функций использовались полиномы Чебышева, и который позволяет получить как устойчивые, так и неустойчивые стационарные решения задачи, рассмотрели стационарную двумерную конвекцию воздуха в цилиндрической горизонтальной полости квадратного сечения. Две противоположные стенки полости теплоизолированы, а на двух других поддерживается постоянная различная температура. Полость медленно наклонялась на произвольный угол так, что цилиндр все время оставался горизонтальным, а направление подогрева жидкости могло плавно изменяться от подогрева снизу к подогреву сбоку далее к подогреву сверху и обратно. Основное внимание уделено определению бифуркационной кривой на плоскости параметров: число Релея-угол наклона полости, при пересечении которой стационарный режим конвекции испытывает бифуркации. Обнаружено, что бифуркационная кривая, как и кривая, полученная в работе [41] при исследовании конвекции в круговом цилиндре имеет экстремум. Однако этот экстремум значительно менее выражен, а область существования аномального конвективного течения для цилиндра с квадратным сечением значительно шире, чем для кругового цилиндра. Критический угол достигает значения 22°.

1.2 Надкритические конвективные течения в кубической полости

Начало исследований конвективной устойчивости для полости ограниченной по всем направлениям, положено Е.М. Жуховицким в работе [34]. Рассматривая конвективную устойчивость неподвижной жидкости в шаровой полости, расположенной в подогреваемом снизу бесконечном массиве, методом Галеркина Е.М. Жуховицкий получил первое надкритическое движение в шаре, которое имело вид вала с горизонтальной осью. Экспериментально конвективная устойчивость в шаровой полости была исследована в работе А.П. Овчинникова и Г. Ф. Шайдурова [67]. Шар в экспериментах был вырезан в плексигласовом массиве, наполнен водой и имел диаметр 11.5 мм. Визуализация надкритического течения осуществлялась с помощью частиц алюминиевой пудры. Частицы жидкости в полости двигались по плоским круговым траекториям. С увеличением надкритичности траектории, оставаясь плоскими, приобретали эллиптическую форму. Критическое число Релея определялось по кризису теплопередачи и практически совпало с числом, предсказанным Е. М. Жуховицким в работе [34].

Устойчивость равновесия жидкости в подогреваемых снизу полостях имеющих форму параллелипипеда с различным соотношением сторон рассматривалась Девисом (*Davis S.H.*) методом Галеркина [68]. В работе показано, что в полости с горизонтальными размерами в шесть раз большими, чем высота, критическое число Релея практически совпадает со значеним для бесконечного слоя. В случае, когда горизонтальные размеры мало отличаются от высоты, критическим движением является течение в виде вала с осью параллельной короткому горизонтальному ребру параллелепипеда. Отсюда можно сделать вывод, что в кубической полости первое надкритическое движение имеет одно валовую структуру.

Экспериментальное исследование конвективной устойчивости в кубической полости для случая теплоизолированных боковых стенок впервые проведено в Пермском университете А.П. Овчинниковым [69,70]. Им была рассмотрена устойчивость механического равновесия воды в кубической полости со стенками из плексигласа. Теплопроводность стенок была примерно в три раза меньше чем у воды. Куб был образован внутри сборки из плексигласовых пластин и имел объем 1см^3. Сборка имела габариты 74 x 74 x 16 мм и была расположена между латунными пластинами толщиной в 6 мм. Нижняя пластина нагревалась электрическим нагревателем, а верхняя охлаждалась рабочей жидкостью из термостата. Автор обнаружил экспериментально два стационарных режима надкритических конвективных течений. Первый тип течения с меньшим значением критического числа был более устойчив. Он имел вид горизонтального вала, при котором жидкость поднимается в одной половине полости и опускается в другой. Наблюдаемые в работе с помощью визуализирующих частиц траектории движения имели эллиптическую форму. Второй вид надкритического течения имел более сложный вид. В этом случае жидкость поднимается в двух противоположных углах полости и опускается в двух других. Для обоих типов надкритического течения были определены зависимости теплового потока от числа Релея. Путем экстраполяции на ноль этих зависимостей были оценены критические числа Релея для двух упомянутых выше типов критических течений.

В работе Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и А.П. Овчинникова [71] представлены критические числа Релея, вычисленные теоретически методом Галеркина для трех типов течений в кубических полостях с идеально проводящими и идеально теплоизолированными стенками. Отмечено, что из-за наличия углов в полости снимается цилиндрическая симметрия относительно вертикали и основной уровень неустойчивости оказывается менее вырожденным, чем в шаре. Плоскости траекторий основного критического движения в кубической полости могут располагаться лишь параллельно боковым граням куба (в шаре все плоскости, проходящие через вертикальный диаметр равноправны). Поэтому ориентация основного критического течения стабильна. В работе приведены результаты расчета трех наиболее опасных критических возмущений для двух случаев тепловых граничных условий на вертикальных гранях куба. Как в случае идеально теплопроводных, так и идеально теплоизолированных граней наиболее опасным является валовое возмущение (движение типа **а**). Тип возмущения (движение типа **б**), когда жидкость поднимается в двух противоположных углах и опускается в двух других, является вторым критическим в случае теплоизолированных стенок. Тип возмущения (движение типа **в**), аналогичный осесимметричному в шаре, когда жидкость в центре куба поднимается и опускается вдоль всех четырех граней, является вторым критическим в случае теплопроводных стенок. Третьим критическим в случае теплопроводных стенок является движение типа **б**. В случае теплоизолированных граней третьим критическим является течение типа **в** (тороидальное).

Критические числа Релея в кубе с теплоизолированными стенками для движений типов **а** и **б** более чем в два раза меньше значений для аналогичных типов течений в полости с теплопроводными стенками. Эксперименты с водой показали, что при увеличении числа Релея всегда реализуется только первый наиболее устойчивый валовый тип течения. Теоретические значения критических чисел Релея для движений типа **а** и **б** оказались заниженными по отношению к измеренным в эксперименте А.П. Овчинникова. Это связано с тем, что в эксперименте условия полной теплоизоляции боковых стенок не выполнялись.

В.Д. Зимин и А.И. Кетов [72] исследовали надкритические конвективные течения воздуха в кубе с теплопроводными боковыми стенками. Кубическая полость с ребром 40 мм была образована двумя параллельными медными гранями толщиной 5 мм и припаянными к ним боковыми стенками толщиной 1 мм, изготовленными из меди. Модель могла устанавливаться как горизонтально, так и наклонно с отклонением от горизонтального положения на угол α. Максимальное отклонение составляло несколько градусов. В конструкции кубической полости толщина боковых стенок была подобрана таким образом, что с хорошей точностью обеспечивался линейный профиль температуры на боковых гранях, в тоже время не нарушалась изотермичность горизонтальных пластин в местах соединения их с боковыми гранями. Это позволило провести сопоставление полученных экспериментально критических чисел Релея с результатами аналитических вычислений, приведенных для случая идеально теплопроводных боковых стенок в работе [71].

Валовое течение возникало при превышении критического числа Рэлея $Ra_1 \approx 7800$, близкого к предсказанному в [71] значению. Дальнейшее увеличение числа Рэлея вызывало переход к типу течения, при котором воздух в одной паре противоположных углов поднимался, а в другой – опускался. Переход между этими состояниями осуществлялся гистерезисным образом. Тороидальное течение не наблюдалось.

В работе исследовано влияние малых фиксированных угловых отклонений модели от горизонтального положения ($\alpha = 0$), при котором возможно механическое равновесие. Эксперименты проводились в квазистационарных условиях, фиксировался угол наклона, и очень медленно изменялась разность температур между изотермическими гранями. При небольшом наклоне и любых малых числах Рэлея возникало валовое течение, в котором воздух поднимался возле приподнятой части дна. Удавалось также в надкритической области чисел Релея получить стационарное аномальное течение, при котором воздух двигался в обратном направлении, т.е. возле приподнятой части нагретого дна двигался вниз. Авторам не удалось получить такой тип конвективного движения при углах наклона, превышающих 4°.

В.Д. Зимин и А.И. Кетов [73] на описанной выше экспериментальной установке провели экспериментальное исследование конвективных колебаний и влияние на них слабого наклона полости. Наклон полости приводил к тому, что конвективные колебания основного течения появлялись при больших числах Релея, чем в случае горизонтальной ориентации. Для движения с противоположным направлением циркуляции колебания в наклоненной полости появлялись при меньших числах Релея.

Экспериментальное и теоретическое исследование в области малых надкритичностей в подогреваемой снизу кубической полости провели Д.В. Любимов и Г.Ф. Путин [74]. В качестве заполняющей полость среды использовались воздух, вода, этиловый спирт, трансформаторное масло и глицерин. Верх и низ куба были теплопроводные, а боковые стенки теплоизолированные. Анализ течений проводился по показаниям термопар в среднем по высоте сечении полости и визуально по следам визуализирующих частиц в стационарных условиях. Авторы получили течения пяти видов, соответствующие известным надкритическим режимам и их комбинациям. Экспериментально реализовано не наблюдавшееся ранее течение, когда жидкость поднимается в центре и опускается во всех углах (тороидальное течение). Авторы отмечают, что в области малых и умеренных чисел Прандтля надкритическое течение всегда имело форму вала с горизонтальной осью перпендикулярной к двум противоположным граням (соответственно параллельной к двум другим). В случае большого числа Прандтля (глицерин) ось вала параллельна горизонтальной диагонали куба.

Н.А. Зубова, Д. В. Любимов, Т. П. Любимова [75] рассмотрели влияние тепловых граничных условий на боковых гранях и значения числа Прандтля на устойчивость равновесия в подогреваемой снизу кубической полости. Исследование проведено численно в рамках слабонелинейного анализа, с использованием метода конечных разностей. Получены критические значения числа Рэлея для разных случаев теплопроводности на боковых стенках. В согласии с рассмотренной выше работой [74] при достаточно больших значениях числа Прандтля первое надкритическое течение может иметь форму диагонального вала.

Б.И. Мызникова, Е.Л. Тарунин [76] численно методом сеток исследовали трехмерные нелинейные конвективные течения, возникающие в подогреваемой снизу кубической полости после потери устойчивости равновесия жидкости. Боковые стенки полости полагались идеально теплопроводными. В большинстве расчетов число Прандтля равнялось Pr = 6,7 (вода); часть расчетов выполнена при Pr = 1; 4; 5 и 6. Цель работы заключалась в выяснении устойчивости надкритических режимов конвекции в области невысокой надкритичности (до десяти надкритичностей). Первое надкритическое течение во всех расчетах имело валовый характер. Ось вала совпадала с короткой (между центрами противоположных граней), или с длинной (между центрами противоположных ребер) горизонтальной осью куба. Критическое число не зависит от ориентации вала, но диагональный вал является более предпочтительным. Авторы провели анализ кинетической энергии и показали, что кинетическая энергия диагонального вала примерно на 2% больше, чем у вала, ось которого перпендикулярна граням куба. Тороидальное течение всегда было неустойчивым.

Детально с использованием трехмерного численного моделирования методом сеток в естественных переменных диагональное конвективное течение в кубической полости исследовано Ф. Буссе, Д.В. Любимовым и Г.А. Сидельниковым [77]. Вычисления проводились для трех основных значений чисел Прандтля Pr = 0.71 (воздух), 7 (вода) и 250 (трансформаторное масло). В полостях с теплоизолироваными и идеально теплопроводными боковыми границами обнаружено соответственно шесть и восемь различных типов движения.

Отмечено, что диагональное валовое течение, ось которого совпадает с диагональю среднего горизонтального сечения куба, является основным в области больших чисел Прандтля. При уменьшении числа Прандтля область, в которой диагональный режим устойчив, уменьшается, и при Pr < 1.2 исчезает.

Ли (*Lee T.L.*) [78] численно методом дробных шагов на сгущающейся около стенок сетке исследовал влияние наклона на трехмерную конвекцию в подогреваемой сбоку кубической полости. Две противоположные подогреваемые грани были изотермическими, а все остальные – теплоизолированными. Автором рассмотрены ситуации с углами наклона от подогрева сбоку до подогрева снизу. Были выявлены различные стационарные и переходные трехмерные потоковые структуры, которые были чувствительны к числу Релея и углу наклона. Основной поток для рассмотренных углов был почти двумерный. Локальное число Нуссельта существенно зависит от числа Рэлея и угла наклона, но пространственно-усредненное число Нуссельта нечувствительно к углу наклона.

Леонг, Холланд и Брунгер (*Leong, W.H., Hollands, K.G.T., Brunger, A.P.*) [79] провели экспериментальное исследование естественной конвекции воздуха в кубе с теплопроводящими боковыми стенками для трех углов наклона (0°, 45° и 90°). Полученное авторами критическое число Релея находится в хорошем соответствии с теоретическим результатом. Авторы исследовали, в основном, зависимость числа Нуссельта при фиксированном значении числа Релея 40000 от указанных углов наклона полости.

Леонг, Холланд и Брунгер (*Leong W.H., Hollands K.G.T., Brunger A.P.*) [80] экспериментально измерили средние числа Нуссельта на нижней горячей стенке в кубической полости с идеально теплопроводными гранями. Однако структура потока непосредственно экспериментально не определялась. Они определили структуру потока, проведя численное моделирование и сравнивая значения измеренного и вычисленного среднего числа Нуссельта. Численное моделирование было проведено только в одной половине полости путем введения симметрии граничных условий для скорости и температуры в вертикальной средней плоскости.

Палларес с соавторами (*Pallares J. et al.*) [81] провели численное исследование надкритической трехмерной естественной конвекции в нагреваемой снизу заполненной воздухом кубической полости с адиабатическими вертикальными стенками вблизи перехода от стационарного теплопроводного режима. Получены три различные валовые и тороидальная структуры движения. Эти конвективные структуры были устойчивыми и не возникал какой-либо последующий переход при увеличении числа Релея до трехкратной надкритичности. Две из трех валовых структур имели оси вращения, параллельные двум противоположным вертикальным стенкам, а ось третьей ориентирована в направлении к двум противоположным вертикальным ребрам куба.

В статье 1999 года Палларес, Грау и Жиральт (*Pallares J., Grau F. X., Giralt F.*) [59] продолжили исследование трехмерной естественной конвекции в нагреваемой снизу кубической полости с адиабатическими вертикальными стенками. Был расширен диапазон чисел Релея до 60000 и рассмотрены три различных жидкости со значениями чисел Прандтля Pr = 0.71, 10, и 130. Получено семь различных стационарных ламинарных структур конвективного движения: четыре одновaловые структуры, две четырехваловые и одна тороидальная. Увеличение числа Прандтля от 0.71 до 130 не влияет на последовательности возникновения структур, но сдвигает переходы между ними к более высоким значениям числа Релея.

Проанализированы эффекты небольшого изменения аспектного отношения на структуры конвективных режимов. Небольшой наклон полости имеет более сильное влияние, чем изменение геометрии. Рассмотрено влияние слабого наклона (0.1° до 1°) вокруг горизонтальной оси, проходящей через центры противоположных граней на различные типы надкритических течений. Показано, что в области небольших надкритичностей наклон оси одновалового движения приводит к развороту вала вокруг вертикальной оси на 90°. Также разрушаются и переходят в одноваловый режим и другие типы надкритических течений.

Палларес с соавторами (*Pallares J. et al.*) [60] провели экспериментальное исследование конвекции силиконового масла (Pr=130) в кубической полости 12x12x12 мм для умеренных чисел Релея (Ra<80000). Три типа одноваловых структур и неустойчивый тороидальный вал наблюдались внутри полости с почти адиабатическими боковыми стенками. С увеличением числа Рэлея после теплопроводного состояния возникает тороидальный вал, который развивается в диагонально ориентированный одиночный вал. Этот диагональный вал, который стабилизирован за счет влияния небольшой, но конечной проводимости стенок, сдвигает его ось вращения в направлении двух противоположных стенок, и обратно к диагональной ориентации, чтобы обеспечить увеличение циркуляции, которая возникает при дальнейшем увеличении числа Рэлея. Наличие теплопроводности на боковых стенках приводит к возникновению из одиночного вала четырехваловой структуры. После образования эта четырехваловая структура остается стабильной и при уменьшении числа Рэлея до тех пор, пока начальный одиночный диагонально ориентированный вал снова не восстановится. Топология и поля скорости всех структур, полученные визуализацией и велосиметрией по изображениям частиц (PIV метод), соответственно, находятся в хорошем согласии с численными результатами.

Палларес, Куеста и Грау (*Pallares J., Cuesta I., Grau F. X.*) [82] провели численное моделирование конвекции воздуха в кубе с боковыми теплопроводящими стенками. В ламинарном режиме, две одно валовые структуры и четырех валовая структура, в которых ось каждого вала перпендикулярна одной боковой стенке, оказались устойчивыми. При больших значениях числа Релея ($\geq 10^6$) мгновенная скорость и температурные поля испытывают колебания.

Мизушима и Матсуда (*Mizushima J. и Matsuda O.*) [83] провели исследование линейной устойчивости жидкости в кубической полости, нагреваемой снизу для случая идеально теплопроводящих границ. Критическое число Релея для возникновения валового течения уточнено, оно составляет согласно авторам 6798. Ранее Каттоном (Catton I.) [84] было получено значение 6974. Исследована структура первого критического возмущения. В центральной области его можно рассматривать как двумерное. Исследованы поля скорости и температуры двух других критических движений. Последовательность их критических чисел совпадает с предсказанным в работе [71], т. е. следующим после валового критического течения является тороидальное движение.

Аналогичное исследование для случая теплоизолированных вертикальных граней провели Мизушима и Накамура (*Mizushima J. и Nakamura T.*) в работе [85]. Критическое число Релея для возникновения валового течения уточнено, оно составляет согласно авторам 3389. Прежнее значение 3441 было получено Каттоном (*Catton I.*) [86]. Критическое число совпадает с полученным независимо численным моделированием в работе Пучжане и др. (*Puigjaner D. et al.*) [87] с точностью более 0.04% .

Исследована структура первого критического возмущения. Как и в случае проводящих граней в центральной области его можно рассматривать как двумерное. Исследованы поля скорости и температуры двух других критических движений. Последовательность их критических чисел совпадает с предсказанной в работе [71], т. е. следующим после валового в отличии от случая теплопроводных стенок является не тороидальное течение, а течение при котором в двух противоположных углах поднимается, а в двух других опускается. Это течение часто в западной литературе называют четырех валовым.

В серии работ Пучжане с соавторами (*Puigjaner D. et al.*) [87-89] проведено численное исследование бифуркаций и устойчивости, стационарных надкритических решений в кубической полости, подогреваемой снизу для двух значений числа Прандтля, соответствующих воздуху (Pr=0.71) и силиконовому маслу (Pr=130). Представленые результаты показывают, что различные стационарные устойчивые структуры потока могут реализовываться при одних и тех же значениях числа Релея. Реализация конкретного состояния зависит от начальных условий и истории изменения управляющих параметров.

В случае конвекции воздуха в кубе с теплоизолированными боковыми гранями при первой бифуркации (Ra_c=3390) образуется либо поперечный вал ось которого перпендикулярна граням, либо диагональный. Диагональный вал неустойчив во всем изученном диапазоне $Ra \leq 1.5x10^5$, а поперечный становится неустойчивым при Ra=66200. Вторая бифуркация равновесия при Ra=5900 дает изначально неустойчивую четырех валовую структуру, которая стабилизируется при Ra=8300. Дополнительные структуры потоков, которые появляются при вторичных бифуркациях, оказываются неустойчивыми во всем диапазоне рассмотренных чисел Ra.

Анализ конвекции воздуха в кубе с теплопроводными боковыми стенками показал, что среди исследованных двадцати одной ветви решений устойчивыми являются только четыре вида надкритических течений. Два из них соответствуют видоизменениям одновалового течения с увеличением числа Релея. Два других соответствуют двум четырех валовым структурам. Устойчивых тороидальных и диагональных режимов не обнаружено.

Расчеты в условиях адиабатичности на боковых стенках для числа Прандтля Pr=130, соответствующего силиконовому маслу, показали, что из пятнадцати отслеженных типов решений лишь шесть оказались устойчивыми. Три из них являются различными одноваловыми режимами конвекции с перпендикулярной к граням осью. Кроме них наблюдались два одноваловых режима с диагональной осью и один, четырех валовый режим.

В случае, когда на вертикальных гранях поддерживаются условия не адиабатичности, а идеальной теплопроводности из тридцати пяти рассмотренных ветвей решений девять оказались устойчивыми. Среди них шесть одноваловых решений, только одно из которых с перпендикулярной к граням осью, а пять диагональных. Перпендикулярная к граням одноваловая структура наблюдается в области небольших надкритичностей и далее, с ростом числа Релея, сменяется чередой пяти диагональных. Число четырехваловых режимов увеличивается до трех.

Авторы отмечают, что пространственные конфигурации потоковых структур при проводящих стенках очень похожи на те, что получены для адиабатических боковых стенок при значениях Ra, близких к точке бифуркации, где эти структуры возникают. Пространственные конфигурации для проводящих и адиабатических стенок становятся все более и более разными, по мере увеличения числа Рэлея. Отмечается, что большая сложность данной задачи, по сравнению с задачей с адиабатическими боковыми стенками, является следствием тепловой активности боковых стенок.

В серии работ Торреса с соавторами (*Torres J. et al.*) [90 – 92] проведено численное исследование бифуркаций и устойчивости, стационарных надкритических решений в двух типах наклонных замкнутых полостей, подогреваемых снизу. В первой из этих работ полость имела форму параллепипеда с адиабатическими боковыми стенками и заполненной жидкостью с числом Прандтля Pr=1. Две противоположные грани имели квадратную форму и при наклонах оставались вертикальными. Все остальные имели прямоугольную форму с соотношением сторон один к двум. Наклон осуществлялся вокруг одного из двух длинных нижних ребер параллелипеда. Получено, что при угле наклона, превышающем 9.5^{o}, для всех исследованных чисел Релея устойчиво лишь одноваловое течение. В узкой области малых углов отклонения от горизонтальности (до 1^{o}) при малых надкритичностях наблюдается множественность решений.

Наклоны параллепипеда численно путем трехмерного расчета уравнений тепловой конвекции исследовал Д.Е. Пивоваров [93,94]. Расчеты проведены в ограниченной твердыми стенками прямоугольной полости, заполненной воздухом, с соотношением сторон 4 : 0.5 : 1 при подогреве снизу и ламинарном режиме конвекции. Полость последовательно поворачивалась вокруг короткой стороны в различных направлениях в диапазоне 0–90°. Приведены средние характеристики теплообмена и структура пространственного течения. Указаны условия возникновения гистерезиса стационарного состояния конвекции, построена карта режимов и описаны особенности взаимодействия потоков тепла.

Торрес с соавторами в упомянутых работах численно исследовал также и естественную конвекцию в наклонной кубической полости, у которой две противоположные грани поддерживаются при разных температурах, а остальные адиабатические. Расчет заключался в нахождении трехмерных стационарных состояний спектральным методом с последующим определением их линейной устойчивости. В большинстве расчетов рассмотрены числа Прандтля, соответствующие воздуху или воде при температуре 27°C. Рассмотрены отклонения до 90 градусов от положения подогрева строго снизу (горизонтальная ориентация). Результаты показывают, что наклон разрушает вырождение устойчивых решений, полученных в первой критической точке для горизонтальной ориентации полости. Поперечные устойчивые валы, чей вектор вращения находится в том же направлении, что и вектор наклона, возникают при сколь угодно малых значениях числа Релея и, образуя ведущую ветвь, становятся преобладающими с ростом угла наклона. Ветвь, состоящая из поперечных валов, у которых вектор вращения противоположен вектору наклона, развивается из седлоузловой бифуркации, но исчезает с увеличением угла наклона до значений больших критического.

В большом количестве работ исследуются интенсивные и турбулентные режимы тепловой конвекции в подогреваемой снизу кубической полости, их обзор можно найти в монографиях В.Д. Зимина и П.Г. Фрика [6], П.Г. Фрика [15] и недавней работе Васильева и др. *(Vasiliev A. et al.*) [95]. Большое количество работ посвящено также конвекции в кубической полости, подогреваемой сбоку, когда валовая конвекция возникает при сколь угодно малых значениях числа Релея [96, 97, 98 и др.]. Имеются также работы, в которых интенсивная и турбулентная конвекция экспериментально изучается в ситуациях, когда наклон куба осуществляется путем поворота вокруг одной из вершин [99,100].

1.3 Выводы

Приведенный обзор показывает, что основное внимание при исследовании конвекции в подогреваемом снизу цилиндре квадратного сечения уделялось наклоняемому квадратному цилиндру с теплоизолированными боковыми стенками, аномальное течение в наклоняемом квадратном цилиндре с идеально теплопроводными стенками до работ автора практически не исследовалось.

В работах о конвекции в кубической полости, возникающей после потери устойчивости механического равновесия, установлено, что возникает валовое течение, ось которого в зависимости от числа Прандтля, перпендикулярна к боковым граням или параллельна одной из горизонтальных диагоналей. По мере увеличения числа Релея структура надкритических течений усложняется. Влияние наклона куба изучено, в основном теоретически путем численного расчета надкритических течений и анализа их устойчивости.

Из обзора следует, что даже небольшой наклон от положения подогрева строго снизу приводит к валовой конвекции при сколь угодно малых значениях числа Релея.

Влияние наклона куба с теплопроводными стенками на ламинарное валовое конвективное течение экспериментально исследовано недостаточно. Не определены критические углы существования аномального конвективного течения, не исследованы характеристики переходов от аномального течения к нормальному течению, как в численных расчетах в наклоняемом квадратном цилиндре, так и экспериментально для кубической полости.

Глава 2. Бифуркации конвективного течения в наклоняемой кубической полости

Глава посвящена экспериментальному исследованию аномальной конвекции воздуха в наклоняемой, подогреваемой снизу кубической полости с теплопроводными боковыми гранями. Основное внимание уделяется бифуркациям стационарной конвекции воздуха при контролируемых плавных отклонениях от равновесных условий подогрева снизу.

Бифуркационные диаграммы построены на основе данных термопарных измерений в средней (по отношению к граням, к которым прижаты теплообменники) плоскости куба. Они представляют зависимости перепада температур между выбранными точками в конвективном потоке от угла наклона полости при различных интенсивностях надкритического подогрева. Определяется влияние интенсивности подогрева на критический угол наклона, ограничивающий существование аномального валовового течения. Изучаются гистерезисные переходы между аномальными и нормальными режимами конвекции. Ранее такие исследования не проводились.

В разделах 2.1 и 2.2 описывается установка и методика распознавания крупномасштабного конвективного движения. В разделе 2.3 описывается методика проведения экспериментального исследования. В разделе 2.4 приводятся результаты экспериментов.

Основные результаты этой главы опубликованы в работах [106 – 109].

2.1 Постановка задачи экспериментального исследования

Целью экспериментального исследования является изучение влияния наклона полости на конвективное валовое течение. Кубическая форма полости выбрана из-за широкой распространенности этой геометрии, а также ввиду того, что валовое течение в кубе можно легко возбудить наклоном, оно устойчиво в надкритических режимах, и не разбивается на ячейки, как это происходит в вытянутых прямоугольных полостях [46,47,57,93,94].

Рассмотрим кубическую полость, все боковые грани которой идеально теплопроводны, а нижняя и верхняя грань изотермические. Начало декартовой системы координат поместим в центр куба (см. рис. 2.1). Перепад температуры между более нагретой нижней гранью ($z = -d/2$) и верхней ($z = d/2$) равен ΔT, где d – длина ребра куба.

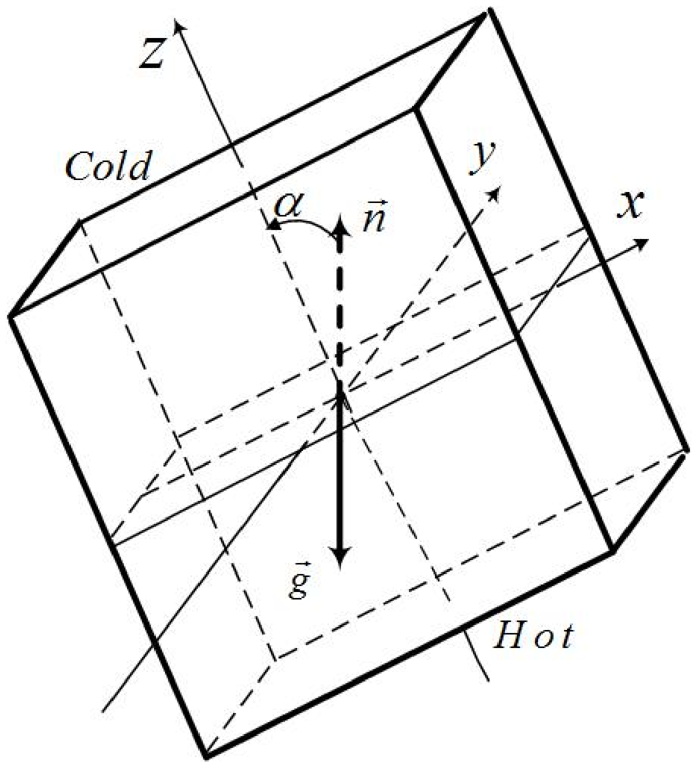


Рис. 2.1. Схематический вид кубической полости.

Наклоны полости осуществляются посредством поворота на заданный угол α вокруг горизонтальной оси y, проходящей через центры двух противоположных боковых граней. Значение $\alpha = 0$ соответствует горизонтальной ориентации изотермических граней и подогреву снизу.

Из результатов расчетов надкритической двумерной тепловой конвекции в квадрате [49,52–56,101] известно, что при одном и том же отклонении от горизонтального положения возможно существование двух стационарных валовых конвективных течений. Эти течения схематически представлены на рис. 2.2.

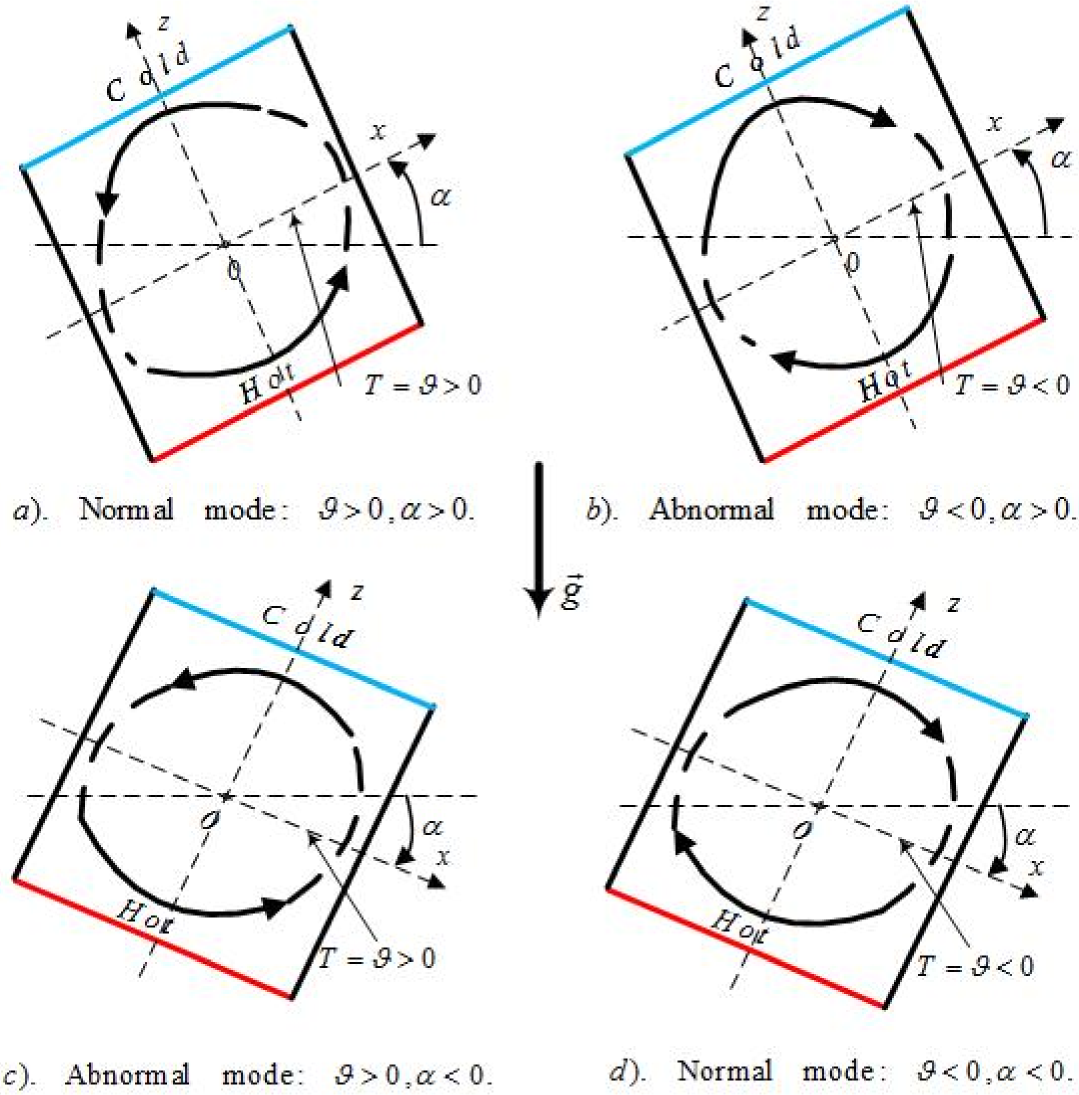


Рис. 2.2. Схематические изображения нормального и аномального надкритического валового течения, порождаемого наклоном. Показана проекция валового течения на плоскость *xz* при *y=0*.

Валовые течения, вызванные локальными разностями плотностей и показанные на рис. 2.2a и рис. 2.2d всегда возникают при угле наклона полости большем 0.01 градуса и сколь угодно малом перепаде температур между нижней и верхней гранью полости. Если вектор циркуляции вала совпадает с направлением вектора угла наклона, который представляет собой вектор вращения от начального отсчета угла к конечному соответствующему углу наклона полости, то такие течения называют нормальными. Они не противоречат здравому смыслу, – холодная более тяжелая жидкость стремится вниз, а теплая легкая вверх. Течения, изображенные на рис. 2.2b и рис. 2.2c, на которых теплая жидкость не поднимается, а опускается вдоль склона приподнятой нижней грани, называют аномальными [49], при этом указанные выше вектора имеют противоположные направления. Аномальные течения не возникают при числах Релея меньших первого критического значения, т.к. они являются проявлением конвективной неустойчивости. Обычно для области надкритических значений числа Релея аномальные течения возникают в результате эволюции нормальных течений, при изменении угла наклона, проходящем через нулевое значение.

2.2 Экспериментальная установка

Экспериментальная установка, схема которой показана на рис. 2.3, состоит из рабочей полости, заполненной воздухом, теплообменников с термостатирующими устройствами, подставки с поворотным механизмом и компьютерной системы сбора и обработки информации. Рабочей полостью является куб с медными стенками 0.3см толщины и длиной ребра равной 4см (см. рис. 2.4). Куб зажат между двух медных пластин теплообменников толщиной 2см, которые имеют внутренние каналы для прокачиваемой, термостатирующей жидкости. Термостатирующая жидкость подается от двух термостатов марки VT-12 поддерживающих температуру рабочей жидкости постоянной с точностью до 0.05 градуса. Теплообменники, поддерживаются при постоянных температурах $T_{cold} = T_{room} - \Delta T/2$ и $T_{hot} = T_{room} + \Delta T/2$, здесь T_{room} – комнатная температура, а ΔT – перепад температур между теплообменниками, задаваемый термостатами. Высокая теплопроводность медных стенок обеспечивает однородное распределение температуры на гранях, соприкасающихся с теплообменниками. На остальных четырех гранях температура изменяется линейно вдоль оси z, т.е. на них задан постоянный градиент температуры. Для исключения влияния комнатного воздуха на распределение температуры в модели, последняя изолирована пенопластовой оболочкой толщиной в 1см (отмечена цифрой 4 на рис. 2.4). Конвектор (куб вместе с теплообменниками 2 и 3) закреплен на подставке с поворотным механизмом так, что возможны повороты (наклоны) куба на угол α вокруг оси *y* проходящей через центры двух противоположных граней с сохранением горизонтальности четырех его ребер. Поворотное устройство состоит из подставки, имеющей механизм горизонтирования, наклоняемой плоскости и электрического двигателя с редуктором. Это устройство позволяет наклонять модель в диапазоне углов $-30^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$. Наклон может осуществляться непрерывно с постоянными угловыми скоростями от $(3.4\pm0.1)\cdot10^{-3}$ рад/с до $(7.5\pm0.8)\cdot10^{-2}$ рад/с или ступенчато с выбираемым шагом от 0.5°. В экспериментах использовался пошаговый режим наклона, переход между шагами осуществлялся со скоростями из указанного диапазона.

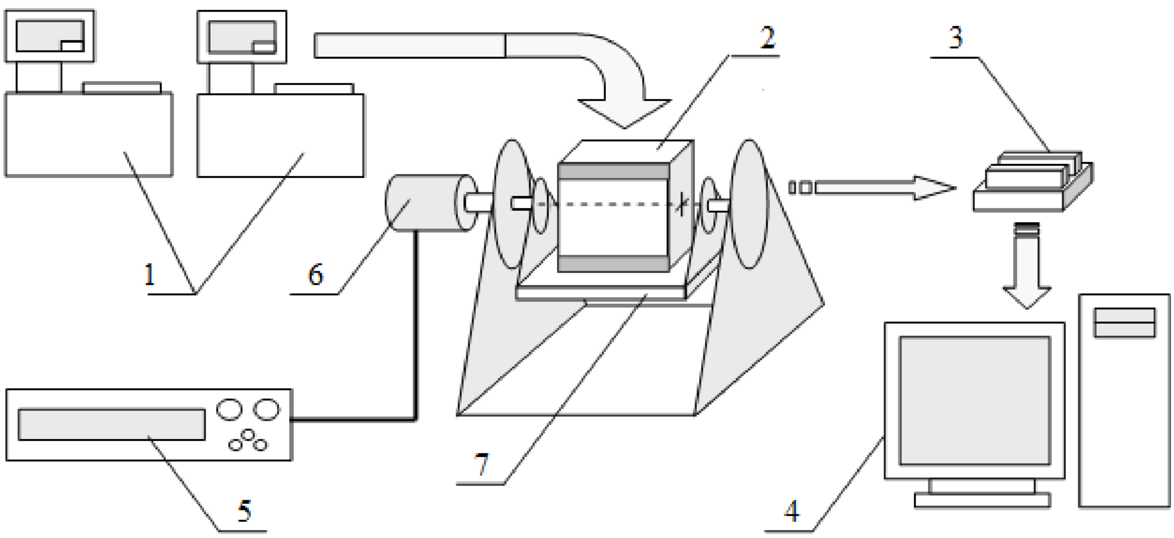


Рис. 2.3. Общая схема экспериментальной установки. Цифрами обозначены: 1-ультратермостаты VT-12, 2- конвектор - медный куб с теплообменниками, 3-восьмиканальный усилитель-коммутатор «Термодат 38В1», 4- компьютер, 5- источник питания Б5-71/1м, 6- электродвигатель ДПМ-30-К3-01, 7- наклоняемая подставка.

В плоскости среднего по высоте сечения в центрах квадрантов размещены спаи четырех дифференциальных термопар, позволяющие по распределению разностей температур судить о виде конвективного течения. Два спая находятся между гранями куба и теплообменниками, представляя информацию о приложенной к полости разности температур. Сигналы с термопар поступают на входы восьмиканального усилителя-коммутатора “Термодат 38В1”, а затем на USB-порт персонального компьютера, где преобразуются программой “TermodatReader.v2.10” в цифровой вид, удобный для обработки и записываются в устройства памяти. Система позволяет отслеживать сигналы в реальном времени.

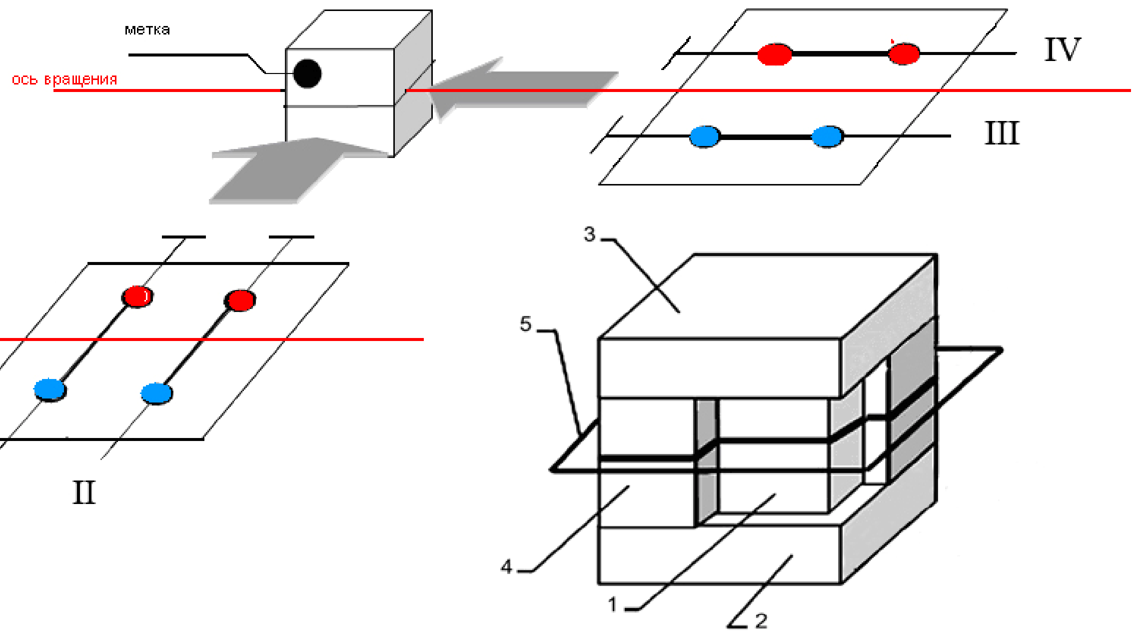


Рис. 2.4. Внешний вид кубической полости и схема расположения термопар. Цифрами обозначены: 1- стенка полости; 2, 3- теплообменники горячий и холодный; 4- пенопластовая оболочка; 5- плоскость среднего сечения. Римскими цифрами обозначены номера выходов термопар.

Известно, что при углах наклона $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi$ в полости возможно состояние механического равновесия. Состояние механического равновесия при $\alpha = \pi$ (подогрев сверху) устойчиво для любых значений числа Рэлея:

$$Ra = \frac{g\beta d^3 \Delta T}{\nu\chi}, \tag{2.1}$$

где ν – коэффициент кинематической вязкости, β – коэффициент объемного расширения, χ – коэффициент температуропроводности, d – длина ребра куба, ΔT – перепад температур между теплообменниками и g – гравитационное ускорение.

Если $\alpha = 0$, то есть при подогреве снизу, механическое равновесие теряет устойчивость при превышении числом Рэлея критического значения $Ra_c = 6799$ [102]. При величине ребра куба, выбранной для эксперимента, и значениях коэффициентов кинематической вязкости $\nu = 0{,}15\ см^2/с$ и объемного расширения $\beta = 1/293\ ^\circ K$ [7, 17–19], это критическое число Релея достигается при перепаде температур между теплообменниками $\Delta T = 1\ ^\circ C$ с точностью не менее процента. Введение в рассмотрение нормированного числа Релея (надкритичности) $r = Ra/Ra_c$ в условиях настоящего эксперимента позволяет использовать эмпирическое соотношение, выражающее равенство величины перепада температуры между теплообменниками значению надкритичности:

$$\Delta T \approx r\,. \tag{2.2}$$

2.3 Методика распознавания крупномасштабного движения воздуха

При исследовании экспериментальными методами структуры конвективного течения в подогреваемой снизу кубической полости с теплопроводными гранями возникают серьезные трудности в определении вида течения, связанные с оптической непрозрачностью стенок рабочей камеры.

В полостях с адиабатическими гранями возможно применение прозрачных материалов для изготовления стенок, что позволяет использовать оптические методы при экспериментальном исследовании структуры конвективных течений.

В изучаемой задаче использование оптических методов невозможно, так как доступные теплопроводные материалы, позволяющие реализовать в них линейное распределение температуры, непрозрачны. Поэтому для выявления структуры конвективных течений в кубе с теплопроводными стенками применяют косвенные методы. Наиболее распространенным является метод, основанный на использовании дифферециальных термопар в конвективном потоке позволяющий по распределению температур делать заключения о структуре течения. Часто для облегчения задачи распознавания структуры течения по распределению температуры используют результаты аналитических или численных расчетов для подобных условий. В исследуемой задаче будем опираться на результаты расчетов проведенных автором и изложенным в главе 3, а также на результаты полученные Палларесом с соавторами [82] для горизонтального куба с теплопроводными стенками, наполненного воздухом, из которых следует, что течение в широком интервале чисел Рэлея $Ra \leq 10^6$ может иметь лишь одноваловые структуры.

Структура конвективного движения в настоящей работе в начале эксперимента задавалась валовой и распознавалась путем обработки показаний четырех дифференциальных термопар, спаи которых расположены в среднем сечении куба $z = 0$ в точках с координатами $(x, y) = (\pm d/4, \pm d/4)$ (см. рис. 2.5). Значения сигналов с термопар, получаемые в режиме реального времени, позволяют определить перепады температур Δ_X и Δ_Y между этими точками, связанные с полем температур $T(x, y, z, t)$, соотношениями:

$$
\begin{aligned}
\Delta_X^+(t) &= T(\tfrac{1}{4}d,\tfrac{1}{4}d,0,t) - T(-\tfrac{1}{4}d,\tfrac{1}{4}d,0,t),\\
\Delta_X^-(t) &= T(\tfrac{1}{4}d,-\tfrac{1}{4}d,0,t) - T(-\tfrac{1}{4}d,-\tfrac{1}{4}d,0,t),\\
\Delta_Y^-(t) &= T(-\tfrac{1}{4}d,\tfrac{1}{4}d,0,t) - T(-\tfrac{1}{4}d,-\tfrac{1}{4}d,0,t),\\
\Delta_Y^+(t) &= T(\tfrac{1}{4}d,\tfrac{1}{4}d,0,t) - T(\tfrac{1}{4}d,-\tfrac{1}{4}d,0,t).
\end{aligned}
\tag{2.3}
$$

Нижний индекс здесь указывает на ось системы координат, параллельно которой ориентирована термопара, верхний – на расположение спаев термопары относительно начала координат по другой оси.

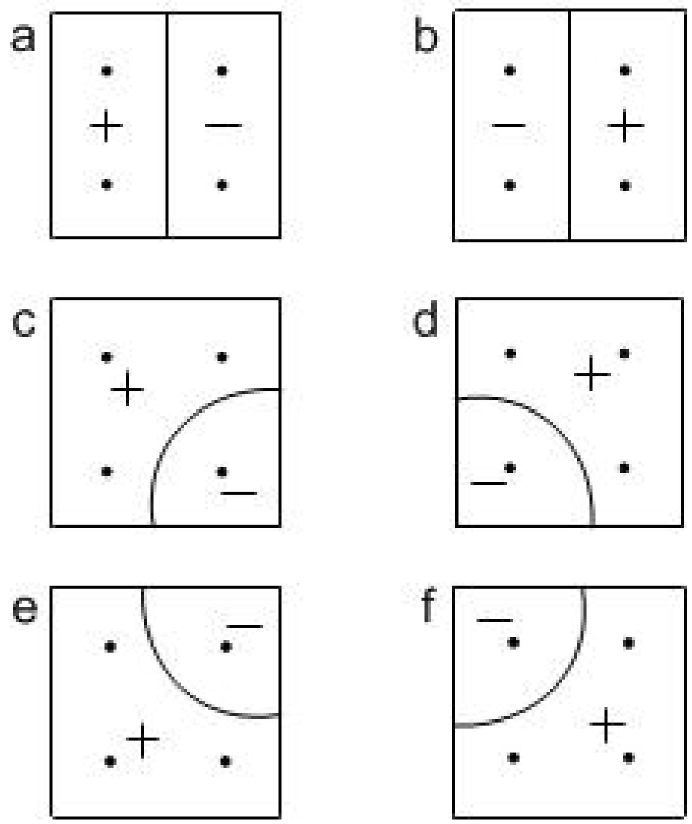


Рис. 2.5. Расположение зон в сечении $z=0$. Точки соответствуют положениям спаев термопар, начало координат расположено в центре квадрата, ось x направлена горизонтально влево, а y – вертикально вверх.

В случае, когда воздух в полости неподвижен, температура в плоскости $z=0$ постоянна и показания всех термопар нулевые. Назовем эту температуру равновесной. Конвективное течение приводит к появлению в этой плоскости зон с повышенной и пониженной температурой. В литературе (см., например, монографию [1]) на рисунках принято помечать эти зоны знаком '+' ('−'), если температура зоны выше (ниже) равновесной. Расположение и форма этих зон позволяют судить о типе крупномасштабного движения воздуха в полости. Соответствие расположения таких зон структурам течения можно найти во многих работах [59,60,71,72,74,81,82,85,87,88]. Так, если показания термопар, параллельных оси y равны нулю, т.е. $\Delta_Y^- = \Delta_Y^+ = 0$, а показания термопар вдоль оси x равны между собой и положительны (отрицательны), т.е. $\Delta_X^- = \Delta_X^+ = \Delta_X > 0$ ($\Delta_X^- = \Delta_X^+ = \Delta_X < 0$), распределение температур будет соответствовать рис.

Рис. 2.5b (рис. 2.5a). Движение воздуха для этого случая представляет стационарный вал с осью, совпадающей с осью y и направлением циркуляции изображенной на рис. 2.5b (рис. 2.5a). Таким же образом можно распознать валовое течение с циркуляцией вокруг оси x. Рисунки 3.5c, 3.5d 3.5e и 3.5f представляют валовые структуры с осями параллельными диагоналям квадрата среднего сечения.

2.3.1 Компенсация механического несовершенства модели

В идеальном случае при горизонтальной ориентации изотермических граней, т.е. при $\alpha = 0$ (см. рис. 2.1), для фиксированного докритического значения числа Релея в полости реализуется теплопроводный режим, и осуществляются условия механического равновесия, т.е. градиент температуры в кубе постоянен и вертикален. В таких условиях конвективное движение воздуха отсутствует, а сигналы дифференциальных термопар расположенных в средней плоскости куба должны иметь нулевые значения.

На практике, как показали эксперименты и численные расчеты [57] отклонения от нулевого угла порядка 0,01 градуса уже вызывают появление конвективных течений. Добавим к этому, и геометрическое несовершенство камеры, связанное с допуском к точности размеров при ее изготовлении. Таким образом, даже после тщательного горизонтирования расположения полости, при докритических числах Рэлея, наблюдалось слабое валиковое течение. Для компенсации этого несовершенства использовали факт скачкообразного изменения распределения температуры по квадрантам среднего сечения кубической полости при смене направления течения в результате последовательного изменения угла наклона полости в одном направлении. Величина угла, при котором происходило скачкообразное изменение показаний термопар расположенных в среднем сечении куба, зависела от направления изменения угла наклона полости. Таким образом, для двух противоположных направлений изменения угла наклона полости были получены два значения угла. Угол, соответствующий середине интервала между этими углами, принимался за нулевое значение β_0. Основное валовое течение в экспериментах имело ось вращения, совпадающую или параллельную оси y. Угол β задавал наклон оси y. Поиск угла β_0 проводили при горизонтальном положении оси x и надкритичности равной 15 в результате получили значение угла наклона оси y равное $\beta_0 = 4{,}3^\circ$, которое использовали в эксперименте. Проведя аналогичные действия для оси x, получили значение начала отсчета для угла α, которое составило $\alpha_0 = 5{,}5^\circ$.

2.4 Методика проведения экспериментов

Для получения аномальных режимов конвекции и бифуркационных переходов проводились эксперименты с изменением угла наклона полости, в каждом из которых фиксировалось значение числа Релея. Угол наклона α менялся пошагово в диапазоне от -30° до 30°. Величина шага угла изменялась в интервале от 0.5° до 5° и уменьшалась по мере приближения к критическому значению.

Синхронно с включением термостатов начиналась запись сигналов с термопар, которые представляли перепад температур между теплообменниками ΔT, и четыре перепада температуры dT_i между точками, отмеченными на рис. 2.4 и рис. 2.5. Установление стационарного состояния оценивалось по этим записям в реальном времени. По распределению перепадов температур $dT_i(t,\alpha,Ra)$ распознавалась структура течения. Фиксация заданного числа Релея осуществлялась путем поддержания постоянного значения перепада температуры между теплообменниками ΔT, который для используемой модели в соответствии с соотношением (2.2) совпадает с надкритичностью r. Были проведены серии экспериментов для перепадов температуры $\Delta T = 2.5^\circ C, 5^\circ C, 10^\circ C, 15^\circ C, 20^\circ C,\ 25^\circ C$. Серия начиналась с формирования в полости нормального одновалового течения, структура которого контролировалась по сигналам термопар. Распределение температуры начального течения соответствовало рис. 2.5b или рис. 2.5a.

Для каждого перепада температур между теплообменниками ΔT, получали восемь бифуркационных диаграмм $dT_i(\alpha)$. Четыре диаграммы соответствовали пошаговому изменению угла наклона α от -30° до $+30^\circ$, а остальные – соответствовали обратному изменению угла α от $+30^\circ$ до -30°. Точки для бифуркационных диаграмм получали следующим образом. Задавался максимальный угол наклона полости $\alpha = -30^\circ$, включались термостаты и запись сигналов термопар. Фиксировалось установление стационарного состояния. Далее производилось изменение угла наклона. В реальном времени по записям отмечалось прекращение изменений сигналов термопар вызванное перестройкой течения, т.е. установливалось новое стационарное состояние. В этом стационарном состоянии в течение двух – пяти минут проводилась запись сигналов термопар, вычислялись их средние значения. Далее производилось следующее изменение угла наклона. Этот процесс продолжался до достижения величины угла $\alpha = +30^\circ$. Затем величина угла наклона изменялась в обратном направлении. Средние значения $dT_i(\alpha)$ каждого стационарного состояния использовались для построения бифуркационных диаграмм.

2.5 Результаты экспериментов

Основной целью экспериментов являлось получение аномального конвективного течения и определение границ его существования. Граница существования аномального течения представляет бифуркационную кривую на плоскости параметров число Рэлея Ra — угол наклона α. Точки бифуркационной кривой являются значениями предельных углов существования аномального течения различной интенсивности, имеющего соответственно различные значения надкритического числа Рэлея. Значения предельных углов определяются из бифуркационных диаграмм, выражающих зависимость стационарных показаний термопар в центральном сечении куба от угла наклона α при медленном переходе ($(3.4\pm0.1)\cdot10^{-3}$ рад/с) между шагами изменения α.

Показания термопар неявно отражают интенсивность и структуру конвективного течения в кубе. Сигналы термопар записаны в виде временных зависимостей четырех перепадов температуры $dT_i(t)$ между точками, отмеченными на рис. 2.4 и рис. 2.5. Запись этих температурных временных рядов начиналась за $10 \div 15\,\text{с}$ до изменения угла наклона и прекращалась минимум через 3 минуты после установления постоянных значений. Длительность записи составляла в среднем около 10 минут. Шаг изменения угла наклона $\Delta\alpha$ находился в интервале от 0.5° до 5°. Мелкий шаг $\Delta\alpha$ использовался вблизи критического угла наклона.

2.5.1 Анализ полученных стационарных конвективных течений

В результате измерений, проведенных в соответствии с изложенной методикой, для каждого изменения угла наклона α получены временные зависимости показаний четырех термопар $dT_i(t)$, расположенных в плоскости $z=0$. Сигналы с термопар позволяют распознать структуру течений при различных углах наклона полости.

Типичный временной ряд, полученный для $r=15$ в результате изменения угла наклона со значения -1° до 0.5° представлен на рис. 2.6. Временные ряды сигналов с термопар $dT_i(t)$ делятся на три участка, – начальный, переходный и конечный.

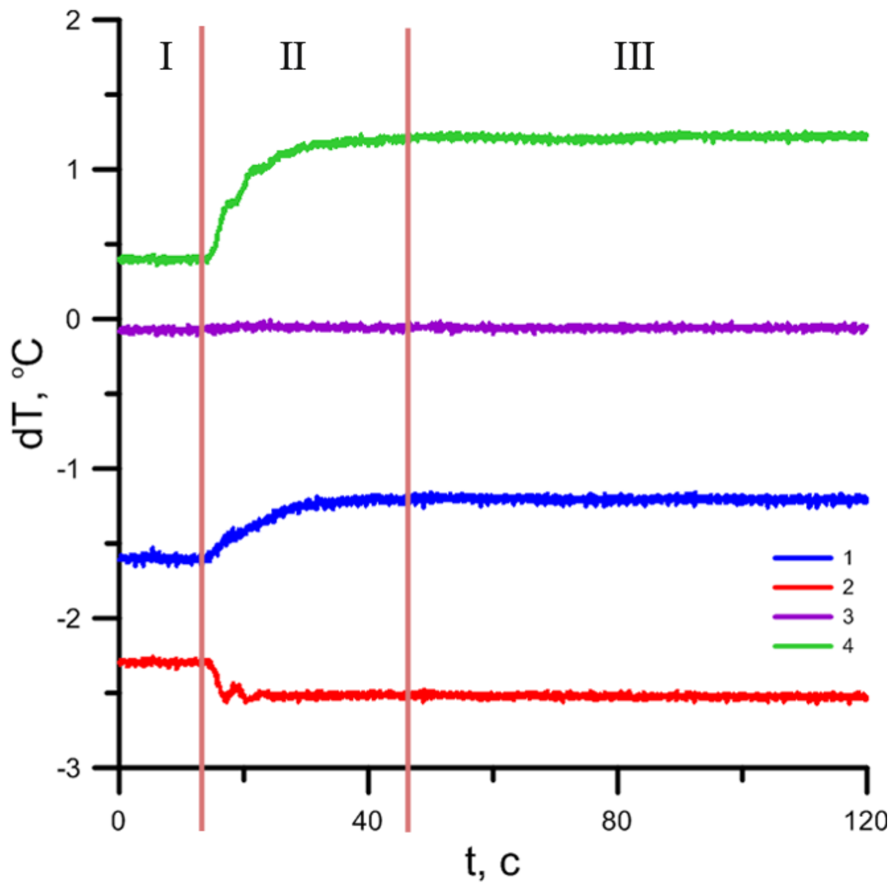


Рис. 2.6. Сигналы термопар представлены цветными линиями. Участки временной диаграммы разграничены вертикальными линиями. Выделены области: I – начальный, II – переходный и III – конечный участки.

Участки временной диаграммы разграничены вертикальными линиями. Начальный, переходный и конечный участки обозначены цифрами,- I, II и III соответственно. Сигналы термопар представлены цветными линиями. Начальный и конечный участки содержат неменяющиеся средние значения dT_i, соответствующие стационарным течениям. Переходные участки отражают динамику перехода между стационарными течениями и будут описаны в следующем разделе.

Значения сигналов термопар в стационарном состоянии использовались для построения бифуркационных диаграмм. Бифуркационные диаграммы отражают зависимость стационарных значений перепадов температуры $dT_i(\alpha)$ от угла наклона. Исследования проводились в интервале надкритичностей r от 2.5 до 25, (т.е. для чисел Релея от $Ra = 1{,}7 \cdot 10^4$ до $Ra = 17 \cdot 10^4$). В этом интервале чисел Рэлея, как показывают недавние численные расчеты Пучжане (Puigjaner D.) и др. [87] для воздуха в подогреваемом снизу кубе с теплопроводящими стенками, устойчивы одноваловые и четырехваловые течения. Расчеты с наклоном такого куба не проводились. В наших экспериментах четырехваловых течений не обнаружено.

При надкритичности, $r < 3$, и достаточно больших углах наклона $|\alpha| > 2.5^\circ$, по показаниям термопар удается уверенно распознать структуру течения, как одноваловую с осью перпендикулярной граням, так как термопары 3 и 4 , параллельные оси вращения вала, на протяжении всего опыта имеют близкие к нулю сигналы. Сигналы термопар 1 и 2 перпердикулярных к оси вращения вала убывают синхронно по величине и меняют знак при переходе через нулевое значение угла наклона α, см. рис.2.7. При смене угла наклона бифуркационные диаграммы меняются плавно. Они отображают уменьшение интенсивности конвективного валового течения практически до нуля при угле наклона $\alpha = 0$. Продолжение изменения угла наклона приводит к возникновению валового течения с противоположным направлением циркуляции и дальнейшему увеличению его интенсивности (см. рис. 2.7. – 2.8.). Из-за слишком малого отношения сигнал – шум, применяемый метод не дает информации о структуре течения и бифуркационных переходах при углах наклона $|\alpha| < 2.5^{\circ}$ для надкритичности $r = 2.5$.

На указанных и приведенных ниже бифуркационных диаграммах стрелкой показано направление изменения угла наклона полости в эксперименте. В верхней части рисунков представлены распознанные схемы течения. Им соответствуют показания термопар для углов наклона, расположенных под ними.

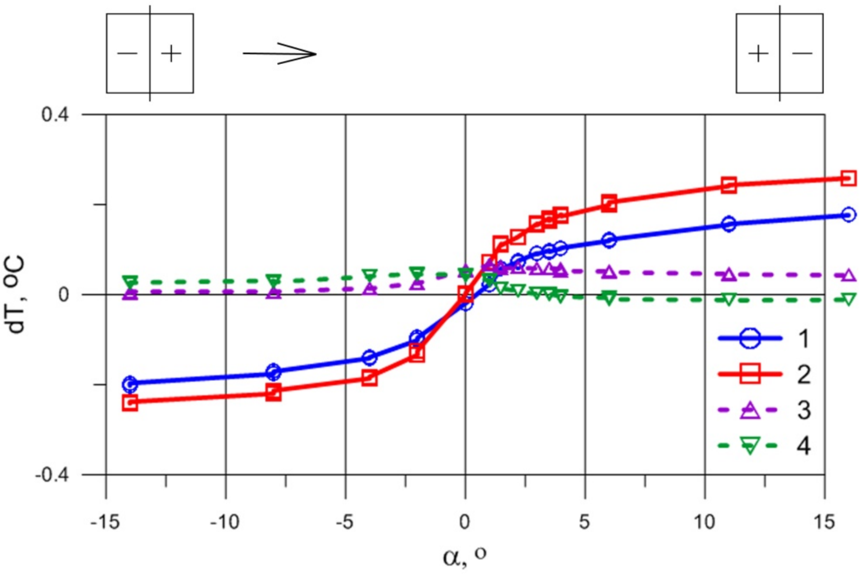


Рис. 2.7. Бифуркационные диаграммы для $r = 2.5$, изменения наклона от отрицательных углов к положительным. Кривые 1 и 2 соответствует показаниям термопар (Δ_X^- и Δ_X^+) перпендикулярных оси вращения вала, а 3 и 4 – показаниям термопар (Δ_Y^+ и Δ_Y^-) параллельных оси вращения вала, соответственно.

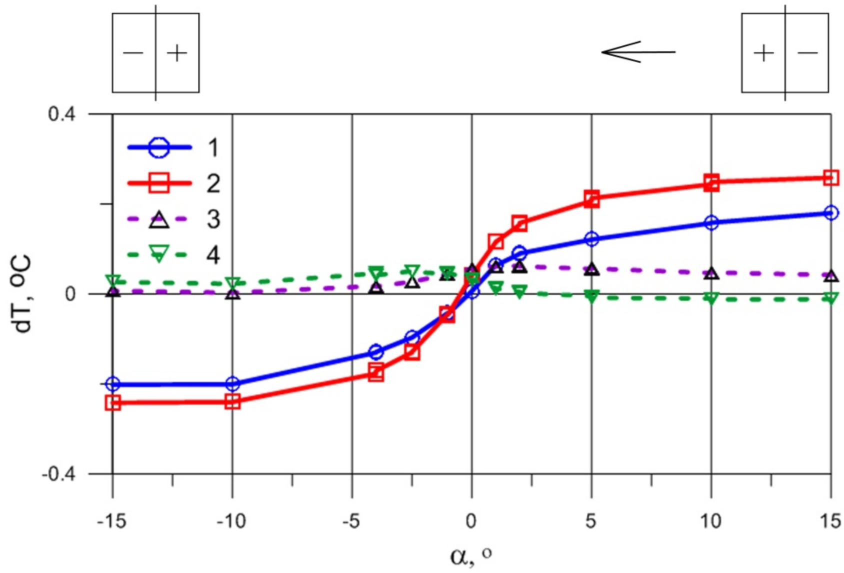


Рис. 2.8. Бифуркационные диаграммы для $r = 2.5$, изменения наклона от положительных углов к отрицательным. Обозначения кривых см. рис. 2.7.

Вид бифуркационных диаграмм существенно изменяется для надкритичности $r = 5$, т.е. при $Ra = 3{,}4 \cdot 10^4$ (см. рис. 2.9 и рис. 2.10). При изменении угла наклона полости сигналы термопар 3 и 4 тоже начинают плавно меняться. Эти изменения указывают на небольшой поворот вращающегося вала вокруг вертикальной оси. Этот процесс продолжается и после прохода углом наклона нулевого значения с сохранением заданного направления циркуляции вала. Поскольку при переходе через нулевое значение сменился знак угла наклона полости, вектор направления циркуляции теперь не совпадает с направлением вектора угла наклона. Напомним, что в случае совпадения направлений этих векторов, валовую циркуляцию называют нормальной, если же их направления противоположны, такое валовое вращение называют аномальным.

Таким образом, наблюдаемое аномальное конвективное течение существует до наступления критического угла наклона $\alpha = +\alpha_{кр} \approx 1^\circ$, где происходит скачок во всех термопарных сигналах к значениям соответствующим нормальному конвективному валу, ось которого слегка наклонена к граням. Дальнейшее увеличение угла наклона приводит к довороту оси одновалового нормального течения до положения перпендикулярного к граням, которое наблюдается при максимальном, реализуемом в эксперименте угле наклона $\alpha = 30^{\circ}$. Участки диаграмм $15^{\circ} \le \alpha \le 30^{\circ}$ ввиду их малой информативности, не приводятся.

При изменении наклона в обратном направлении, т.е. от $\alpha = 30^{\circ}$ к $\alpha = -30^{\circ}$ подобно тому, как описано выше, одноваловое «нормальное» течение реализуется до угла наклона $\alpha = 0^{\circ}$. После перехода к отрицательным углам через нулевое значение направление течения сохраняется, т.е. возникает аномальное течение. Ось аномального валового течения при достижении критического угла наклона $\alpha = -\alpha_{кр}$ скачком переходит в новое положение, в котором валовое течение становится нормальным. Бифуркационные диаграммы, которые отражают описанный процесс, представлены на рис. 2.10.

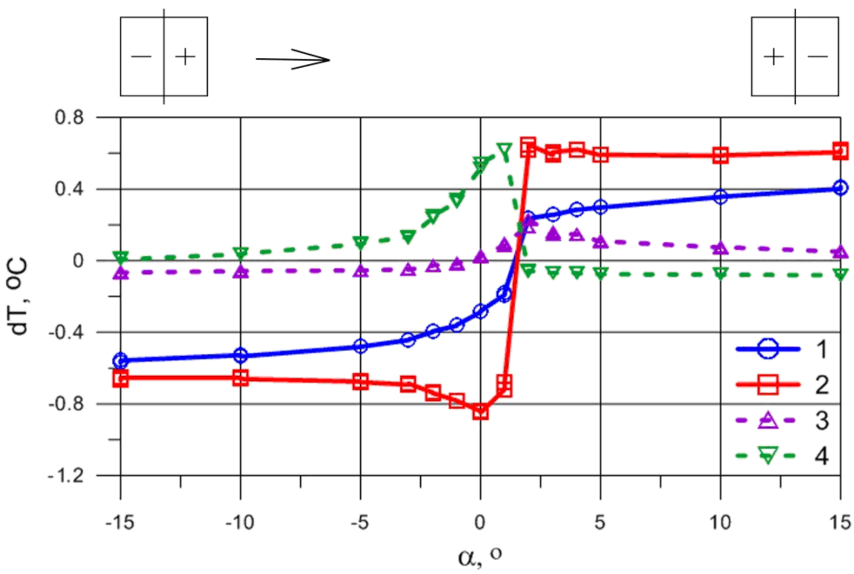


Рис. 2.9. Бифуркационные диаграммы для $r = 5$, при изменении наклона от отрицательных углов к положительным. Обозначения кривых см. рис. 2.7.

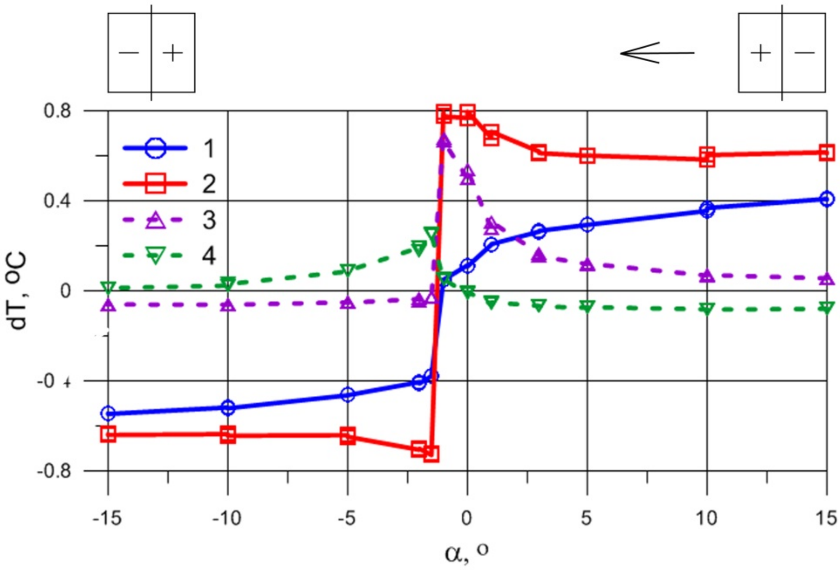


Рис. 2.10. Бифуркационные диаграммы для $r=5$, при изменении наклона от положительных углов к отрицательным. Обозначения кривых см. рис. 2.7.

Таким образом, в области углов наклона $|\alpha| < \alpha_{кр}$ экспериментально реализуются различные одноваловые состояния, которые определяются предысторией изменения угла наклона.

Увеличение надкритичности до $r=10$ ($Ra=6{,}9\cdot 10^4$) приводило к увеличению интенсивности наблюдаемых течений, проявляющейся в увеличении значений сигналов термопар. Бифуркационные диаграммы имеют вид подобный описанным выше и представлены на рис. 2.11 и рис 2.12. Как отмечалось, при приближении к критическому углу ось вращения вала плавно разворачивалась вокруг вертикальной оси, но при надкритичности $r=10$ после смены направления вращения вала его ось ближе к перпендикуляру к граням. Критический угол наклона увеличивался до значения $\alpha_{кр} \approx 3.5^{\circ}$.

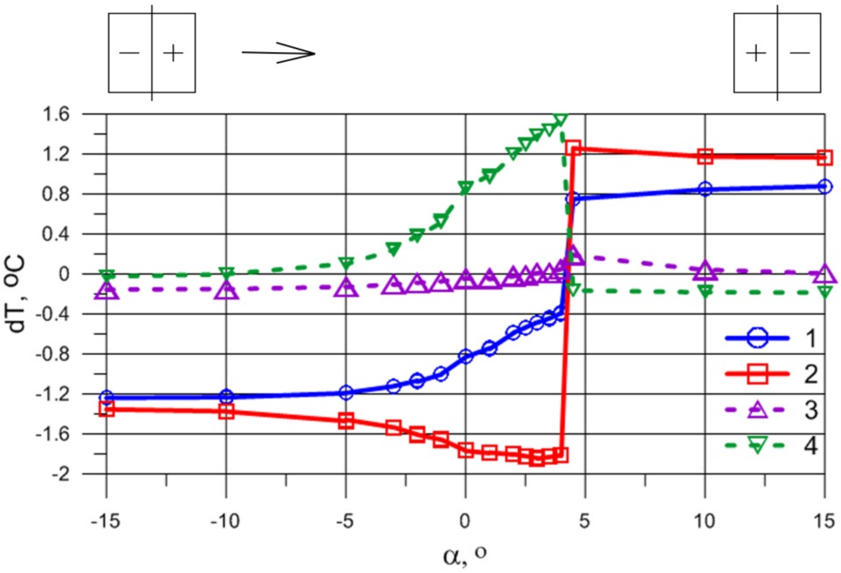


Рис. 2.11. Бифуркационные диаграммы для $r = 10$ при наклоне от отрицательных углов к положительным. Обозначения кривых см. рис. 2.7.

Бифуркационные диаграммы для надкритичности $r = 15$ ($Ra = 10^5$) приведены на рис. 2.13 и рис. 2.14. Из диаграмм видно, что поведение сигналов термопар подобно описанному выше для $r = 10$, но имеются количественные отличия диаграмм, которые проявляются в увеличении

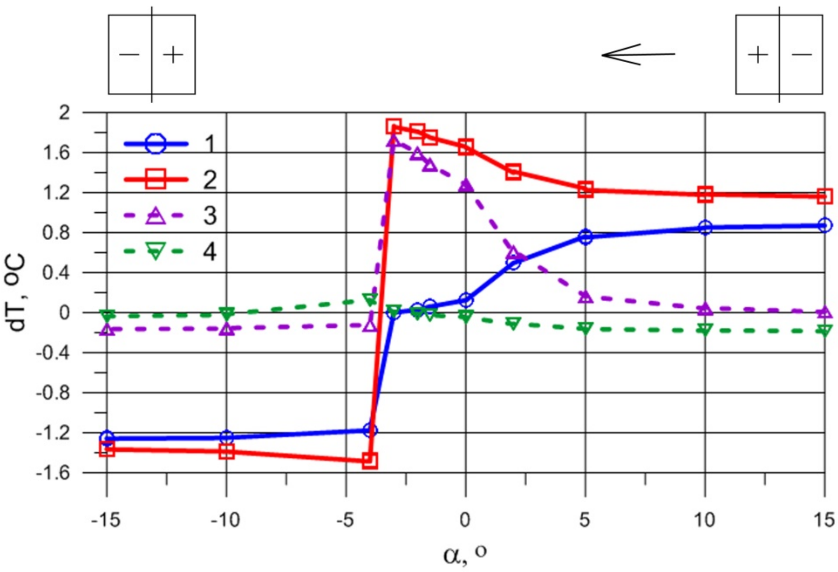


Рис. 2.12. Бифуркационные диаграммы для $r = 10$ при наклоне от положительных углов к отрицательным. Обозначения кривых см. рис. 2.7.

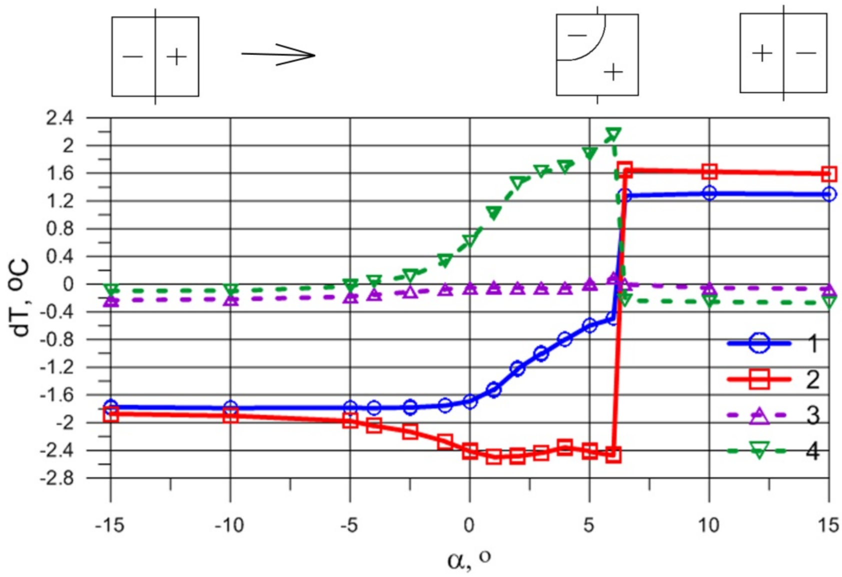


Рис. 2.13. Бифуркационные диаграммы для $r = 15$ при наклоне от отрицательных углов к положительным. Обозначения кривых см. рис. 2.7.

величины сигналов, критического угла наклона и угла поворота оси вращения вала до диагонального положения перед перестройкой. В результате перестройки ось вращения нормального вала сразу принимает положение перпендикулярное к граням.

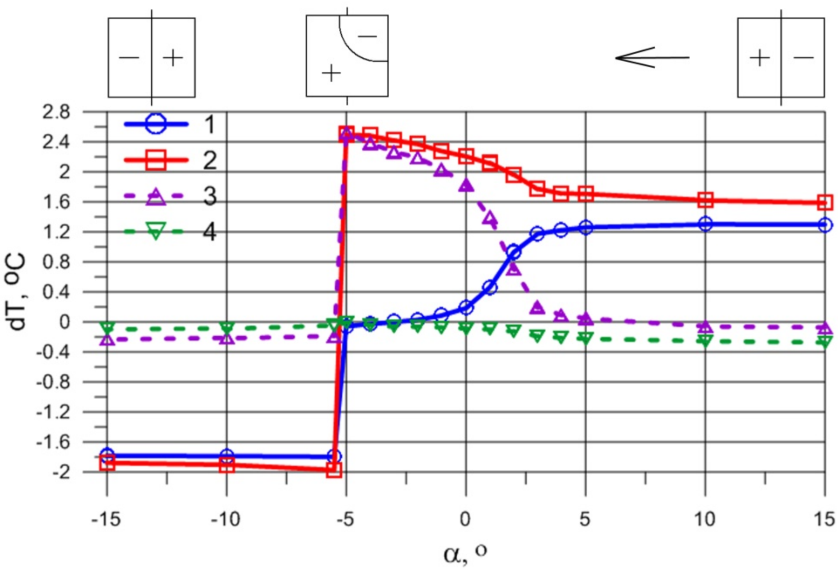


Рис. 2.14. Бифуркационные диаграммы для $r = 15$ при наклоне от положительных углов к отрицательным. Обозначения кривых см. рис. 2.7.

Отметим, что область существования аномального течения увеличивается по мере роста надкритичности. Так область существования аномального течения при надкритичности $r = 10$ (т.е. глубина гистерезиса), составляет $\approx 8^{\circ}$. Увеличение надкритичности до 15-ти приводит к увеличению области гистерезиса в 1.5 раза и интервал углов существования аномального течения увеличивается до $\approx 12^{\circ}$.

На бифуркационных диаграммах для случая $r = 20$, представленных на рис. 2.15. и рис. 2.16 интервал гистерезиса продолжает увеличиваться. Сигналы термопар в области аномального течения стабилизируются, что отображено на рис. 2.16. Изображенное распределение сигналов термопар соответствует диагональному валовому течению. Оно наблюдалось и при $r = 15$ непосредственно перед переходом к нормальному течению. При $r = 20$ стационарное диагональное течение формируется раньше, чем при $r = 15$ и сохраняется вплоть до перехода.

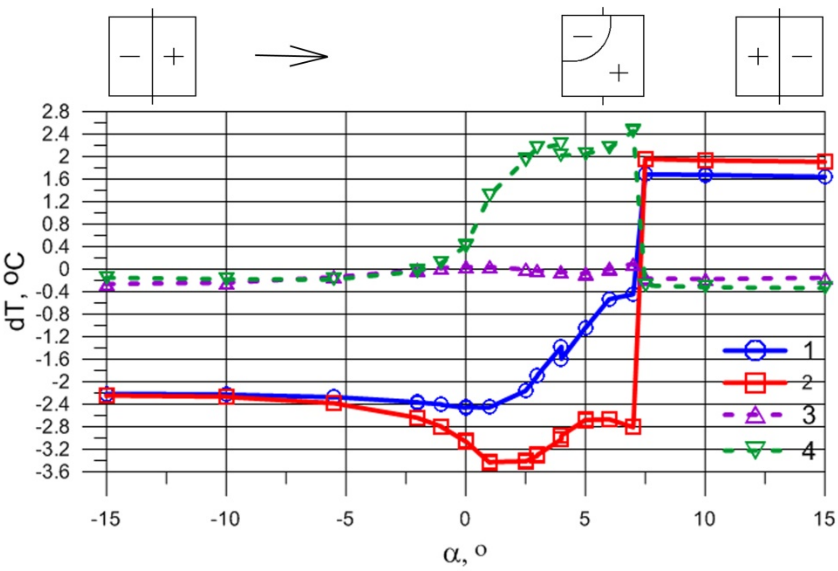


Рис. 2.15. Бифуркационные диаграммы для $r = 20$ при наклоне от отрицательных углов к положительными. Обозначения кривых см. рис. 2.7.

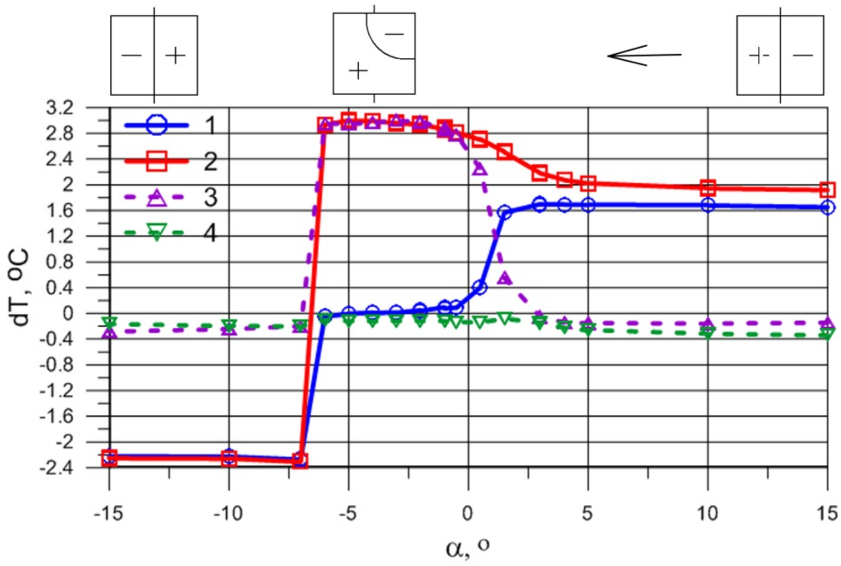


Рис. 2.16. Бифуркационные диаграммы для $r = 20$ при наклоне от положительных углов к отрицательным. Обозначения кривых см. рис. 2.7.

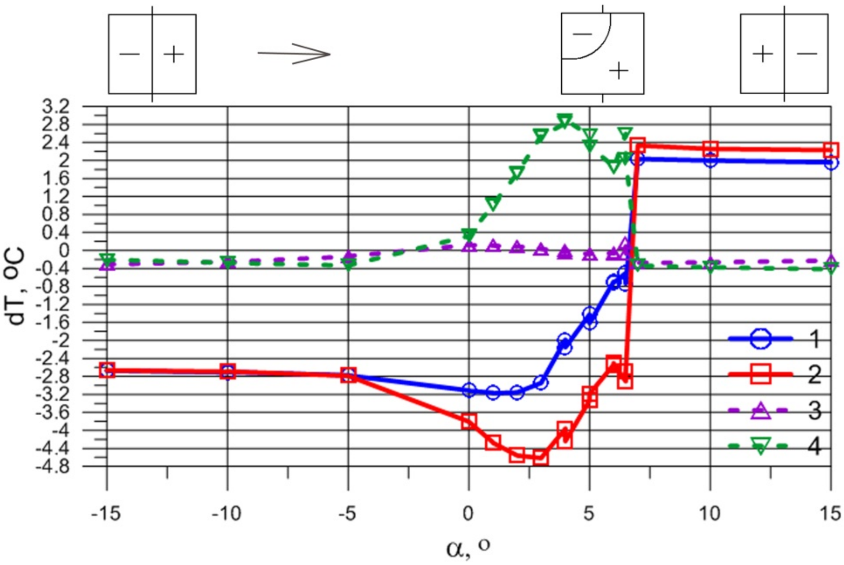


Рис. 2.17. Бифуркационные диаграммы для $r = 25$ при наклоне от отрицательных углов к положительным. Обозначения кривых см. рис. 2.7.

Из бифуркационных диаграмм для случая $\Delta T = 25^{\circ} C$, представленных на рис. 2.17 и рис. 2.18 , следует, что интервал гистерезиса уменьшился примерно на 2°.

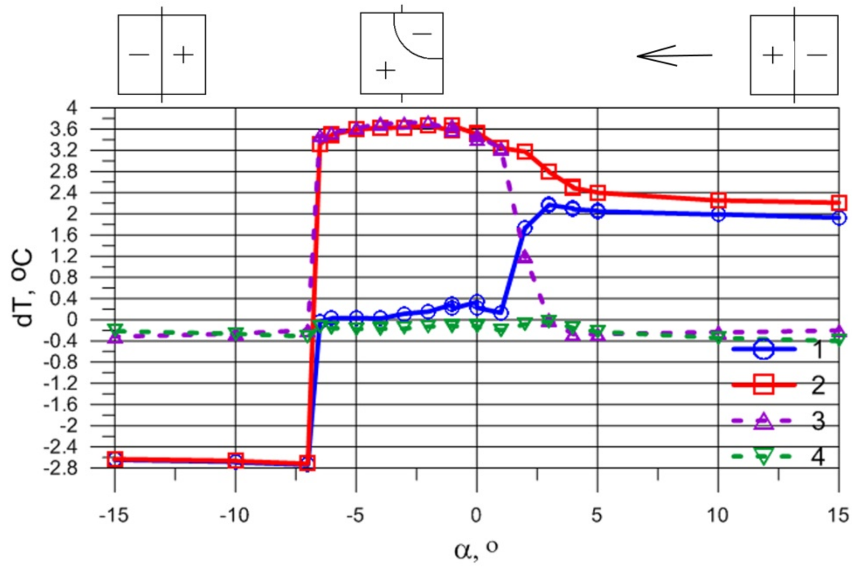


Рис. 2.18. Бифуркационные диаграммы для $r = 25$ при наклоне от положительных углов к отрицательным. Обозначения кривых см. рис. 2.7.

Рассматривая серию рисунков 2.7 – 2.18 отмечаем, что при увеличении надкритичности r от 2.5 до 20-ти критический угол монотонно увеличивается от нуля до примерно 7°. При дальнейшем увеличении надкритичности до $r = 25$ критический угол несколько уменьшается. Бифуркационная кривая, полученная обработкой бифуркационных диаграмм, представлена на рис. 2.19. При надкритичности $r = 20$ на ней наблюдается слабо выраженный максимум.

До настоящей работы бифуркационные кривые для наклоняемых полостей экспериментально не измерялись. Как упоминалось во введении, в численных исследованиях 2D конвективных течений бифуркационные кривые получали в ряде работ для бесконечных горизонтальных каналов, наклоняемых вокруг оси симметрии. Было отмечено, что бифуркационная кривая, ограничивающая область существования аномального течения может иметь максимум. В главе 3 показано, что в случае идеально теплопроводных боковых границ максимум выражен более ярко, чем для полости с теплоизоированными границами в двумерной задаче.

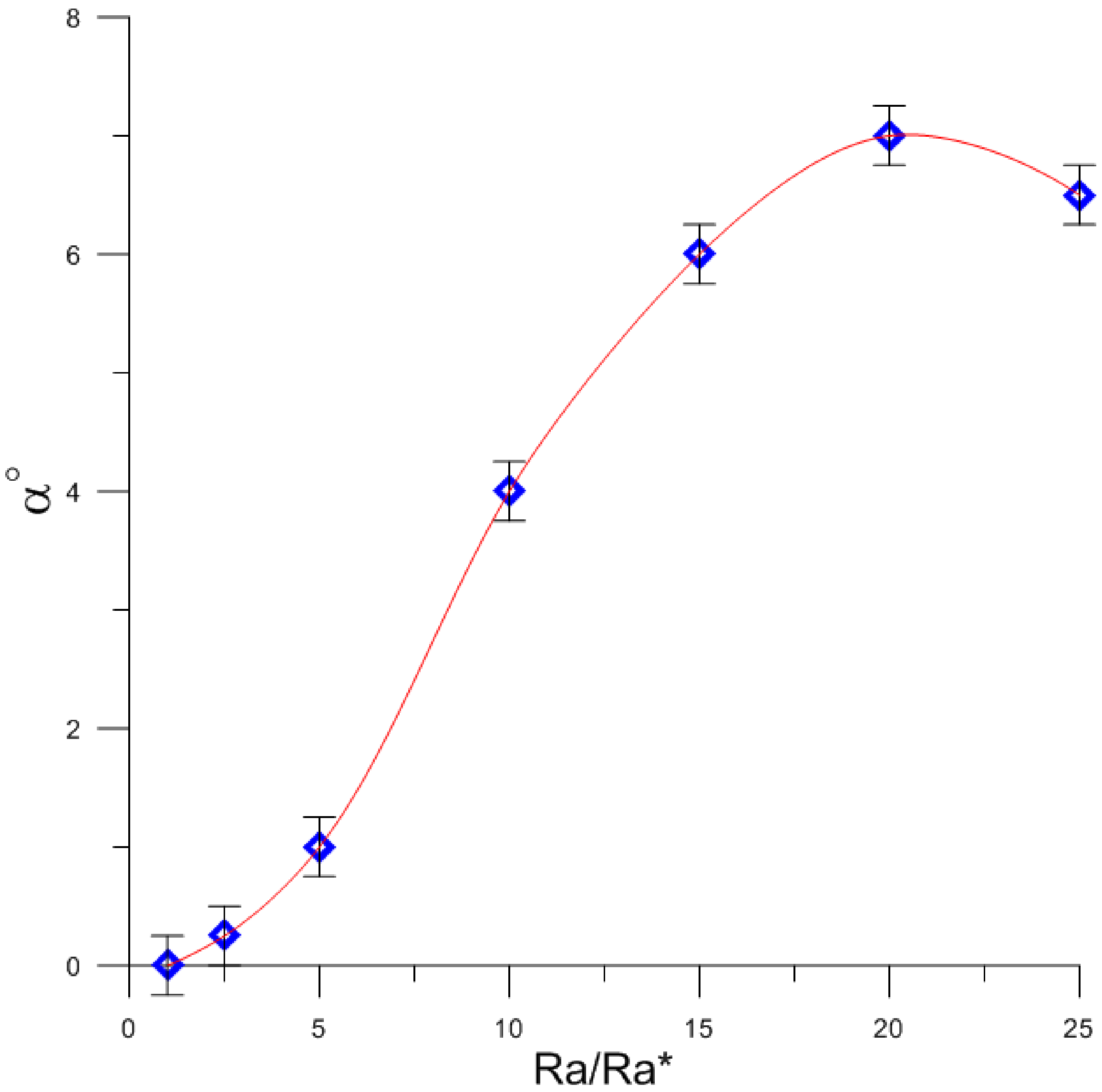


Рис. 2.19. Бифуркационная кривая, ограничивающая область существования аномальных течений и отражающая зависимость критического угла $\alpha_{кр}$ от надкритичности $r = Ra/Ra_c$.

2.5.2 Анализ переходных участков временных диаграмм

В настоящем параграфе рассматривается переходной процесс, возникающий после изменения угла наклона. Ход процесса отражают временные диаграммы представляющие зависимости показаний термопар от времени, средние значения их начальных и конечных стационарных состояний, т.е. участков I и III (рис. 2.6) использовались для построения буфуркационных диаграмм, представленных выше.

Запись временных диаграмм начиналась при стационарном состоянии, затем изменялся угол наклона, а запись продолжалась до установления нового стационарного состояния и некоторое время после его достижения. Типичные временные диаграммы для случаев, с сохранением направления вращения валового течения при изменении угла наклона приведены на рис.2.20.

Диаграмма, приведенная на рис. 2.20а, соответствует плавному изменению ориентации оси вала при надкритичности $r = 15$ и эволюции угла наклона от $\alpha = -1^\circ$ до $\alpha = 0.5^\circ$. Диаграмма представляет изменение сигналов термопар между промежуточными состояниями в процессе перехода $b \to f$ (см. рис. 2.5). Видно, что переходной процесс занимает 15–20 с и устанавливается стационарное состояние.
Рис. 2.20в соответствует переходу $a \to e$ (см. рис. 2.5) между промежуточными стационарными состояниями при $r = 20$ и изменении угла наклона от $\alpha = 2^\circ$ до $\alpha = 1^\circ$. Переходный процесс продолжался 20–30 с. Эволюция аномального течения, вызванная изменением угла наклона, при больших надкритичностях $(r \geq 20)$ может приводить к регулярным колебаниям показаний термопар. На рис. 2.20б показано возникновение регулярных колебаний в зоне существования аномального течения для надкритичности $r = 20$ при изменении угла наклона от $\alpha = 2^\circ$ до $\alpha = 3^\circ$. Увеличение угла наклона до $\alpha = 4^\circ$ приводило к затуханию этих колебаний (см. рис. 2.19г). Из диаграмм на рис. 2.20б и рис. 2.20г следует, что при увеличении надкритичности изменение сигналов термопар между промежуточными состояниями в процессе перехода $b \to f$ может происходить колебательным образом. Для углов больших $\alpha = 4^\circ$ колебания прекращались и переход к нормальному режиму при критическом угле

наклона полости в 7° и $r=20$ осуществлялся от стационарного состояния в отсутствии колебаний.

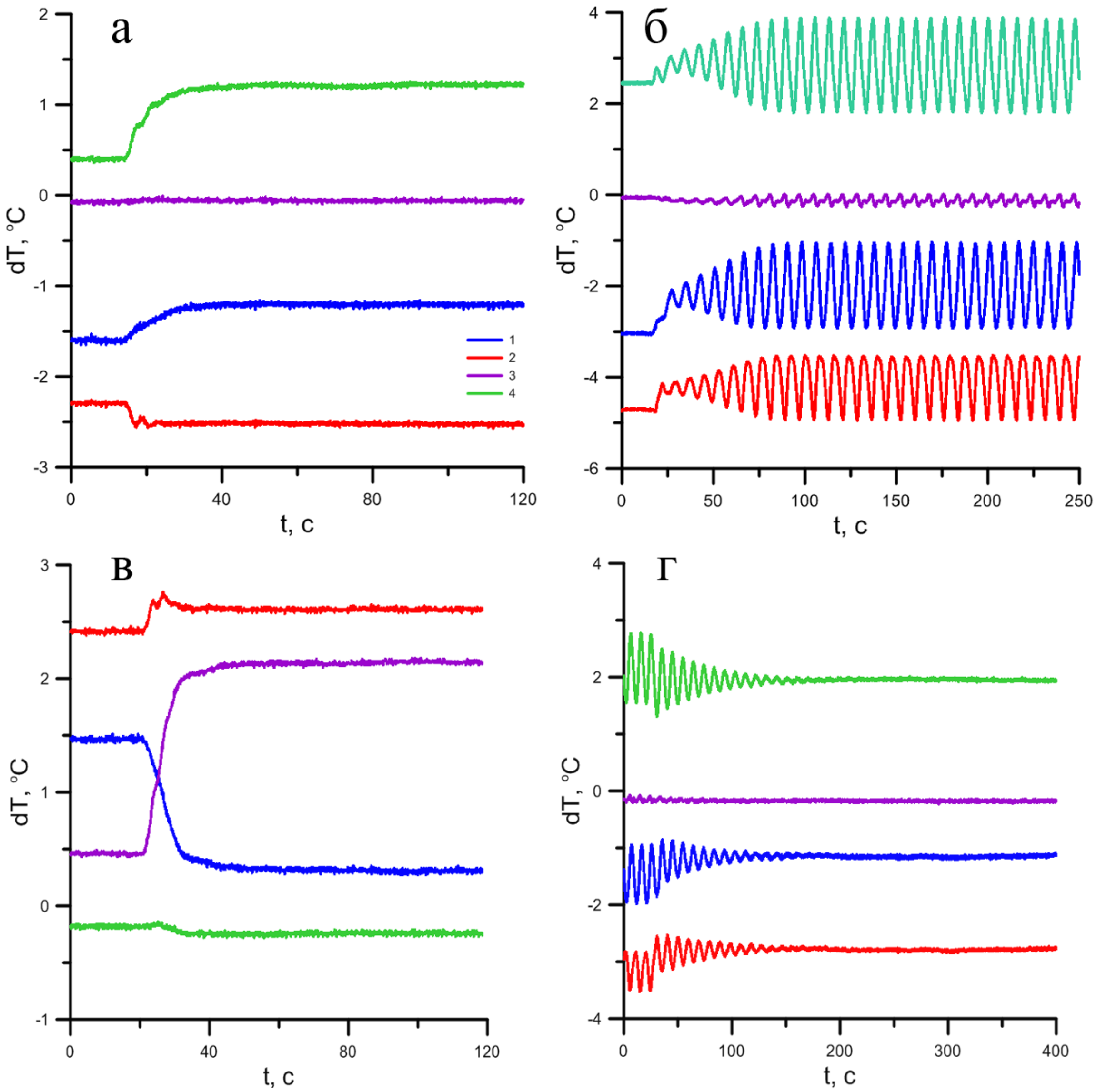
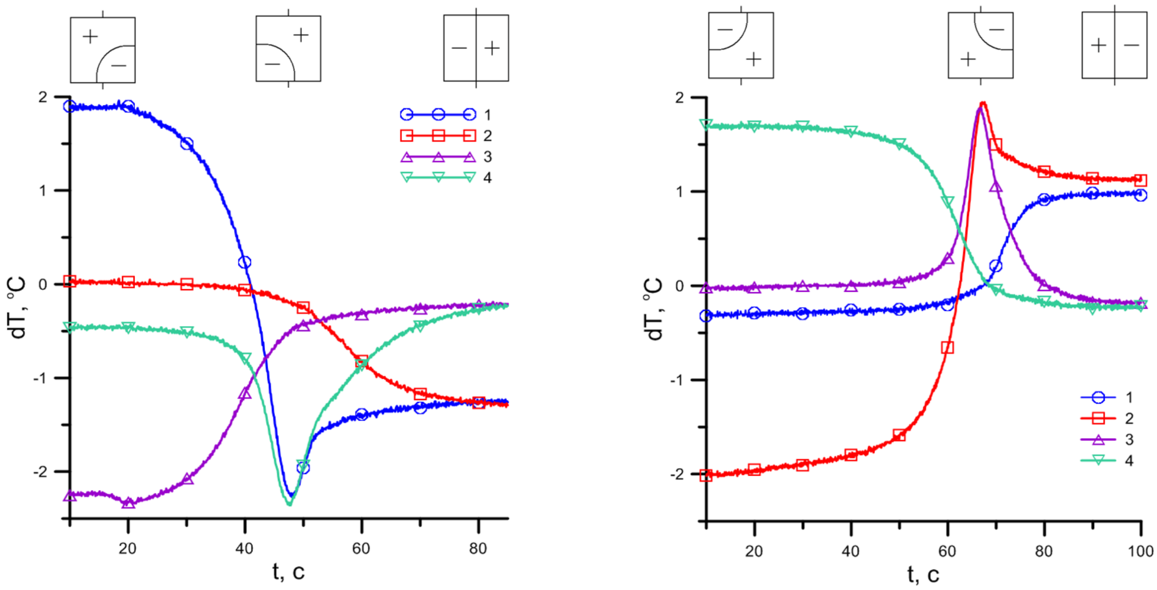


Рис. 2.20. Типичные временные диаграммы для случаев, когда изменение угла наклона не приводит к изменению направления вращения валового течения.

Диаграммы перехода от аномального к нормальному течению при достижении критического угла наклона для надкритичности $r=10$ представлены на рис. 2.21. Рис. 2.21а показывает временную динамику сигналов термопар после изменения угла наклона α от 3.7°до 4.2°. В начальном состоянии (левая врезка), с которого начинается процесс перестройки, область восходящего течения значительно больше области нисходящего. Близость к нулю сигнала дифференциальной термопары свидетельствует о нахождении ее целиком либо в восходящем потоке (“+”), либо в опускающемся потоке (“–”). Из диаграммы следует, что в области восходящего течения располагаются 6 из 8 спаев термопар, т.е. все спаи термопар 2 и 4 и по одному спаю термопар 1 и 3. Показания термопар 1 и 3 примерно равны по величине и противоположны по знаку, что говорит о расположении их спаев в различных зонах. Последующая эволюция



а б

Рис. 2.21 Временная диаграмма перехода от аномального течения к нормальному при $r = 10$.

приводит к изменению показаний термопар, так что к 48-секунде в области “+” находятся сигналы термопар 2 и 3. Это означает, что область опускающегося течения переместилась из одного угла в другой, как показано на средней врезке. Далее с 48-й по 80-ю секунду происходит формирование нормального валового течения, распределение температуры которого представлено на правой врезке.

Рис. 2.21б показывает временную динамику показаний термопар после изменения угла наклона α от -3.7 до -4.2. Диаграммы процесса перехода подобны описанным выше. Отличие состоит в том, что сигнал термопары 3, претерпевавший плавное изменение на диаграмме рис. 2.21а, на рис. 2.21б испытывает кратковременный всплеск. Поменялись ролями и сигналы термопар 1 и 2. Это свидетельствует о том, что область опускающегося потока (“–”) перемещается вдоль противоположной грани куба, на врезках изображена сверху.

Динамика перехода от аномального к нормальному течению для надкритичности $r = 15$ представлена на рис. 2.22. Отличие от диаграмм для надкритичности $r = 10$ состоит в появлении на завершающих переход участках слабых затухающих колебаний.

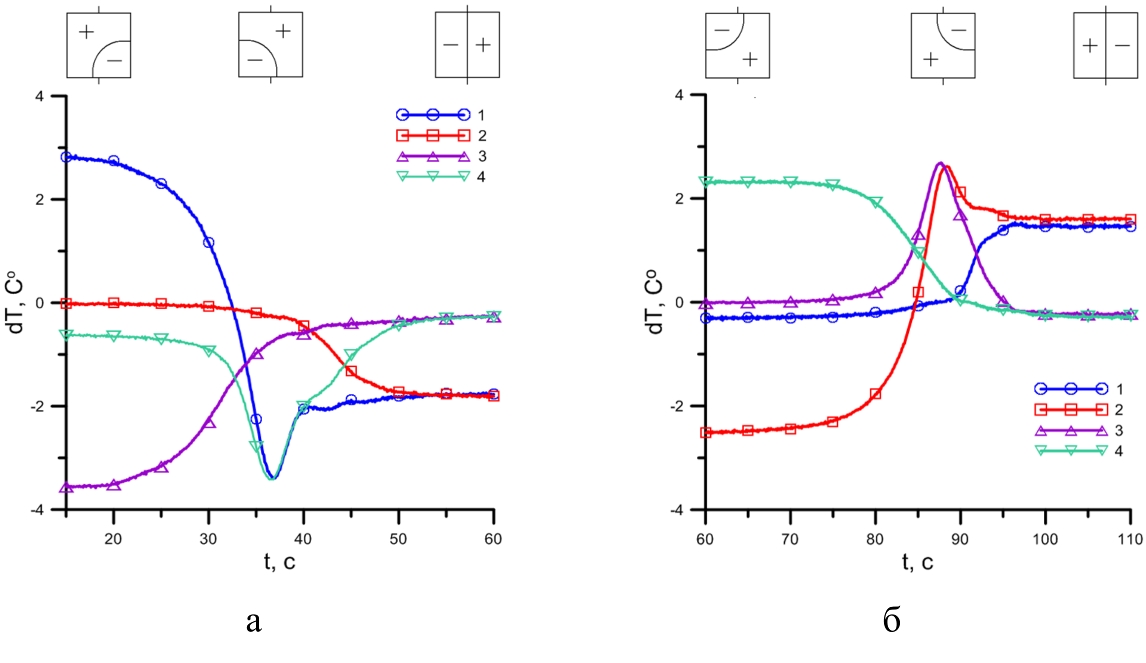
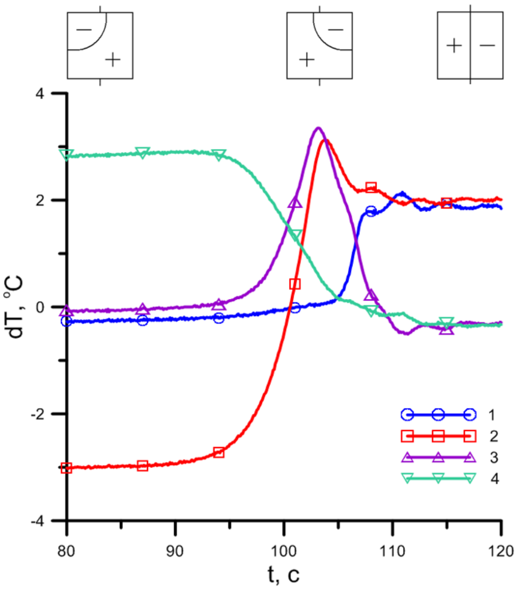
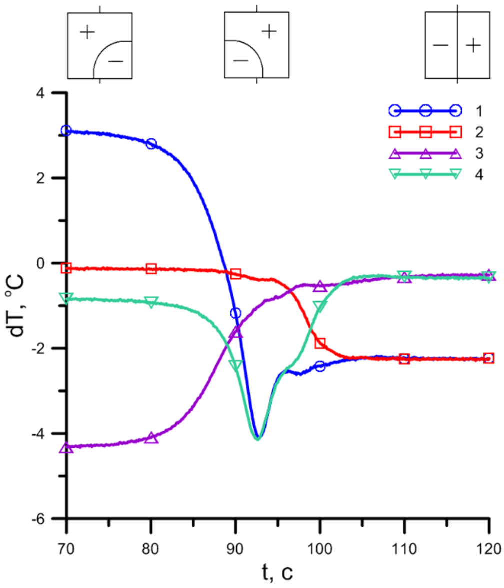


Рис. 2.22. Временная диаграмма перехода от аномального течения к нормальному при $r = 15$.

Переходы от аномального к нормальному течению для надкритичности $r = 20$ представлены на рис. 2.23. Временные диаграммы демонстрируют увеличение амплитуды затухающих колебаний, появление которых было отмечено выше для $r = 15$.



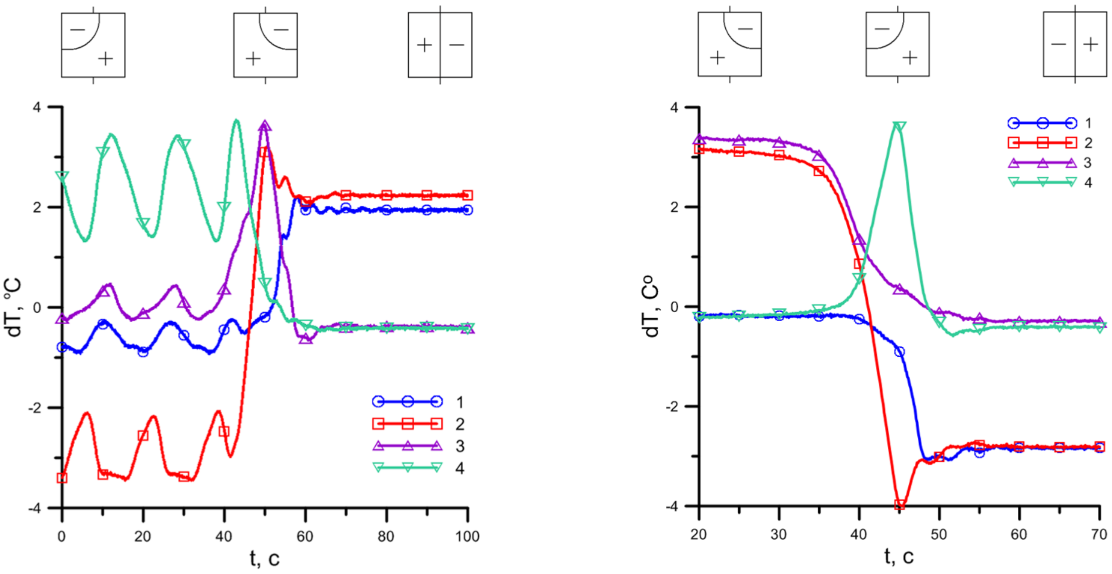
а



б

Рис. 2.23. Временная диаграмма перехода от аномального течения к нормальному при $r = 20$.

Переходы от аномального к нормальному течению для надкритичности $r = 25$ представлены на рис. 2.24. На временных диаграммах присутствуют затухающие колебания, появление которых было отмечено при $r = 15$. Кроме того на диаграмме, соответствующей переходу в области положительных углов, представленной на рис. 2.24а, перед переходом возникают нерегулярные колебания. Амплитуда колебаний сигналов термопар 2 и 4 примерно в два раза превышает амплитуду колебаний сигналов термопар 1 и 3. Это обусловлено тем, что оба спая дифференциальной термопары 1 (3) расположены в зоне восходящего течения “+”. В противоположность этому, спаи дифференциальной термопары 2 (4) расположены по разные стороны границы раздела восходящего и нисходящего течений.



а б

Рис. 2.24. Временная диаграмма перехода от аномального течения к нормальному при $r = 25$.

2.5.3 Влияние надкритичности на время перехода от аномального течения к нормальному

Переход от аномального к нормальному течению характеризуется тем, что показание одной из термопар 3 или 4 испытывает всплеск. По времени существования всплеска можно оценить время перехода от аномального течения к нормальному. Пример такого всплеска приведен на рис. 2.25.

За начало всплеска принят момент времени, соответствующий $t = t_1$, а за окончание – $t = t_2$. Моменты t_1 и t_2 определялись по правилу трех сигм [11]. Время всплеска τ можно принять за время перехода аномального к нормальному течению. Заметим, что реальное время перехода будет несколько больше времени всплеска. Зависимость $\tau(r)$ представлена в таблице 2.1. Как видно из таблицы 2.1, по мере увеличения надкритичности время перехода уменьшается.

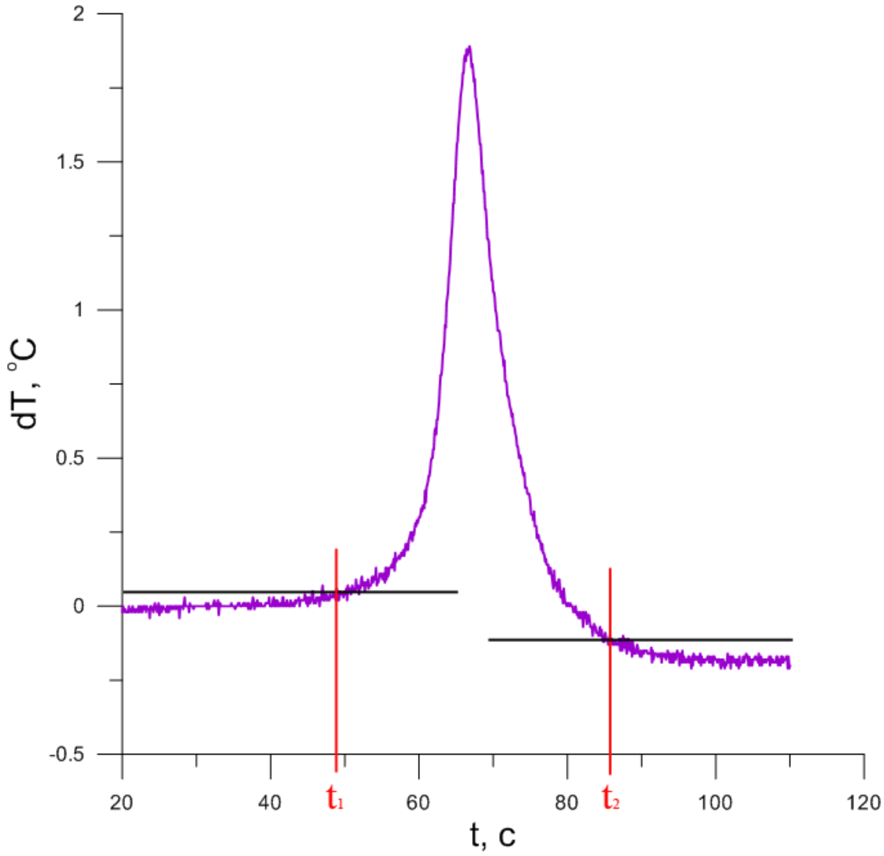


Рис. 2.25. Типичная диаграмма всплеска. Горизонтальные линии соответствуют превышению на 3σ среднего значения функции в стационарном состоянии. Пересечениям диаграммы с горизонтальными линиями соответствуют значения t_1 и t_2, принятые за начало и конец изменения сигнала. Время всплеска определяется как $\tau = t_2 - t_1$.

Таблица 2.1

r	Ra	τ, с
5	$3{,}4 \cdot 10^4$	95
10	$6{,}9 \cdot 10^4$	47
15	10^5	24
20	$1{,}4 \cdot 10^5$	20
25	$1{,}7 \cdot 10^5$	18

2.6 Выводы

На основе термопарных измерений перепадов температуры в среднем сечении куба, проведено изучение крупномасштабного конвективного течения при наличии плавного контролируемого отклонения кубической полости от горизонтальности. Отклонение осуществлялось поворотом на угол $-30^\circ \le \alpha \le 30^\circ$ вокруг оси, проходящей через центры противоположных вертикальных граней. Получены бифуркационные диаграммы, описывающие перестройки конвективного валового течения в наклоняемой кубической полости при последовательном ступенчатом изменении угла наклона в прямом и обратном направлении в диапазоне $-30^\circ \le \alpha \le 30^\circ$ для набора фиксированных значений надкритичностей в интервале $5 \le r \le 25$ ($3.5 \cdot 10^4 \le Ra \le 1.7 \cdot 10^5$).

Обнаружено, что при углах $\alpha > \alpha_{cr}$ крупномасштабное течение в кубе всегда имело форму нормального вала с горизонтальной осью. В диапазоне углов $\alpha_{cr} > \alpha > -\alpha_{cr}$ возможно существование как нормального, так и аномального течения. Аномальное течение возникает в результате эволюции нормального течения при переходе угла наклона через нулевое значение. Переход от аномального течения к нормальному течению всегда происходит жестко (скачкообразно) при достижении углом наклона критического значения α_{cr}.

Как следует из полученной бифуркационной кривой, критический угол, при котором происходит переход от аномального движения к нормальному течению, возрастает с увеличением надкритичности, достигает максимума и далее уменьшается.

Время перехода от аномального к нормальному течению с увеличением надкритичности уменьшается.

Глава 3. Численное определение границ существования аномального конвективного течения в наклоняемом цилиндре квадратного сечения

Глава посвящена численному исследованию в двумерной постановке аномальной конвекции воздуха в наклоняемом горизонтальном канале квадратного сечения при подогреве снизу.

Как следует из приведенного выше обзора, конвективные течения воздуха в полости с теплоизолированными боковыми стенками интенсивно исследуются в последнее десятилетие. Из недавних исследований [65,103] известно, что зависимость предельного угла от надкритичности имеет экстремум, а не является ассимптотической, как было сообщено в [49]. В работе [65] использовался метод Петрова-Галеркина, который позволил получить с высокой точностью как устойчивые, так и неустойчивые стационарные решения задачи. В качестве базисных функций использовались полиномы Чебышева. В работе [103] для конвекции в квадрате с теплоизолированными боковыми стенками применялся метод решеточных уравнений Больцмана, устойчивость полученных состояний не исследовалась. Полученная зависимость предельного угла от надкритичности имеет, как и в [65] экстремум. Для случая теплопроводных боковых стенок до работ автора критический угол существования аномального течения и его зависимость от надкритичности не определялись.

В диссертационной работе использован конечно-разностный метод, позволивший получить устойчивые стационарные решения и режимы переходных процессов для обоих упомянутых случаев тепловых граничных усовий на боковых границах квадратной полости. Результаты представлены в виде бифуркационных диаграмм отражающих зависимость функции тока, перепада температуры между выбранными точками в потоке и среднего числа Нуссельта на стенках полости от угла наклона. Из серии бифуркационных диаграмм для различных чисел Релея получены значения критических углов существования аномального течения использованных для построения итоговых бифуркационных кривых.

В разделах 3.1 и 3.2 приводится постановка задачи и описывается метод решения.

В 3.3 с целью тестирования метода расчитываются критические числа Грасгофа возникновения конвекции при подогреве строго снизу и сравниваются с известными из литературы значениями.

В 3.4 приводятся результаты расчетов конвективных течений воздуха для двух случаев граничных условий на боковых гранях. Анализируются бифуркационные диаграммы, определяются области существования аномального конвективного течения, изучается динамика гистерезисных переходов между аномальным и нормальным режимами конвекции. Приводятся бифуркационные кривые.

Основные результаты этой главы опубликованы в работах [110, 115, 116].

3.1 Постановка задачи

Рассмотрим жидкость, заполняющую полость, имеющую форму бесконечного горизонтального цилиндра квадратного сечения, представленную на рис. 3.1. Введем декартовую систему координат *(x,y,z)*, ось y которой совпадает с ребром цилиндра и направлена от нас. Единичный вектор $\vec{n}$, расположен в плоскости *xz*, указывает направление вверх и связан с ускорением свободного падения соотношением $\vec{g} = -g\vec{n}$. Угол наклона квадратного цилиндра α, отсчитывается от оси z до единичного вектора $\vec{n}$, указывающего направление вверх. Диапазон изменения угла α в расчетах составляет $-30^\circ \le \alpha \le 30^\circ$. При $\alpha = 0^\circ$, сторона цилиндра, совпадающая с осью x , горизонтальна и реализуется условие подогрева строго снизу. На рис. 3.1 в среднем по высоте сечении квадрата отмечены точки ***A*** и ***B***, между которыми рассчитывается перепад температуры для сопоставления расчетов с термопарными измерениями из натурного эксперимента с кубической полостью, описанного в главе 2.

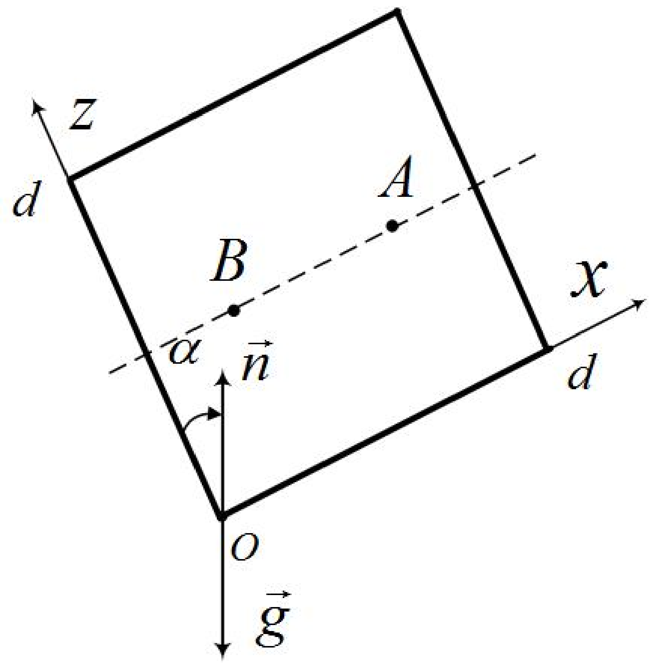


Рис. 3.1. Геометрия задачи о свободной тепловой конвекции в горизонтальном цилиндре квадратного сечения. В среднем сечении, отмеченном пунктиром, расположены точки ***A*** и ***B***, между которыми рассчитывается перепад температуры *dT*. Точки находятся на расстоянии $d/4$ от стенок.

Стенки полости предполагаются твердыми, на них выполняются условия прилипания. Верхняя и нижняя плоскости $z = 0, d$ изотермические и поддерживаются при постоянном перепаде температуры Θ, причем плоскость $z = 0$ более нагрета. В расчетах рассматриваются две модели полости, в одной боковые стенки $x = 0, d$ теплопроводные и на них распределение температуры линейное $T = \Theta(1 - z/d)$, а в другой боковые стенки теплоизолированные, тогда используется условие $\partial T/\partial x = 0$, означающее отсутствие потока тепла через поверхность. Коэффициенты линейного расширения жидкости β, кинематической вязкости ν и температуропроводности χ постоянны.

Предполагается, что жидкость несжимаемая и справедливо приближение Буссинеска. Скорость $\vec{\mathrm{v}}$, давление p и температура T определяются уравнениями Навье-Стокса, переноса тепла и непрерывности [1–5,8,12]:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\vec{\mathrm{v}}}{\partial t}+\left(\vec{\mathrm{v}}\cdot\nabla\right)\vec{\mathrm{v}}=-\nabla p+\Delta\vec{\mathrm{v}}+\mathrm{Gr}\,T\,\vec{\mathrm{n}},\\&\frac{\partial T}{\partial t}+\left(\vec{\mathrm{v}}\cdot\nabla\right)T=\frac{1}{\mathrm{Pr}}\Delta T,\\&\mathrm{div}\;\vec{\mathrm{v}}=0.\end{aligned}\tag{2.4}$$

Здесь в качестве единиц измерения расстояния, температуры, скорости и времени выбраны – d, Θ, ν/d и d^2/ν.

Для получения уравнения для завихренности (обобщенного уравнения Гельмгольца [16]) вводятся векторные потенциалы для соленоидального поля скорости:

$$\vec{\varphi}=rot\;\vec{\mathrm{v}},\quad \vec{\mathrm{v}}=rot\;\vec{\psi}\,.\tag{2.5}$$

Ищутся плоские решения задачи. В этом случае векторные потенциалы $\vec{\varphi}$ и $\vec{\psi}$ имеют отличными от нуля только y компоненты:

$$\vec{\varphi}=(0,\varphi,0),\quad \vec{\psi}=(0,\psi,0).\tag{2.6}$$

Уравнения тепловой конвекции в безразмерной форме запишутся в виде [13, 104]:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\varphi}{\partial z}-\frac{\partial\psi}{\partial z}\frac{\partial\varphi}{\partial x}=\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}+\mathrm{Gr}\left(\frac{\partial T}{\partial z}\sin\alpha-\frac{\partial T}{\partial x}\cos\alpha\right);\tag{2.7}$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}+\varphi=0; \qquad (2.8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial z}-\frac{\partial\psi}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial x}=\frac{1}{\mathrm{Pr}}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right). \qquad (2.9)$$

Безразмерные критерии подобия: число Грасгофа – Gr, число Прандтля –Pr, число Релея – Ra имеют вид:

$$\mathrm{Gr}=\frac{\mathrm{g}\beta\Theta d^3}{\nu^2},\quad \mathrm{Pr}=\frac{\nu}{\chi},\quad \mathrm{Ra}=\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}. \qquad (2.10)$$

Скорость течения $\vec{\mathrm{v}}$ связана с полем функции тока $\psi\left(x,z\right)$ соотношением:

$$\vec{\mathrm{v}}=(-\frac{\partial\psi}{\partial z},0,\frac{\partial\psi}{\partial x}). \qquad (2.11)$$

Граничные условия для температуры на изотермических стенках записываются в виде:

$$T\big|_{x=0}=1,\quad T\big|_{x=1}=0\,. \qquad (2.12)$$

Граничные условия для температуры в случае проводящих боковых стенок с линейным распределением температуры имеют вид:

$$T\big|_{x=0}=T\big|_{x=1}=1-z\,. \qquad (2.13)$$

В случае теплоизолированных боковых стенок задается условие отсутствия теплового потока:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0}=\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=1}=0. \qquad (2.14)$$

Граничные условия для функции тока одинаковы в обоих случаях. Стенки полости непроницаемы и твердые:

$$\psi\big|_{z=0} = \psi\big|_{z=1} = 0, \quad \left.\frac{\partial \psi}{\partial z}\right|_{z=0} = \left.\frac{\partial \psi}{\partial z}\right|_{z=1} = 0; \tag{2.15}$$

$$\psi\big|_{x=0} = \psi\big|_{x=1} = 0, \quad \left.\frac{\partial \psi}{\partial z}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial \psi}{\partial z}\right|_{x=1} = 0\,. \tag{2.16}$$

3.2 Метод решения

Для решения задачи (2.7) – (2.16) применялся конечно-разностный метод. Число Прандтля полагалось равным $\Pr = 0.7$. Расчеты проводились на равномерной квадратной сетке*:*

$x_i = i \cdot h,\ z_k = k \cdot h,$
$i = 0,1,\ ...,\ N;\ k = 0,1,\ ...,\ N;$

где $h = 1/N$ – шаг сетки. Все вычисления проведены для $N = 40$.

Использовалась явная схема с центральными разностями для пространственных производных [13]. Для аппроксимации завихренности на границах использовалась формула Тома. Величина шага по времени Δt контролировалась и выбиралась достаточно малой, для того чтобы выполнялось условие Куранта. В большинстве расчетов шаг по времени полагался равным $\Delta t = 6.25 \cdot 10^{-5}$.

Процедура получения решения для заданных значений числа Грасгофа Gr и угла наклона α состояла из следующих шагов:

Шаг 1. Задавались начальные условия для температуры, функции тока и завихренности во всех узлах сетки на первом временном слое, т.е. для момента времени $t = 0$ и номера временного слоя $n = 0$:

$$T^0_{i,k} = 1 - z_k\,,$$

$$\psi^0_{i,k} = 0,$$

$$\varphi^0_{i,k} = 0\,.$$

Шаг 2. Считая T^n, и φ^n известными, из конечно-разностных аналогов уравнений (2.7) и (2.9) вычислялись значения этих функций на временном слое $n+1$ во внутренних узлах сетки. Для случая теплоизолированных стенок граничное значение температуры заменяли значением температуры в прилегающем внутреннем узле.

Шаг 3. По вычисленным значениям φ^{n+1}, решая уравнение Пуассона (2.8) итерационным методом, получали ψ^{n+1} во внутренних узлах сетки.

Шаг 4. Используя новые значения функции тока в приграничных узлах, по формулам Тома определяли граничные значения завихренности на новом шаге по времени.

Шаги 2-4 повторялись до получения установившихся значений T и φ. Значения указанных сеточных функций вместе с физическими и численными параметрами для заданного значения числа Грасгофа Gr и угла наклона α сохранялись во внешней памяти. При переходе к следующему значению угла наклона α шаг 1 опускался, и в качестве начального состояния использовалось ранее полученное состояние для предыдущего значения угла наклона.

В результате расчетов были получены бифуркационные кривые $dT(\alpha)$ и $\psi_c(\alpha)$, где ψ_c-максимальное значение функции тока, а dT- перепад температуры между точками *A* и *B* (см. рис. 3.1). Вычислялись тепловые потоки через все грани, которые в безразмерном представлении имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathrm{Nu_U} &= -\int_0^1 \left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=1} dx, \quad \mathrm{Nu_B} = -\int_0^1 \left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=0} dx, \\ \mathrm{Nu_R} &= -\int_0^1 \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=1} dz, \quad \mathrm{Nu_L} = -\int_0^1 \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} dz. \end{aligned} \tag{2.17}$$

Здесь Nu число Нуссельта, а индексы означают “U” верхнюю грань полости, “B” нижнюю, “R” правую, а – “L” левую [14, 58].

В расчетах угол наклона изменялся последовательно с переменным шагом $\Delta\alpha = 0.1^\circ \div 10^\circ$ от начального значения $\alpha = -30^\circ$ до $\alpha = +30^\circ$ и обратно. После каждого изменения угла наклона расчет проводился до установления стационарного состояния.

3.3 Расчет критических чисел Грасгофа и сравнение с известными значениями

Перед основными расчетами, в соответствии с приведенной выше методикой, проводилось тестирование используемой модели и разностного метода. С этой целью рассчитывались критические числа Грасгофа для двух вариантов граничных условий при подогреве строго снизу ($\alpha = 0^{\circ}$), а затем сравнивались с общепринятыми значениями, полученными методами линейной теории устойчивости. Основу способа получения критического числа Грасгофа составляла экстраполяция линейных зависимостей квадрата функции тока от чисел Грасгофа $\psi_c^2(Gr)$, представленных на рис. 3.2 и рис.3.3.

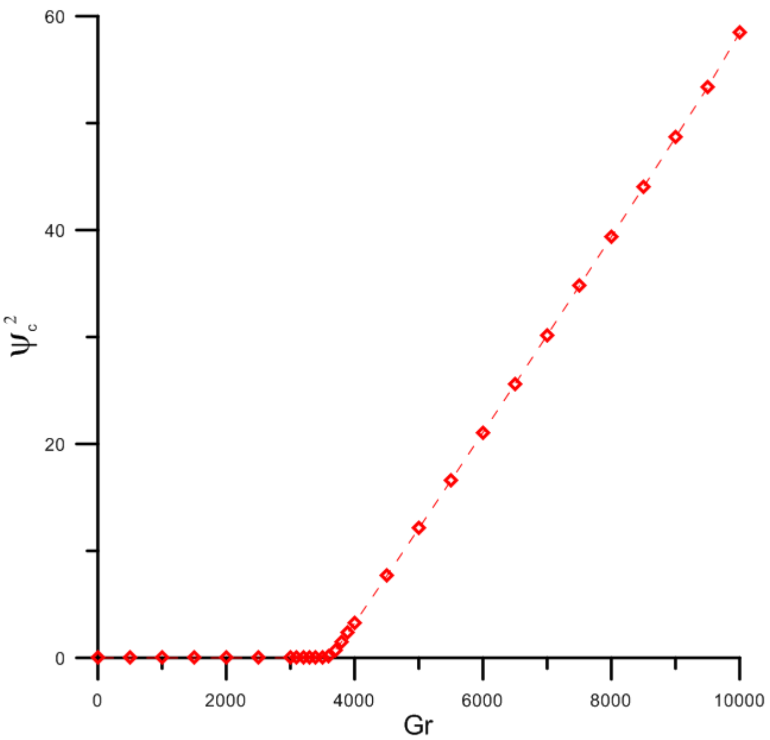


Рис. 3.2. Зависимость квадрата функции тока от числа Грасгофа для случая теплоизолированных боковых стенок.

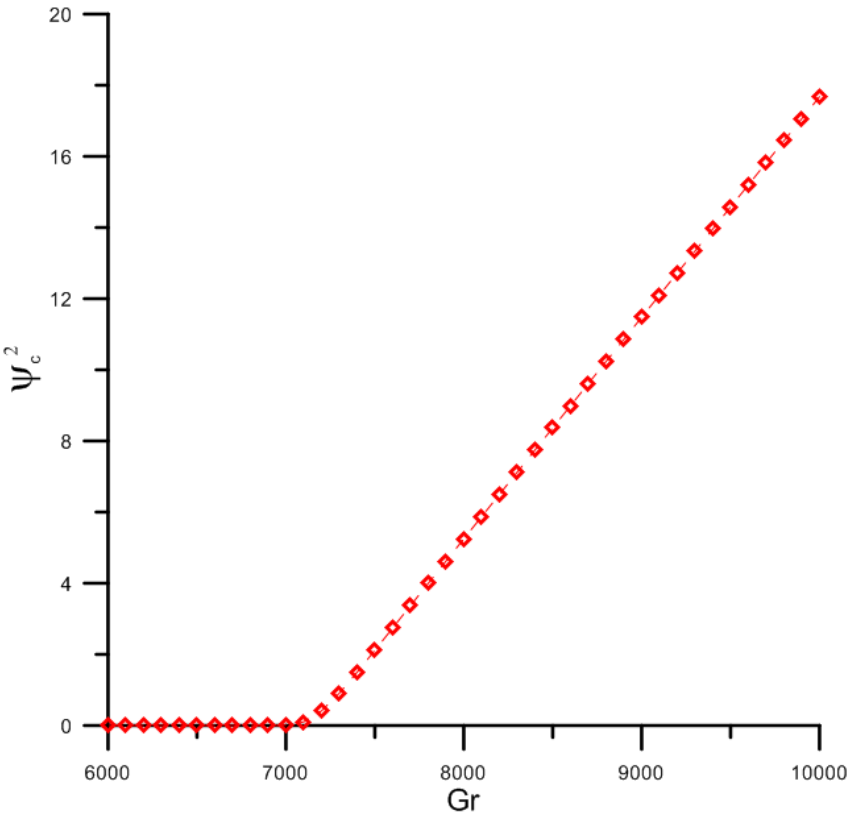


Рис. 3.3. Зависимость квадрата функции тока от числа Грасгофа для случая идеально теплопроводных боковых стенок.

В результате были получены критические числа Грасгофа для теплопроводных стенок Gr_c = 7156 и теплоизолированных Gr_c = 3643. Известно, что для случая теплопроводных боковых стенок критическое число Релея составляет Ra_c = 5012 [56], а соответствующее ему критическое число Грасгофа при Pr = 0.7 равно 7160. Для полости с теплоизолированными стенками критическое число Грасгофа составляет 3693 [21, 52].

Полученные в расчетах критические числа Грасгофа отличаются от значений, определенных методами линейной теории устойчивости менее чем на 1.5%, что свидетельствует об удовлетворительной точности использованного численного метода.

3.4 Результаты расчетов

Цель настоящего исследования – изучение поведения валового конвективного течения в нормальном и аномальном режимах. Течение, сохраняющее свою циркуляцию при переходе угла наклона полости через нулевое значение, принято называть аномальным [49]. Интенсивность и направление циркуляции расчитанного валового течения в стационарном режиме однозначно описывается экстремальным значением функции тока $\psi_c(\mathrm{Gr},\alpha)$ в центре полости. Возникновение тепловой конвекции при нулевом угле $\alpha = 0$ происходит мягким образом в результате вилочной бифуркации на плоскости $\psi_c(\mathrm{Gr})$ при критическом числе Грасгофа $\mathrm{Gr_c}$. Однако, даже незначительный наклон, порядка 0.01 градуса [57], приводит к появлению конвекции при любых сколь угодно малых значениях числа Грасгофа.

Поскольку разным граничным условиям соответствуют различные критические числа Грасгофа, использовалось понятие надкритичности $r = \mathrm{Gr}/\mathrm{Gr_c}$, которое удобно для сопоставления результатов.

3.4.1 Случай теплоизолированных боковых стенок

Рассмотрим поведение бифуркационной диаграммы $\psi_c(\alpha)$ при увеличении надкритичности. Бифуркационные диаграммы, представленные на рисунках и отмеченные разными типами штрихов, соответствует разным надкритичностям. “Крестиками” на рисунках обозначены точки бифуркационных диаграмм, полученные при последовательном изменении угла наклона полости от отрицательных значений к положительным. “Квадратиками” – при изменении от положительных к отрицательным. Бифуркационные диаграммы указывают на существование аномального течения. Аномальное течение переходит в нормальное одноваловое течение, когда угол наклона полости достигает критического значения α_c. Для каждого α из интервала $-\alpha_C < \alpha < \alpha_C$ существует два устойчивых состояния отличающиеся друг от друга, направлением циркуляции, т.е. знаком функции тока в центре ψ_c (см. рис. 3.4). С увеличением надкритичности до $r \approx 6$ интервал углов наклона, в котором существует аномальное течение, увеличивается.

Если надкритичность r меньше или равна 1, то валовое конвективное течение, возникшее при угле наклона полости α отличном от нуля, плавно меняет свое направление на обратное при переходе угла наклона полости α через нулевое значение. Результаты расчета при $r = 1$ представлены на рис.3.4 сплошной линией. В случае $r > 1$ изменение направления вращения вала при аналогичном изменении угла наклона происходит кризисным образом. Так, например, для $r = 2$ (см. рис. 3.4) при переходе угла наклона $(-30^\circ \rightarrow +30^\circ)$ через нулевое значение направление вращения вала остается прежним вплоть до $\alpha_{cr} \approx 11^\circ$. Дальнейшее небольшое увеличение угла наклона $(\Delta\alpha \approx 0.1^\circ)$ приводит к скачкообразному изменению направления вращения вала на обратное. При изменении наклона полости в обратном направлении $(+30^\circ \rightarrow -30^\circ)$ поведение конвективного вала аналогично описаному выше. Но скачкообразное изменение направления вращения происходит при $\alpha_{cr} \approx -11^\circ$. Таким образом, переходы между имеющимися стационарными состояниями, отличающимися направлением вращения вала, происходят гистерезисным образом.

С увеличением надкритичности r глубина гистерзиса увеличивается, достигая максимального значения при $r \approx 6$. Дальнейшее увеличение надкритичности r приводит к уменьшению критического угла α_{cr} и, соответственно, к уменьшению глубины гистерезиса.

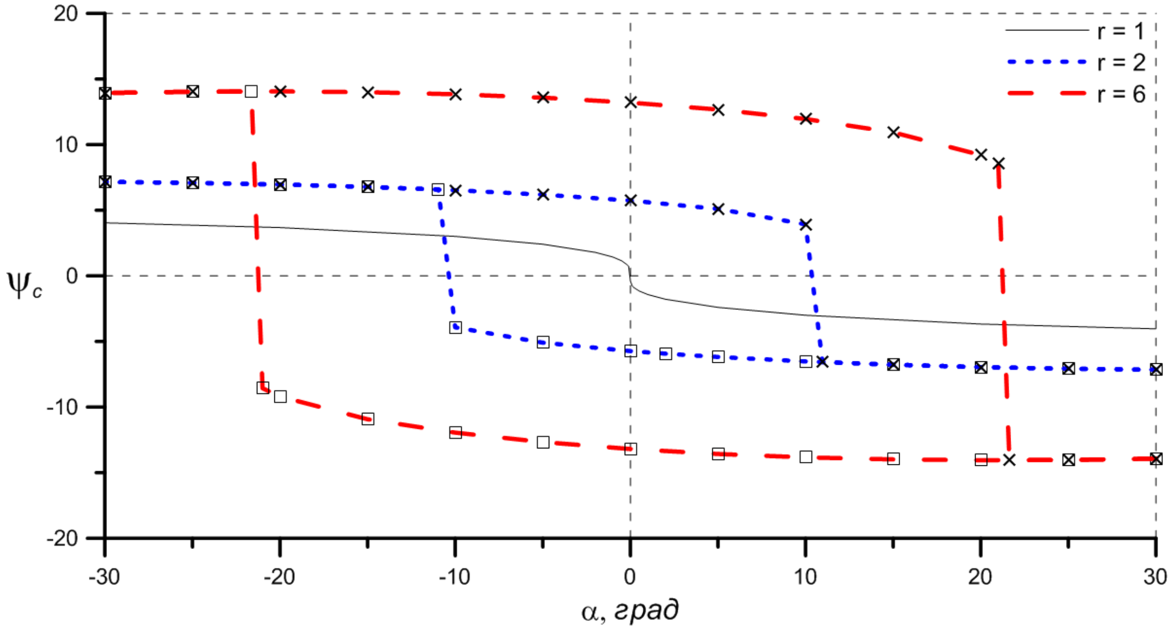


Рис. 3.4. Зависимость функции тока ψ_c в центре полости от угла наклона α для случая теплоизолированных стенок при различных значениях надкритичности r. Смена знака ψ_c означает изменение направления вращения вала. Крестиками (квадратиками) отмечены диаграммы, полученные при изменении угла α от -30° до $+30^\circ$ (от $+30^\circ$ до -30°) (См. пояснения в тексте).

Рис. 3.5 отображает влияние наклона полости α при различных надкритичностях r на перепад температуры dT между точками A и B (см. рис. 3.1). При фиксированной надкритичности r меньшей или равной 1 и при переходе угла наклона полости α через нулевое значение перепад температуры dT плавно меняет свое направление на обратное. Результаты расчета dT для $r=1$ представлены на рис. 3.5 сплошной линией. Для $r>1$ зависимости $dT(\alpha)$ имеют гистерезисный характер, причем критические углы и глубина гистерезиса совпадают с соответствующими значениями критических углов и глубин гистерезиса для функции тока. Отметим, что с увеличением надкритичности r величина dT уменьшается. Это объясняется тем, что при увеличении надкритичности экстремальное значение профиля температуры в среднем сечении сдвигается к боковым стенкам [48].

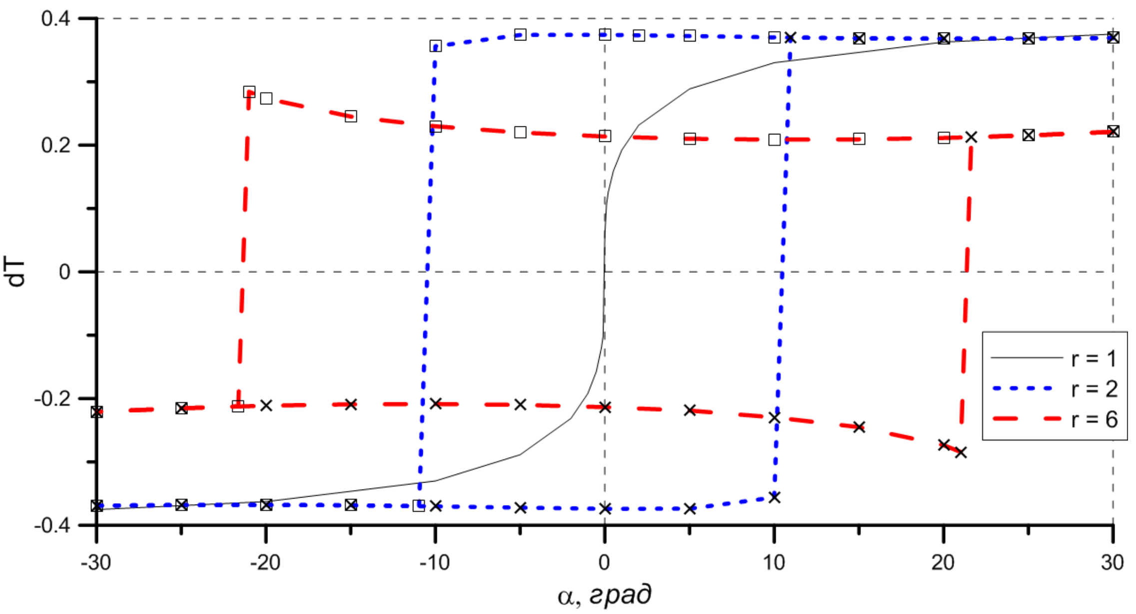


Рис. 3.5. Зависимость перепада температуры dT между точками A и B в среднем сечении полости от угла наклона α для случая теплоизолированных стенок при различных значениях надкритичности r. Крестиками (квадратиками) отмечены диаграммы, полученные при изменении угла α от -30° до $+30^{\circ}$ (от $+30^{\circ}$ до -30°) (См. пояснения в тексте).

Влияние наклона полости α на безразмерный тепловой поток (число Нуссельта) через полость при различных надкритичностях r представлено на рис. 3.6. Поскольку боковые стенки теплоизолированы, то тепловой поток через них отсутствует и средние числа Нуссельта определенные на изотермических гранях, в установившихся стационарных режимах, совпадают.

На рис. 3.6 представлены зависимости числа Нуссельта рассчитанного на верхней грани от угла наклона. При фиксированной надкритичности r меньшей или равной 1 значение числа Нуссельта Nu_{up} при изменении α от от -30° до 0° плавно убывает от максимального значения до минимального, равного $Nu_{up} = 1$ (что соответствует теплопроводному режиму).

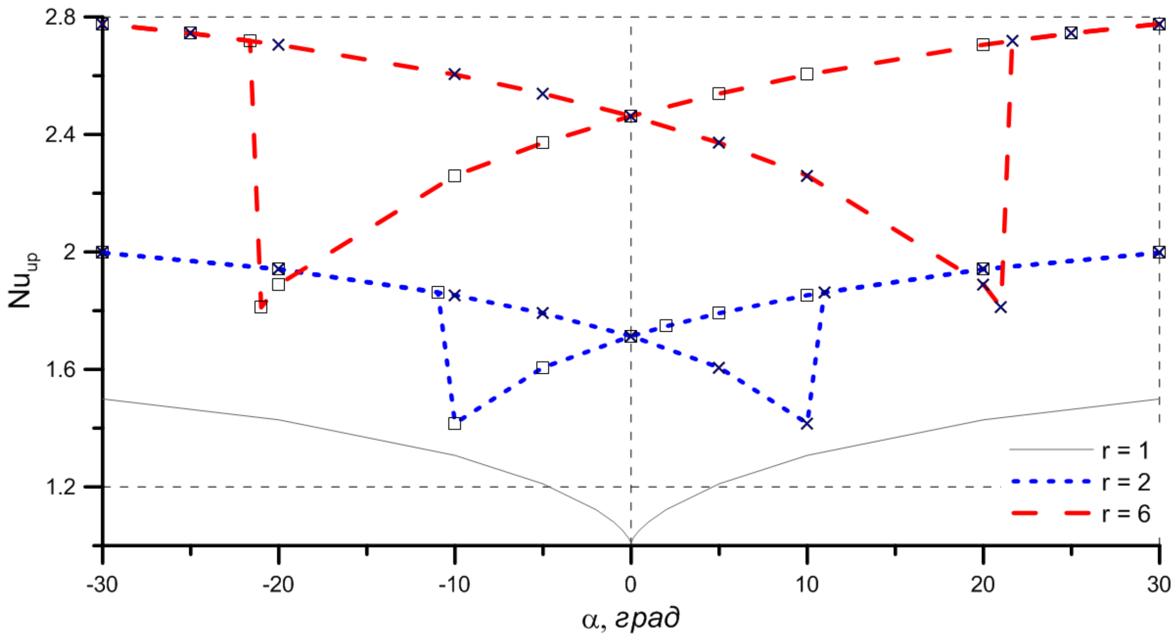


Рис. 3.6. Зависимость числа Нуссельта на верхней грани Nu_{up} от угла наклона α для случая теплоизолированных стенок при различных значениях надкритичности r. Крестиками (квадратиками) отмечены диаграммы, полученные при изменении угла α от -30° до $+30^\circ$ (от $+30^\circ$ до -30°).

Дальнейшее изменение α от 0° до $+30^\circ$ приводит к увеличению значения числа Нуссельта Nu_{up} до максимальной величины, соответствущей $\alpha = -30^\circ$. Результаты расчета числа Нуссельта Nu_{up} для $r = 1$ представлены на рис. 3.6 сплошной линией. При $r > 1$ зависимости $Nu_{up}(\alpha)$ имеют гистерезисный характер, причем критические углы и глубина гистерезиса совпадают с соответствующими значениями критических углов и глубин гистерезиса для функции тока $\psi_c(\alpha)$ и $dT(\alpha)$.

Эволюция поля температуры синхронизованного с полем линий тока, при изменении угла наклона полости α от $+30^\circ$ до -30° для $r=6$, представлена на рис. 3.7. В диапазоне изменений угла α от $+30^\circ$ до 0°, когда течение является нормальным, происходит плавное уменьшение интенсивности течения (см. линию, отмеченную символами – □ на рис. 3.4) при этом поле линий тока отражает некоторое сжатие овальных линий вдоль одной из диагоналей (рис. 3.7). Это свидетельствует об увеличении «застойной» зоны в соответствующих углах и возможности появления там слабого обратного основному вихревого движения. После перехода через нулевое значение угла α продолжается уменьшение интенсивности течения с увеличением сжатия овальных линий тока и размера «застойной» зоны. При достижении углом наклона критического значения $\alpha_c = -21.6^\circ$ возникает переходной процесс, при котором ускоряется падение интенсивности центрального вихря и резкий рост вихрей в диагональных «застойных» зонах. Развитие нестационарного процесса приводит к тому, что один из диагональных вихрей обгоняет в росте второй диагональный вихрь, который затем исчезает. Далее растущий диагональный вихрь, имеющий нормальное направление вращения, вытесняет аномальный вихрь. Изображения функции тока и изотерм для критического угла наклона $\alpha_c = -21.6^\circ$ представлены для двух моментов времени. Первый соответствует одному из моментов смены структуры течения, а второй завершению процесса перехода. Следующие изображения отображают эволюцию нормального вихря до угла наклона $\alpha = -30^\circ$. Изменение угла наклона в обратном направлении приводит к получению критического угла в диапазоне положительных значений углов со значением равным $\alpha_c = 21.6^\circ$.

Отметим, что поля скорости, представленные на рис. 3.7 по структуре сходны с полями скоростей, полученными экспериментально методом PIV для случая медленных качаний подогреваемой снизу квадратной полости с теплоизолированными стенками[105].

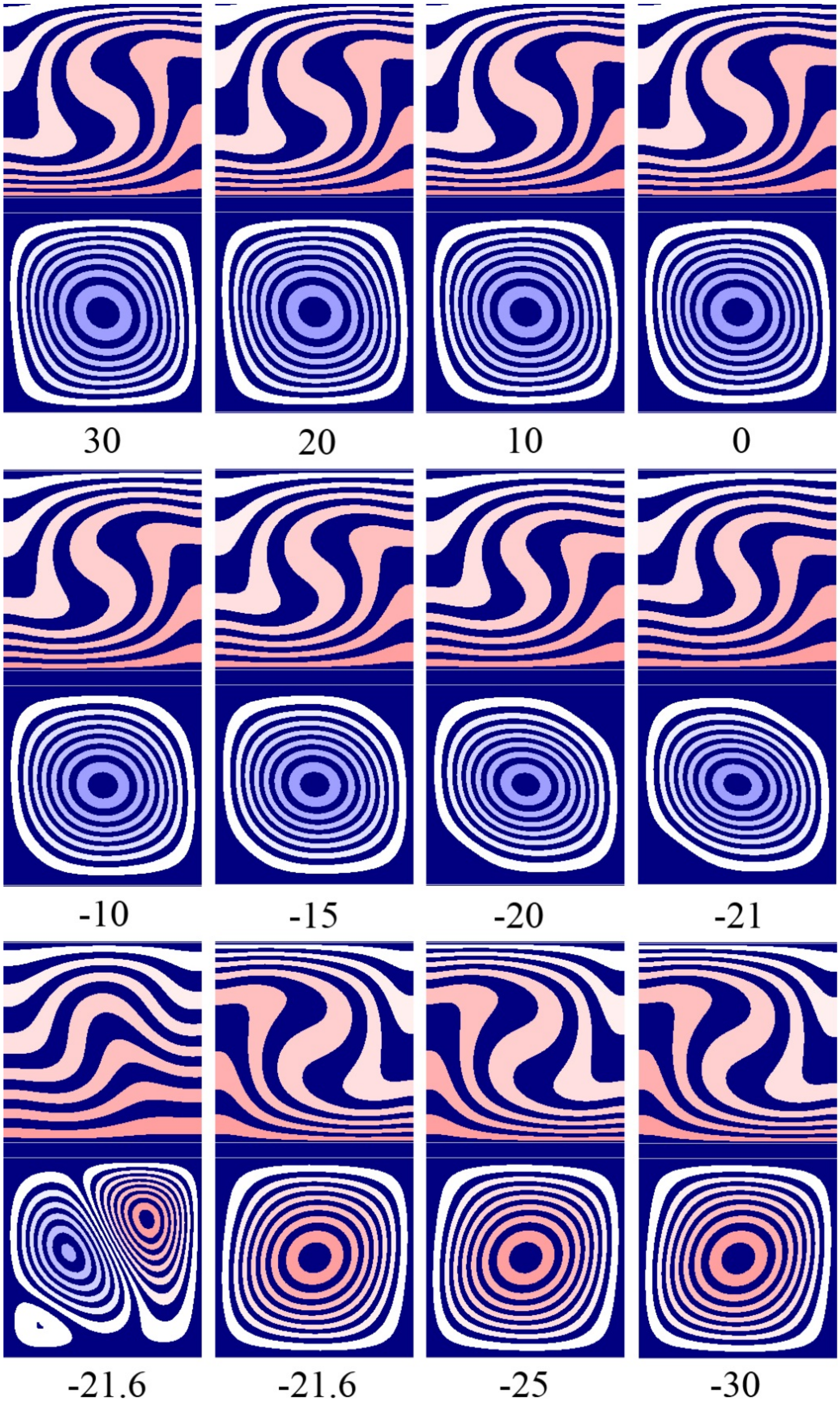


Рис. 3.7. Эволюция изотерм и линий тока для надкритичности $r = 6$ при изменении угла наклона α от $+30^{\circ}$ до -30°.

3.4.2 Случай идеально теплопроводных боковых стенок

В случае идеально теплопроводных граней, как и в рассмотренном выше случае теплоизолированных боковых стенок, при фиксированном числе Рэлея, меньшем или равном критическому значению ($r \le 1$), валовое конвективное течение возникает при угле наклона полости отличном от нуля, но имеет несколько большую интенсивность. При уменьшении величины угла наклона полости интенсивность конвективного течения убывает. Направление вращения вала конвективного течения плавно изменяется на обратное направление, при изменении знака угла наклона полости α, (сплошная линия на рис. 3.8).

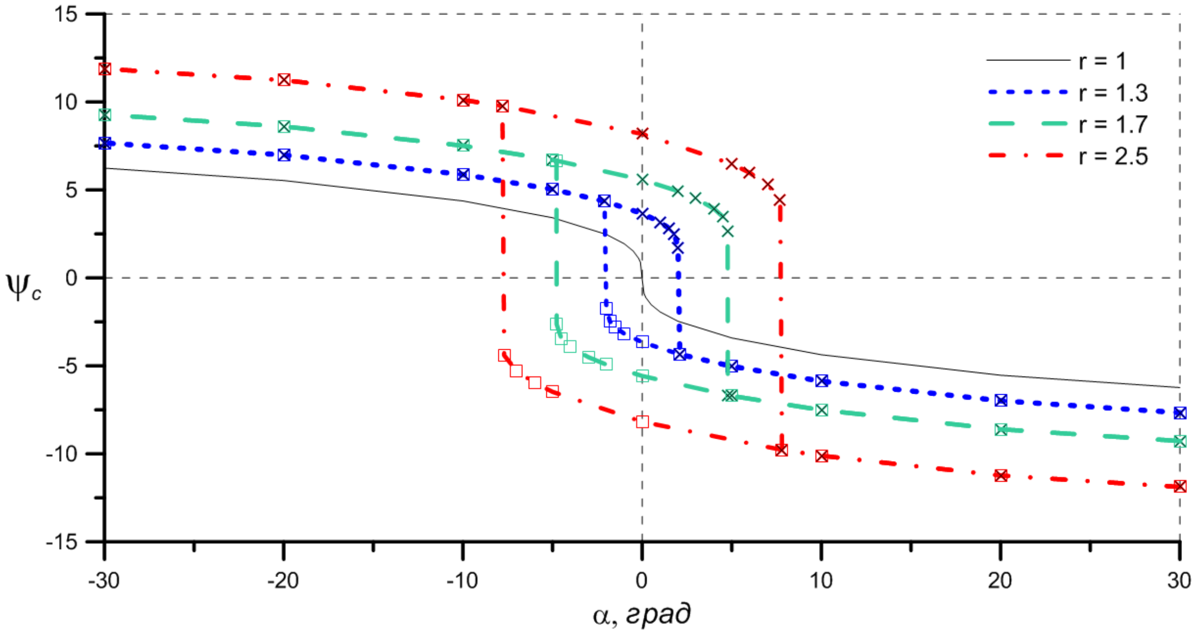


Рис. 3.8. Зависимость функции тока ψ_c в центре полости от угла наклона α для случая теплопроводных стенок при различных значениях надкритичности r. Крестиками (квадратиками) отмечены диаграммы, полученные при изменении угла α от -30° до 30° (от $+30^\circ$ до -30°) (См. пояснения в тексте).

Если же число Рэлея превышает критическое значение ($r > 1$), то валовое конвективное течение сохраняет направление движения при переходе величины угла наклона полости через нулевое значение, становясь при этом аномальным течением. Это течение сохраняется до некоторого критического угла α_c, после достижения, которого оно резко изменяет свое направление на обратное и превращается в нормальное течение. Описанное поведение иллюстрируют, полученные в расчетах, бифуркационные диаграммы $\psi_c(\alpha)$ для четырех значений r (см. рис. 3.8).

В экспериментальных исследованиях, проводимых в непрозрачных полостях, структура конвективного течения распознается по сигналам дифференциальных термопар установленных в определенных местах полости. Для того чтобы выяснить можно ли по термопарным сигналам измерять критический угол наклона полости при котором происходит перестройка течения в точках A и B полости (см. рис. 3.1) вычислялась разность температур. Значения безразмерной разности температур dT с таких виртуальных термопар, в точках A и B полости, представлены на рис.3.9, в виде зависимости от угла наклона полости для четырех значений надкритичности r. Видно, что скачкообразные изменения dT и ψ_c (см. рис.3.8) для одинаковых надкритичностей r происходят при одних и тех же углах наклона.

Влияние наклона полости α при различных надкритичностях r на безразмерный тепловой поток (число Нуссельта) через границы полости представлено на рис. 3.10 и 3.11. На рис. 3.10 представлены зависимости от угла наклона среднего числа Нуссельта рассчитанного на верхней грани. При фиксированной надкритичности r меньшей или равной 1 значение числа Нуссельта Nu_{up} при изменении α от от -30° до 0° плавно убывает от максимального значения до минимального, равного $Nu_{up}=1$ (что соответствует теплопроводному режиму). Дальнейшее изменение α от 0° до $+30^\circ$ приводит к увеличению значения числа Нуссельта Nu_{up} до максимальной величины, соответствущей $\alpha=-30^\circ$. Результаты расчета числа

Нуссельта Nu_{up} для $r=1$ представлены на рис. 3.10 сплошной линией. При $r>1$ зависимости $Nu_{up}(\alpha)$ имеют гистерезисный характер, причем критические углы и глубина гистерезиса совпадают с соответствующими значениями критических углов и глубин гистерезиса для функции тока $\psi_c(\alpha)$ и $dT(\alpha)$.

Зависимость среднего числа Нуссельта на верхней грани $\mathrm{Nu_U}$ от угла наклона α для случая теплопроводных стенок при различных значениях надкритичности r (см. рис 3.10) подобна зависимости в случае теплоизолированных стенок (рис. 3.6). Различие наблюдается в величине теплопотока в случае теплопроводных стенок он меньше и уменьшается сильнее при критическом угле наклона. Отметим, что средние значения чисел Нуссельта на верхней и нижней гранях совпадают. Величина гистерезиса также меньше в случае теплопроводных стенок.

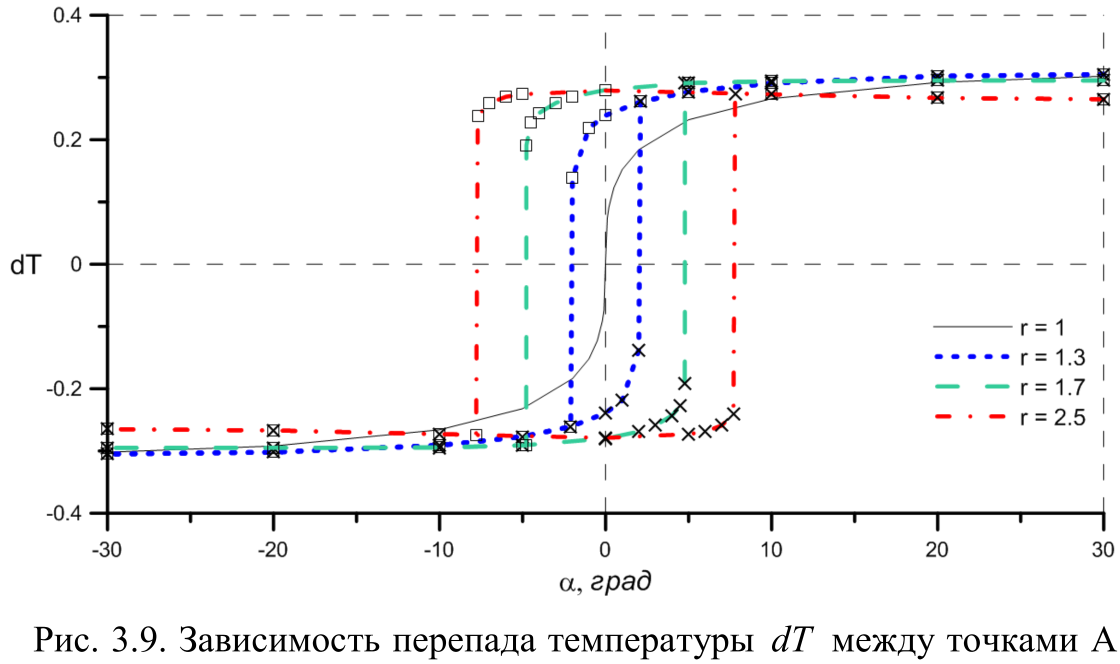


Рис. 3.9. Зависимость перепада температуры dT между точками A и B от угла наклона полости α для случая теплопроводных стенок при различных значениях надкритичности r. Крестиками (квадратиками) отмечены диаграммы, полученные при изменении угла α от -30° до 30° (от $+30^\circ$ до -30°) (См. пояснения в тексте).

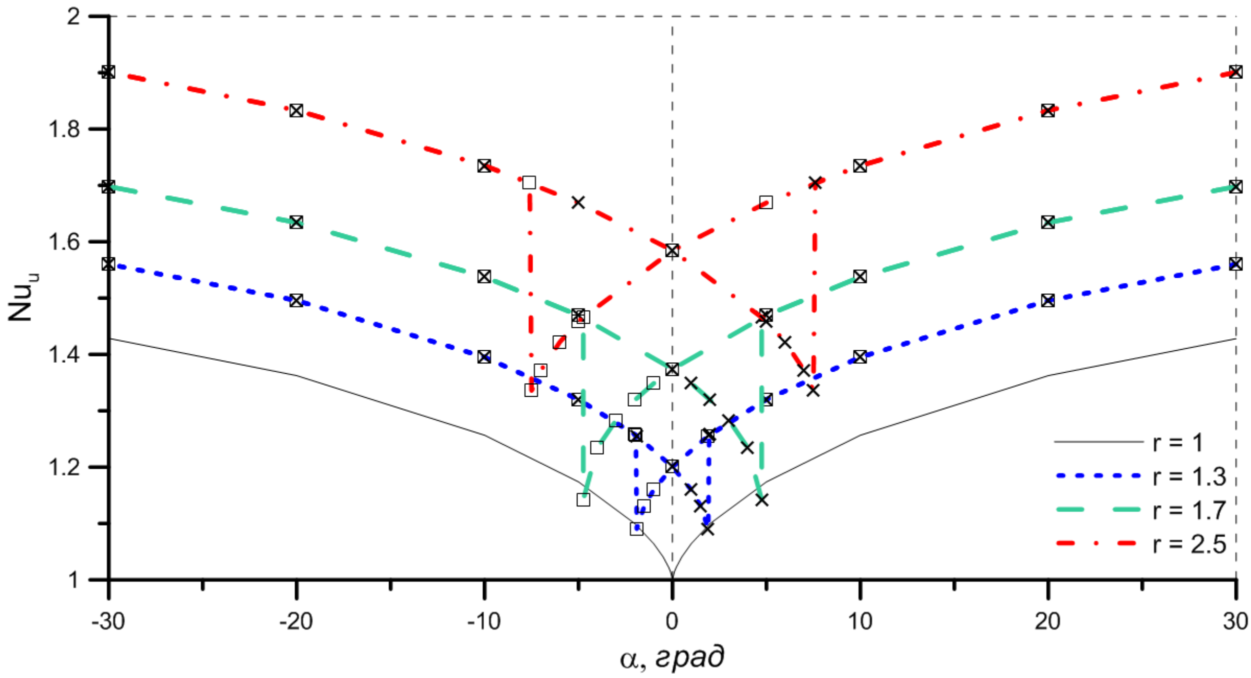


Рис. 3.10. Зависимость числа Нуссельта на верхней грани $\mathrm{Nu_U}$ от угла наклона α для случая теплопроводных стенок при различных значениях надкритичности r. Крестиками (квадратиками) отмечены диаграммы, полученные при изменении угла α от -30° до $+30^\circ$ (от $+30^\circ$ до -30°).

В модели с теплопроводными боковыми стенками тепловой поток через боковые грани равен нулю только в состоянии механического равновесия (т.е. при $\alpha = 0^\circ$ и $r \le 1$), когда осуществляется теплопроводный режим передачи тепла через полость. При наличии наклона и докритических числах Рэлея через боковые грани происходит перенос тепла. При изменении угла наклона от любого значения из рассматриваемого диапазона $(-30^\circ \le \alpha \le +30^\circ)$ до нуля величина теплопотока уменьшается до нуля. Зависимость безразмерного потока тепла через левую грань от угла наклона для различных надкритичностей представлена на рис. 3.11, где сплошной тонкой линией изображена зависимость для $r = 1$, описанная выше. В надкритических режимах конвекции (при $r > 1$) зависимости числа Нуссельта от угла наклона приобретают гистерезисный характер.

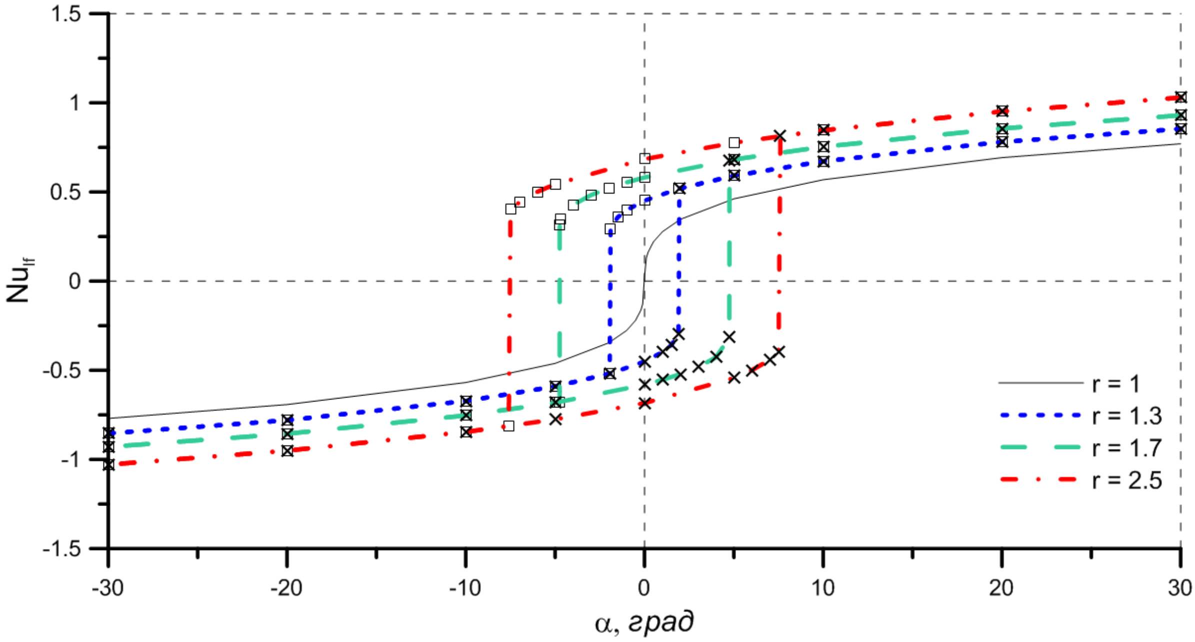


Рис. 3.11. Зависимость числа Нуссельта на левой боковой грани Nu_{lf} от угла наклона α для случая теплопроводных стенок при различных значениях надкритичности r. Крестиками (квадратиками) отмечены диаграммы, полученные при изменении угла α от -30° до $+30^{\circ}$ (от $+30^{\circ}$ до -30°).

Эволюция полей температуры и линий тока, при изменении угла наклона полости α от $+30^{\circ}$ до -30° для $r = 2.5$, представлена на рис. 3.12. В диапазоне изменений угла α от $+30^{\circ}$ до 0° происходит плавное уменьшение интенсивности нормального одновалового течения. После перехода через нулевое значение угла α продолжается уменьшение интенсивности валового течения, а в двух противоположных углах проявляются слабые вихри с противоположной циркуляцией. При приближении угла к критическому значению $\alpha_c = -7.7^{\circ}$ плавно уменьшается интенсивность центрального вихря ψ_c и увеличивается интенсивность диагональных вихрей, течение при этом угле наклона стационарное. Изменение угла наклона на 0.1^{o} до значения $\alpha_c = -7.8^{\circ}$ приводит к дальнейшему уменьшению интенсивности центрального вихря и увеличению интенсивности диагональных вихрей в начальный момент, затем течение после быстрого переходного процесса становится практически стационарным. Со временем стационарность этого состояниния нарушается без внешнего воздействия и начинается процесс перехода (см. рис. 3.13). Процесс перехода, осуществляется следующим образом. Один из угловых вихрей обгоняет в росте второй угловой вихрь, который затем исчезает. Далее растущий угловой вихрь, имеющий нормальное направление вращения при установленном угле наклона, вытесняет аномальный центральный вихрь. Изображения функции тока и изотерм при критическом угле наклона -7.8° представлены на рис. 3.12 для двух моментов времени. Первый соответствует моменту смены структуры течения, а второй завершению процесса перехода. Следующие изображения на рис. 3.12 отображают эволюцию нормального вихря при изменении угла наклона до значения $\alpha = -30^{\circ}$. Изменение угла наклона в обратном направлении приводит к получению критического угла в диапазоне положительных величин углов со значением равным $\alpha_c = +7.8^{\circ}$.

Эволюция среднего потока тепла на границах полости, в процессе перехода аномального к нормальному течению представлена на рис. 3.14 и рис. 3.15. После небольшого уменьшения, связанного с изменением угла α, тепловые потоки на верхней и нижней границах некоторое время, сохраняют постоянные и равные между собой значения. Диагональные вихри при этом имеют одинаковую интенсивность.

Увеличение интенсивности верхнего диагонального вихря является признаком нарушения стационарности и начала процесса смены типа течения. При этом нарушается равенство тепловых потоков, поток через верхнюю границу возрастает, а через нижнюю уменьшается.

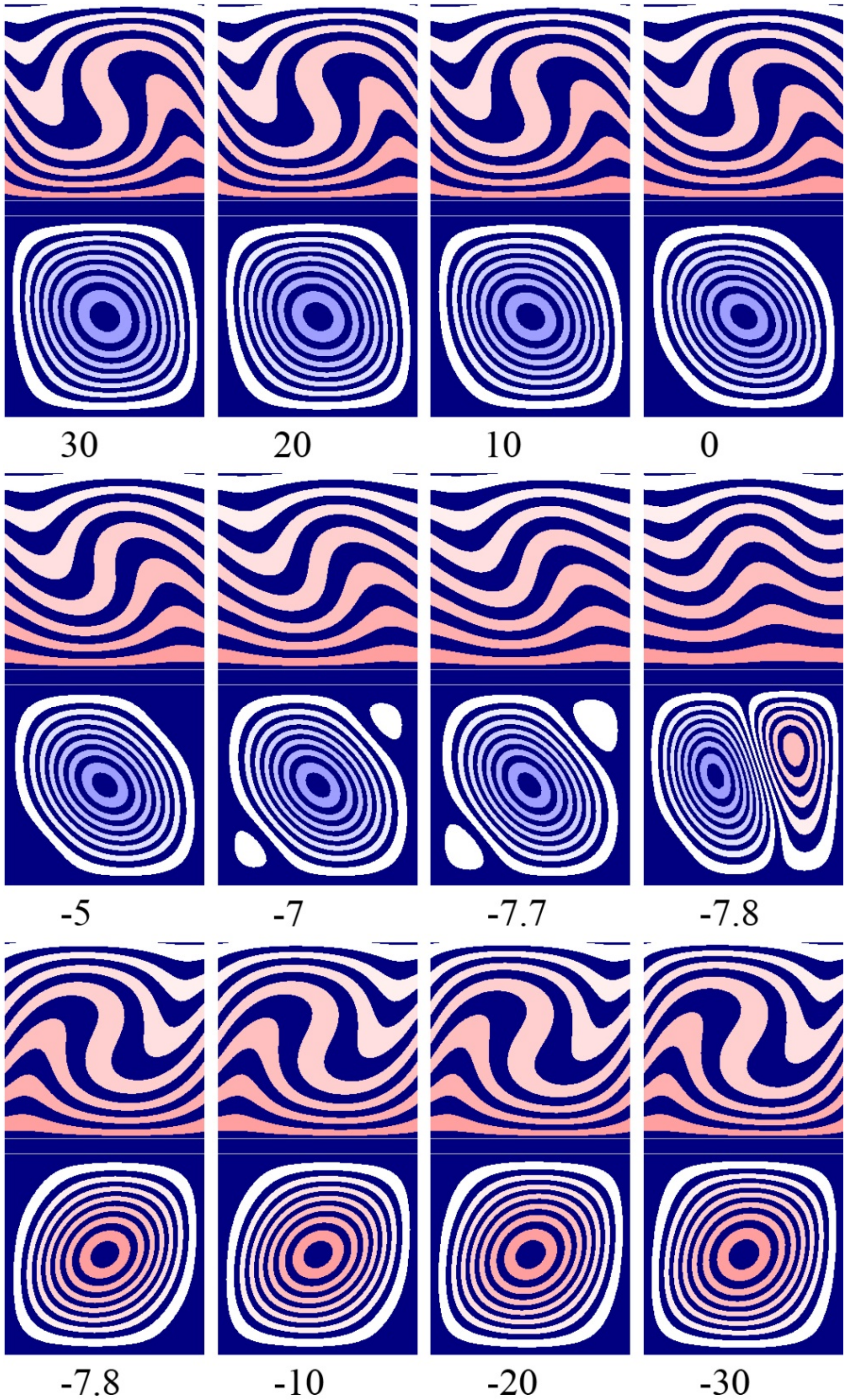


Рис. 3.12. Эволюция поля температуры (вверху) и структуры течения (внизу) для случая теплопроводных стенок при изменении угла наклона α от $+30^{\circ}$ до -30°, надкритичность $r = 2.5$. Цифрами обозначены соответствующие углы наклона α.

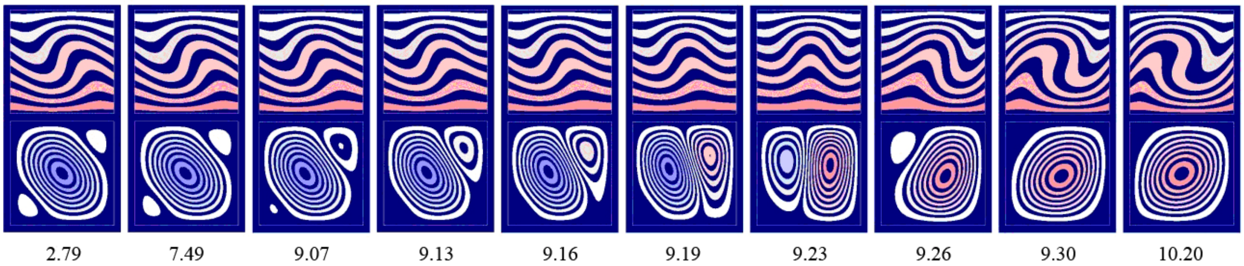


Рис. 3.13. Эволюция полей температуры (вверху) и функции тока в процессе перехода от аномального течения к нормальному для случая теплопроводных стенок и надкритичности $r = 2.5$. Безразмерное время отсчитывается от момента изменения угла наклона.

Тепловые потоки достигают своих экстремальных значений, когда течение в полости становится симметричным двухвихревым, при этом поток через нижнюю границу становится равным теплопроводному.

По окончании процесса перехода, значения чисел Нуссельта на верхней и нижней гранях принимают одинаковые значения.

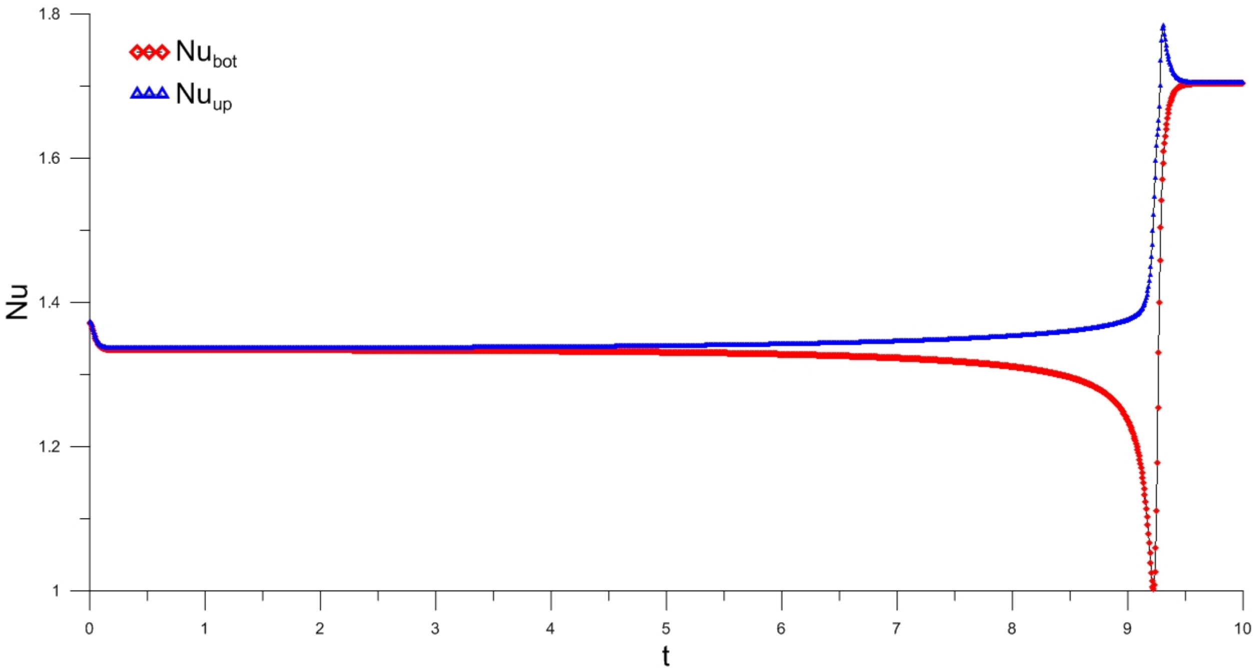


Рис. 3.14. Зависимость числа Нуссельта на верхней Nu_U и нижней Nu_B гранях от номера шага по времени для случая теплопроводных стенок для надкритичности $r = 2.5$.

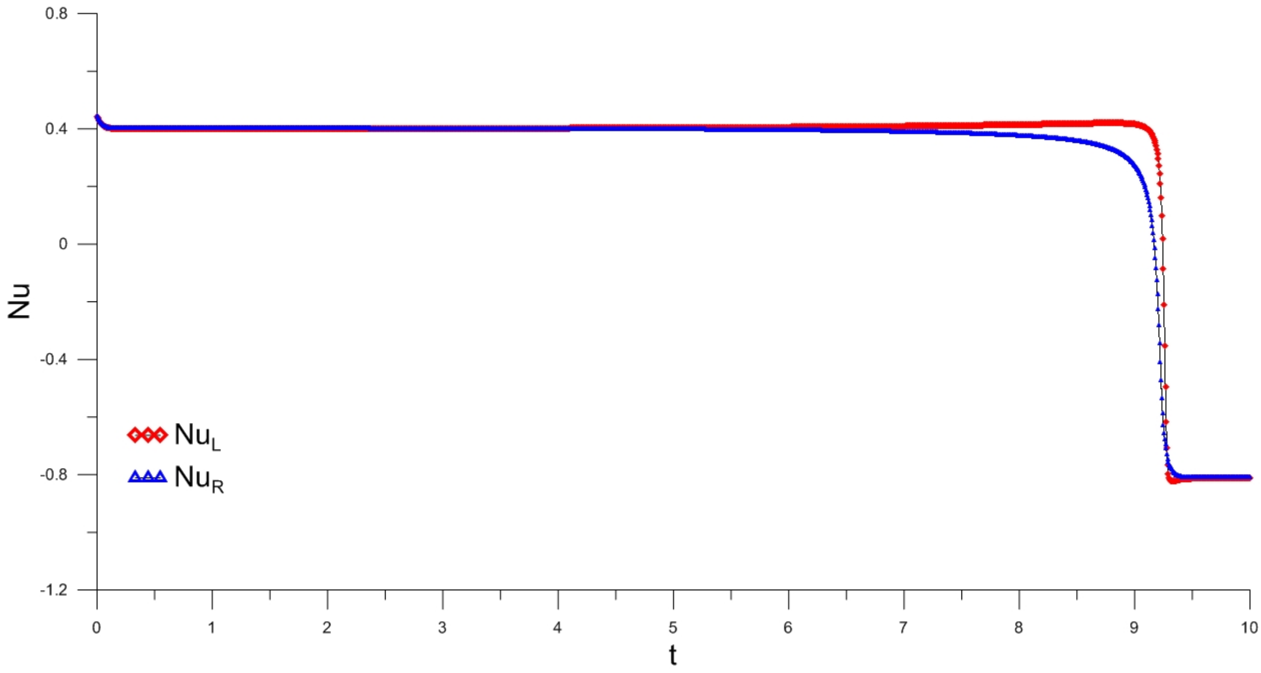


Рис. 3.15. Зависимость числа Нуссельта на левой Nu_L и правой Nu_R гранях от номера шага по времени для случая теплопроводных стенок для надкритичности $r = 2.5$.

Тепловые потоки через боковые грани также имеют протяженный стационарный участок, за которым происходит ускоряющийся процесс перехода, приводящий в итоге к изменению направления передачи тепла и двухкратному увеличению его абсолютного значения.

3.4.3 Бифуркационные кривые

В результате расчетов, проведенных с двумя видами граничных условий для температуры, были построены бифуркационные кривые, представленные на рис. 3.16.

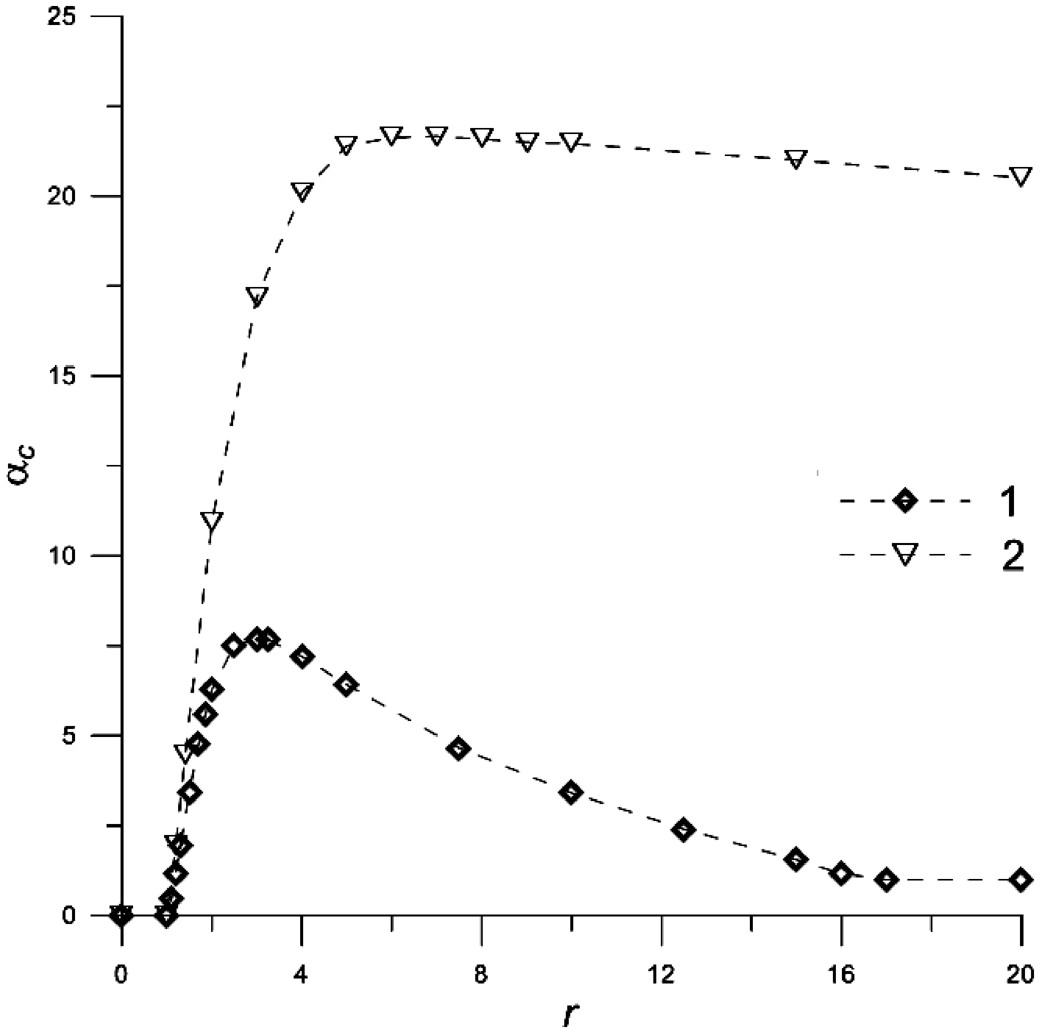


Рис. 3.16. Зависимости критического угла от надкритичности для случая теплопроводных стенок (кривая 1) и теплоизолированных (кривая 2).

Бифуркационная кривая в случае теплопроводных стенок (кривая 1) имеет явно выраженный максимум $\alpha_c = 7.7^\circ$ при $r = 3.3$. До работ автора расчеты по определению бифуркационной кривой для теплопроводных боковых стенок не проводились. Значение максимального критического угла близко к величине, полученной в расчетах для цилиндра кругового сечения с теплопроводными стенками [41,42].

Бифуркационная кривая для теплоизолированных стенок соответствует результатам работы [101]. Расчет в работе [101] проводился в стационарной постановке методом Петрова-Галеркина в котором использовалось до 70-ти базисных функций. В качестве базисных функций применялись полиномы

Чебышева. Представленные выше расчеты на сравнительно грубой сетке позволили получить хорошее соответствие с [101]. В [101] бифуркационные диаграммы не приведены и переходные процессы не исследовались.

3.5 Выводы

Проведено численное исследование аномального течения воздуха в наклоняемом квадратном цилиндре, впервые получена бифуркационная кривая для случая теплопроводных стенок.

Установлено, что предельный угол существования аномального течения в случае теплоизолированных стенок примерно в три раза превышает предельный угол для теплопроводных стенок. Таким образом, в случае теплопроводных стенок переход аномального к нормальному течению происходит при меньшем угле наклона полости и надкритичности.

Бифуркационные диаграммы функции тока от угла наклона и перепада температуры от угла наклона показывают одинаковые значения критического угла наклона, при котором происходит смена направления конвективного валового течения для одной и той же надкритичности. Это обосновывает использование сигналов термопарных измерений в экспериментах по изучению аномального конвективного валового течения для определения критического угла наклона полости, при котором происходит смена направления течения.

Из расчетов следует, что изменение направления вращения происходит в результате интенсивного роста одного из диагональных нормальных вихрей, который подавляет и вытесняет аномальный конвективный вал.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итоги выполненного исследования:

1. Экспериментально исследовано крупномасштабное конвективное течение в наклоняемой кубической полости. На основе термопарных измерений получены бифуркационные диаграммы, описывающие перестройки ламинарного конвективного течения в зависимости от угла наклона полости и величины надкритичности.
2. Установлено, что при переходе угла наклона через нулевое значение реализуется конвективное замкнутое течение, направление вихря, в котором противоположно направлению поворота полости (аномальное течение). При достижении углом наклона критического значения аномальное движение переходит скачкообразно к нормальному течению в виде одиночного вала с горизонтальной осью. В области докритических углов возможно существование обоих типов течения.
3. Установлено, что переходы от аномального течения к нормальному происходят за счет поворота оси конвективного вихря в горизонтальной плоскости. На плоскости параметров число Рэлея — угол наклона построена бифуркационная кривая, при пересечении которой имеют место эти переходы.
4. Проведено численное исследование аномального течения воздуха в наклоняемом квадратном цилиндре, впервые получена бифуркационная кривая для случая теплопроводных стенок. Бифуркационная кривая имеет максимум, что согласуется с результатами эксперимента в кубе.
5. Численно установлено, что критический угол наклона полости зависит от коэффициента теплопроводности ее стенок. В случае стенок с наименьшей теплопроводностью критический угол примерно в три раза превышает критический угол для стенок с высоким коэффициентом теплопроводности в полостях с одинаковой геометрией. Таким образом, в случае теплопроводных

стенок переход аномального течения к нормальному происходит при меньшем угле наклона полости и надкритичности.

6. Установлено, что в цилиндре квадратного сечения (двумерный случай) скачкообразный переход от аномального течения кнормальному происходит в результате интенсивного роста одного из угловых диагональных вихрей (вихрей Моффата) с нормальным направлением закрутки, который подавляет и вытесняет аномальный конвективный вал.

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы

На основе результатов экспериментального исследования можно рекомендовать использование термопарного метода для определения момента перехода от аномального течения к нормальному и определения глубины гистерезиса. Следует провести экспериментальное исследование и прямое численное моделирование надкритической тепловой конвекции в наклоняемой полости с целью получения зависимости глубины гистерезиса от теплопроводности боковых граней, которая может быть полезной в практических применениях и для управления конвекцией. Важно исследовать экспериментально и путем прямого численного моделирования структуру течения в трехгранных углах полости и выяснить роль образующихся в них возвратных трехмерных вихревых течений (аналогов вихрей Моффата) в процессе перехода от аномального течения к нормальному.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гершуни, Г.З. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости / Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий. М.: Наука, 1972. 392 с.

2. Гершуни, Г.З. Устойчивость конвективных течений / Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий, А.А. Непомнящий. М.: Наука, 1989. 320 с.

3. Гетлинг, А.В. Конвекция Рэлея-Бенара. Структуры и динамика / А.В. Гетлинг. М.: Эдиториал УРСС, 1999. 247 с.

4. Гольдштик, М. А. Вязкие течения с парадоксальными свойствами/ М. А. Гольдштик, В. Н. Штерн, Н. И. Яворский. Новосибирск: Наука, 1989. 336 с.

5. Дразин, Ф. Введение в теорию гидродинамической устойчивости / Ф. Дразин. М. : Физматлит, 2005. 288 с.

6. Зимин, В.Д. Турбулентная конвекция / В.Д. Зимин, П.Г. Фрик. М.: Наука, 1988. 173 с.

7. Ландау, Л.Д. Краткий курс общей физики. Механика и молекулярная физика / Л.Д. Ландау, А.И. Ахиезер, Е.М. Лифшиц. М.: Наука, 1969. 399 с.

8. Ландау, Л.Д. Курс теоретической физики (в 10 томах) / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. М. : Наука, 1988. Т. 6. 736 с.

9. Остроумов, Г.А. Свободная конвекция в условиях внутренней задачи / Г.А. Остроумов. М.: ГИТТЛ, 1952. 256 с.

10. Томпсон, Дж. М. Т. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике / Дж. М. Т. Томпсон. М.: Мир, 1985. 254 с.

11. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов (в 2 томах) / Н. С. Пискунов. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985. Т. 2. 560 с.

12. Современные математические модели конвекции / В.К. Андреев [и др.]. М.: Физматлит, 2008. 368 с.

13. Тарунин, Е.Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции / Е.Л. Тарунин. Иркутск: Изд-во Иркутского ун-та, 1990. 223 с.

14. Тарунин, Е.Л. Нелинейные задачи тепловой конвекции / Е.Л. Тарунин. Избранные труды. Пермь: Изд-во ПГУ, 2002. 213 с.

15. Фрик, П. Г. Турбулентность: модели и подходы / П.Г. Фрик. М.: Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2010. 332 с.

16. Шкадов В. Я., Запрянов З. Д. Течения вязкой жидкости / В.Я. Шкадов. М.: Изд-во Моск.ун-та, 1984. 200 с.

17. Справочник по теплопроводности жидкостей и газов / Н.Б. Варгафтик [и др.]. М.: Энергоатомиздат. 1990. 352 с.

18. Кикоин, И.К. Таблицы физических величин. Справочник / И.К. Кикоин. М.: Атомиздат. 1976. 1008 с.

19. Кэй, Дж. Таблицы физических и химических постоянных / Дж. Кэй, Т. Лэби. Изд-во физ.-мат. лит-ры. 1962. 247 с.

20. Chandrasekhar, S. Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability / S. Chandrasekhar. Clarendon Press, Oxford; republished by Dover Publications, New York, 1981. 654 p.

21. Lappa, M. Thermal convection: patterns, evolution and stability / M. Lappa. Chichester: Wiley, 2010. 670 p.

22. Pangavhane, D.R. Design, development and performance testing of a new natural convection solar dryer / D.R. Pangavhane, R.L. Sawhney, P.N. Sarsavadia. //Energy. 2002. V. 27. № 6. P. 579-590.

23. Reactions and fluidics in miniaturized natural convection systems / M. Krishnan [et al.] // Analytical Chemistry. 2004. V. 76. №. 21. P. 6254-6265.

24. Влияние режимов конвективного теплообмена на форму фронта кристаллизации в системе тигель-расплав-кристалл в методе Чохральского / В. С. Бердников и др. // Тепловые процессы в технике. – 2011. – Т. 3. – №. 4. – С. 177-186.

25. Полежаев, В.И. Гидродинамика, тепло- и массообмен при росте кристаллов / В.И. Полежаев. // Итоги науки и техники. МЖГ. 1984. Т. 18. № 4. С. 198-269.

26. Bairi, A. Nusselt–Rayleigh correlations for design of industrial elements: Experimental and numerical investigation of natural convection in tilted square air filled enclosures / A. Bairi. // Energy Conversion and Management. 2008. V. 49. № 4. P. 771-782.

27. Кузнецов, Г.В. Моделирование термогравитационной конвекции в замкнутом объеме с локальными источниками тепловыделения / Г.В. Кузнецов, М.А. Шеремет. //Теплофизика и аэромеханика. 2006. Т. 13. № 4. С. 611-621.

28. Шеремет, М.А. К вопросу о пассивном охлаждении герметичных элементов радиоэлектронной аппаратуры и электронной техники / М.А. Шеремет. // Микроэлектроника. 2013. Т. 42. № 6. С. 472-476.

29. Free convection generated in an enclosure by alternate heated bands. Experimental and numerical study adapted to electronics thermal control / A. Bairi [et al.] //Int. J. Heat and Fluid Flow. – 2008. V. 29. № 5. P. 1337-1346.

30. Kalabin, E.V. Natural-Convective Heat Transfer In a Square Cavity with Time-Varying Side-Wall Temperature / E.V. Kalabin, M.V. Kanashina, P.T. Zubkov. // Numerical Heat Transfer: Part A: Applications. 2005. Vol. 47. № 6. P.621-631.

31. Об активном управлении равновесием жидкости в термосифоне / Д. А. Брацун. [и др.] // Письма в журнал технической физики. 2008. Т. 34. №. 15. С. 36-42.

32. Гершуни, Г.З. Конвективная устойчивость / Г.З. Гершуни Е.М. Жуховицкий // Механика жидкости и газа. Т. 11. М.: (Итоги науки и техники). 1978. С 66-154.

33. Жуховицкий, Е.М. Применение метода Галёркина к задаче об устойчивости неравномерно нагретой жидкости / Е.М. Жуховицкий // Прикладная математика и механика. 1954. Т. 18. № 2. С. 205-211.

34. Жуховицкий, Е.М. Об устойчивости неравномерно нагретой жидкости в шаровой полости / Е.М. Жуховицкий // Прикладная математика и механика. 1957. Т. 21. № 5. С. 689-693.

35. Shaidurov, G.F. Convective heat transfer in horizontal cylinder / G.F. Shaidurov. // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1961. V. 2. № 4. P. 280-282.

36. Шайдуров, Г.Ф. Тепловая неустойчивость жидкости в горизонтальном цилиндре / Г.Ф. Шайдуров. //Инженерно-физ. журн. 1961. Т. 4. № 11. С. 109-113.

37. Гершуни, Г.З. Устойчивость равновесия жидкости в горизонтальном цилиндре, подогреваемом снизу / Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий // Прикладная математика и механика. 1961. Т. 25. № 6. С. 1035-1039.

38. McHugh, J.P. The onset of convection in horizontal cylinders / J.P. McHugh. // Quarterly of applied mathematics.2000. V. LVIII. № 3. P. 425– 436.

39. Чернатынский, В.И. Конвекция вблизи критических чисел Релея при почти вертикальном градиенте температуры / В.И. Чернатынский, М.И. Шлиомис. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1973. № 1. С. 64-70.

40. Чернатынский, В.И. Численное исследование конвекции в горизонтальном цилиндре кругового сечения / В.И. Чернатынский // Гидродинамика. 1974. № 7. С. 65–82.

41. Никитин, А.И. О бифуркациях стационарных режимов тепловой конвекции в замкнутой полости порождаемых особенностью типа сборки Уитни / А.И. Никитин, А.Н. Шарифулин. // Процессы тепло- и массопереноса вязкой жидкости. Свердловск: УНЦ АН СССР. 1986. С. 32-39.

42. Фоминский, Д.А. Численное определение границ существования аномального конвективного течения в наклоняемом цилиндре / Д.А. Фоминский, А.Н. Шарифулин. // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2013. № 2(170). С. 191-196.

43. Hart J.E. Stability of the flow in a differentially heated inclined box / J.E. Hart. //J. Fluid Mech. 1971. V. 47. № 03. P. 547-576.

44. Гершуни, Г.З. Численное исследование конвекции жидкости, подогреваемой снизу / Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий, Е.Л. Тарунин. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. № 6. С. 93-99.

45. Полежаев, В.И. Течение и теплообмен при естественной конвекции газа в замкнутой области после потери устойчивости гидростатического равновесия / В.И. Полежаев. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1968. № 5. С. 124–129.

46. Hiroyuki Ozoe. Natural convection in an inclined square channel / Hiroyuki Ozoe, S. Hayatoshi, S. W. Churchill. // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1974. V. 17. № 3. P. 401-406.

47. Ozoe, H. Natural convection in an inclined rectangular channel at various aspect ratios and angles—experimental measurements / H. Ozoe, H. Sayama, S. W. Churchill // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1975. V. 18. № 12. P. 1425-1431.

48. Лебедева, Т.И. Свободная конвекция газа в горизонтальном цилиндре квадратного сечения / Т.И. Лебедева, А.Ю. Пинягин, А.Ф. Пшеничников. // Конвективные течения. Пермь. 1981. С. 123–129.

49. Cliffe, K.A. A numerical study of the cusp catastrophe for Benard convection in tilted cavities / K.A. Cliffe, K.H. Winters. // J. Computational Physics. 1984. V. 54. № 3. P. 531-534.

50. Numerical study of laminar and turbulent natural convection in an inclined square cavity / R.A. Kuyper [et al.] //Int. J. Heat and Mass Transfer. 1993. V. 36. № 11. P. 2899-2911.

51. Rasoul, J. Natural convection in an inclined enclosure / J. Rasoul, P. Prinos // Int. J. Numerical Methods for Heat & Fluid Flow. 1997. V. 7. №. 5. P. 438-478.

52. Mizushima, J. Onset of the Thermal Convection in a Finite Two-Dimension Box / J. Mizushima. // J. Physical Society of Japan. 1995. V. 64. № 7. P. 2420-2432.

53. Lee, N.Y. Stability of fluid in a rectangular enclosure by spectral method / N.Y. Lee, W.W. Schultz, J.P. Boyd. // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1989. V. 32. № 3. P. 513-520.

54. Kurzweg, U.H. Convective instability of a hydromagnetic fluid within a rectangular cavity / U.H. Kurzweg. //Int. J. Heat and Mass Transfer. 1965. V. 8. № 1. P. 35-41.

55. Moffatt, H.K. Viscous and resistive eddies near a sharp corner / H. K. Moffatt //J. Fluid Mech. 1964. V. 18. P. 1-18.

56. Mizushima, J. Routes to unicellular convection in a tilted rectangular cavity / J. Mizushima, Y. Hara // J. Physical Society of Japan. 2000. V. 69. № 8. P. 2371-2374.

57. Adachi, T. Stability of natural convection in an inclined square duct with perfectly conducting side walls / T. Adachi. // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2006 Vol. 49. P. 2372–2380.

58. Venturi, D. Stochastic bifurcation analysis of Rayleigh–Bénard convection / D. Venturi, X. Wan, G. E. Karniadakis //J. Fluid Mech. 2010. V. 650. P. 391-413.

59. Pallares, J. Flow transitions in laminar Rayleigh–Bénard convection in a cubical cavity at moderate Rayleigh numbers / J. Pallares, F. X. Grau, F. Giralt // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1999. V. 42. № 4. P. 753-769.

60. Experimental laminar Rayleigh-Bénard convection in a cubical cavity at moderate Rayleigh and Prandtl numbers / J. Pallares [et al.] //Experiments in fluids. 2001. V. 31. № 2. P. 208-218.

61. Полежаев, В.И. Теплообмен и температурное расслоение при свободно-конвективных взаимодействиях в замкнутых объёмах / В.И. Полежаев, С.А. Никитин, М.Н. Мякшина. // Труды Пятой Российской национальной конференции по теплообмену. Т. 1. Общие проблемные доклады. Доклады на круглых столах. М.: Изд. Дом МЭИ. 2010. С. 55-62.

62. Polezhaev, V.I. Heat transfer due to buoyancy-driven convective interaction in enclosures: Fundamentals and applications / V.I. Polezhaev, M.N.

Myakshina, S.A. Nikitin. // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2012. Vol. 55. № 1. P. 156-165.

63. Sharifulin, A.N. Bifurcation in convection of incompressible fluid in a rotated square cylinder / A.N. Sharifulin, S.A. Suslov. // XXII International Congress of Theoretical and Applied Mechanics: proc., [Adelaide, Australia, 25-29 August, 2008]. CD with precidings. - Adelaide, 2008. 2 p.

64. Suslov, S. Bifurcation in convection of incompressible fluid in a rotated square cylinder / S. Suslov, A. Sharifulin. // XXII International Congress of Theoretical and Applied Mechanics: book of abstr. Adelaide. 2008. P. 105.

65. Шарифулин, А.Н. Конвективные бифуркации несжимаемой жидкости в наклоняемой полости квадратного сечения / А.Н. Шарифулин, С.А. Суслов // Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах (HPC-2010), Материалы X Международной конференции в двух томах. Пермь. 2010. Т. 2. С. 315-319.

66. Suslov, S.A. A Petrov-Galerkin method for the direct simulation of fully enclosed flows / S.A. Suslov, S. Paolucci.// HTD-Vol.335, Proc. ASME Heat Transfer Division. 1996. V. 4. P. 39–46.

67. Овчинников, А.П. Конвективная устойчивость однородной жидкости в шаровой полости / А.П. Овчинников, Г.Ф. Шайдуров. // Уч. Зап. Пермск. ун-та. Серия: Гидродинамика. 1968. Вып. 1. № 184. С. 3-21.

68. Davis, S.H. Convection in a box: linear theory / S.H Davis. //J. Fluid Mechanics. 1967. V. 30. № 03. P. 465-478.

69. Овчинников, А.П. Конвективная устойчивость жидкости в кубической полости / А.П. Овчинников // Прикладная механика и техническая физика. 1967. Т. 8. № 3. С. 118–120.

70. Овчинников, А.П. Конвективные возмущения жидкости в кубической полости / А.П. Овчинников. // Уч. Зап. Пермск. ун-та. Серия: Гидродинамика. 1968. Вып. 1. № 184. С. 41-47.

71. Гершуни, Г.З. Конвективная устойчивость жидкости в кубической полости / Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий, А.П. Овчинников. //

Уч. Зап. Пермск. ун-та. Серия: Гидродинамика. 1968. Вып. 1. №. 184. С. 49-55.

72. Зимин, В.Д. Надкритические конвективные движения в кубической полости/ В.Д. Зимин, А.И. Кетов // Изв. АН СССР. МЖГ. 1974. № 5. С.110-114.

73. Зимин, В.Д. Конвективные колебания в подогреваемой снизу кубической полости / В.Д. Зимин, А.И. Кетов // Уч. зап. Перм. ун-та. Серия: Гидродинамика. 1975. Вып. 6. № 327. С. 3-12.

74. Любимов, Д.В. Надкритические движения в кубической полости / Д.В. Любимов, Г.Ф. Путин. //Гидродинамика. Пермь: Пермск. гос. Педагог. ин-та. 1977. № 10. С. 15-26.

75. Зубова, Н.А. Слабонадкритические режимы трехмерной конвекции в кубической полости / Н.А. Зубова, Д. В. Любимов, Т. П. Любимова // Вестн. Перм. ун-та. 2011. Вып. 1(16). С. 21-26.

76. Мызникова, Б.И. Процессы установления стационарных конвектив- ных течений в кубической полости при подогреве снизу / Б.И. Мызникова, Е.Л. Тарунин. // Нестационарные процессы в жидкостях и твердых телах. Свердловск: УНЦ АН СССР. 1983. С. 20–29.

77. Буссе, Ф. Трехмерные режимы конвекции в кубической полости/ Ф. Буссе, Д.В. Любимов и Г.А. Сидельников. // Изв. РАН. МЖГ. 2008. №. 1. С. 3-11.

78. Lee, T.L. Three-dimensional natural convection of air in an inclined cubic cavity / T.L. Lee, T.F. Lin. //Numerical Heat Transfer. Part A: Applications. 1995. V. 27. № 6. P. 681-703.

79. Leong, W.H. On a physically-realizable benchmark problem in internal natural convection / W.H. Leong, K.G.T. Hollands, A.P. Brunger //Int. J. Heat and Mass Transfer. 1998. V. 41. № 23. P. 3817-3828.

80. Leong, W.H. Experimental Nusselt numbers for a cubical-cavity benchmark problem in natural convection / W.H. Leong, K.G.T. Hollands, A.P. Brunger // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1999. V. 42. № 11. P. 1979-1989.

81. Natural convection in a cubical cavity heated from below at low Rayleigh numbers / J. Pallares [et al.] // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1996. V. 39. № 15. P. 3233-3247.

82. Pallares, J. Laminar and turbulent Rayleigh–Bénard convection in a perfectly conducting cubical cavity / J. Pallares, I. Cuesta, F.X. Grau. //Int. J. Heat and Fluid Flow. 2002. V. 23. № 3. P. 346-358.

83. Mizushima, J. Sequential transitions of the thermal convection in a square cavity / J. Mizushima, T. Adachi. // J. Physical Society of Japan. 1997. V. 66. № 1. P. 79-90.

84. Catton, I. Convection in a closed rectangular region: the onset of motion / I. Catton. // J. Heat Transfer. 1970. V. 92. P. 186–187.

85. Mizushima, J. Onset of Three-Dimension Thermal Convection in a Rectangular Parallepiped Cavity / J. Mizushima, T. Nakamura. // J. Physical Society of Japan. 2003. Vol. 72. № 2. P. 197-200.

86. Catton, I. The effect of insulating vertical walls on the onset of motion in a fluid heated from below / I. Catton. //Int. J. Heat and Mass Transfer. 1972. V. 15. № 4. P. 665-672.

87. Bifurcation analysis of steady Rayleigh–Bénard convection in a cubical cavity with conducting sidewalls / D. Puigjaner [et al.] // J. Fluid Mech. 2008. V. 598. P. 393-427.

88. Stability analysis of the flow in a cubical cavity heated from below / D. Puigjaner [et al.] //Physics of Fluids. 2004. V. 16. № 10. P. 3639-3655.

89. Bifurcation analysis of multiple steady flow patterns for Rayleigh-Bénard convection in a cubical cavity at Pr= 130 / D. Puigjaner [et al.] // Physical Review E. 2006. V. 73. № 4. P. 046304.

90. Three-dimensional continuation study of convection in a tilted rectangular enclosure / J.F. Torres [et al.] // Physical Review E. 2013. V. 88. №. 4. P. 043015.

91. Bifurcation analysis of steady natural convection in a tilted cubical cavity with adiabatic sidewalls / J.F. Torres [et al.] //J. Fluid Mech. 2014. V. 756. P. 650-688.

92. Transition from multiplicity to singularity of steady natural convection in a tilted cubical enclosure / J.F. Torres [et al.] // Physical Review E. 2015. V. 92. № 2. P. 023031.

93. Пивоваров, Д.Е. Трехмерные конвективные взаимодействия в наклонном продольном слое воздуха / Д.Е. Пивоваров. // Изв. РАН. МЖГ. 2013. № 3. С. 43–52.

94. Пивоваров, Д.Е. Численное исследование конвективного теплообмена в наклонном продольном слое воздуха / Д.Е. Пивоваров. // Электронный журнал «Труды МАИ». 2013. № 68:http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=41694

95. High Rayleigh number convection in a cubic cell with adiabatic sidewalls / A. Vasiliev [et al.] // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2016. V. 102. P. 201-212.

96. Effect of radiative heat transfer on the three-dimensional Boyancy flow in cubic enclosure heated from the side / M.N. Borjini [et al.] //Int. J. Heat and Fluid Flow. 2008. V. 29. № 1. P. 107-118.

97. Lo, D.C. DQ Analysis of 3D Natural Convection in an Inclined Cavity using an Velocity-Vorticity Formulation / D.C. Lo, S.S. Leu. //Proc. World Acad. Sci. Eng. Technol. 2008. V. 36. P. 370-375.

98. Onset of natural convection in a cube / W.J. Hiller [et al.] // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1993. V. 36. № 13. P. 3251-3263.

99. Cubical-cavity natural-convection benchmark experiments: an extension / M.A.H. Mamun [et al.] // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2003. V. 46. № 19. P. 3655-3660.

100. PIV measurements of the flow field inside an enclosed cubical cavity in natural convection / M.A.H. Mamun [et al.] //Experiments in Fluids. 2008. V. 44. № 4. P. 647-659.

101. Шарифулин, А.Н. Конвективные бифуркации несжимаемой жидкости в наклоняемой полости квадратного сечения / А.Н. Шарифулин, С.А. Суслов. // Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах(HPC-2010). Материалы X Международной конференции в двух томах. Пермь. 2010. Т. 2. С. 315-319.

102. Mizushima, J. Onset of 3D Thermal Convection in a Cubic Cavity / J. Mizushima, O. Matsuda // J. Physical Society of Japan. 1997. V. 66. № 8. P. 2237-2341.

103. Huelsz, G. Heat transfer due to natural convection in an inclined square cavity using the lattice Boltzmann equation method / G. Huelsz, R. Rechtman //International Journal of Thermal Sciences. 2013. V. 65. P. 111-119.

104. Сагитов, Р. В. Устойчивость стационарной тепловой конвекции в наклоняемой прямоугольной полости в маломодовом приближении / Р.В. Сагитов, А.Н. Шарифулин. // Теплофизика и аэромеханика. 2008. Т. 15. № 2. С. 247-256.

105. Chávez, R. Natural Convection in a Rocking Square Enclosure: Experimental Results / R. Chávez, F.J. Solorio, J.G. Cervantes. // J. Heat Transfer. 2011. V. 133. № 7. P. 072501.

106. Шарифулин, А.Н. Лабораторное моделирование нелокального возникновения тропического циклона / А.Н. Шарифулин, А.Н. Полудницин, А.С. Кравчук. // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2008. Т. 134. № 6. С. 1269-1273. (Sharifulin, A.N. Laboratory Scale Simulation of Nonlocal Generation of a Tropical Cyclone / A.N. Sharifulin, A.N. Poludnitsin, A.S. Kravchuk. // Journal of Experimental and Theoretical Physics. 2008. V.107. № 6. P.1090-1093).

107. Е. Л. Тарунин, А. Н. Шарифулин, А. Н. Полудницин, Р. В. Сагитов, Д. А. Фоминский, В. А. Шарифулин. Экспериментальное исследование и моделирование бифуркаций конвективных течений в наклоняемой кубической полости / Е. Л. Тарунин [и др.]. // Региональный конкурс РФФИ-Урал. Результаты научных исследований, полученные за

2007-2009 гг. : сб. ст. / Рос. фонд фундамент. исслед., Администрация Перм. края, Перм. науч. центр Урал. отд-ния РАН. – Пермь ; Екатеринбург : ПНЦ УрО РАН, 2010. – Ч. 1. – С. 140-144.

108. Шарифулин, А.Н. Лабораторное и теоретическое исследование бифуркаций квазидвумерной конвекции в наклоняемой кубической полости / А.Н. Шарифулин, А.Н. Полудницин. // Вестн. Перм. ун-та. 2012. Вып.1(19). С.16-22.

109. Шарифулин, А.Н. Экспериментальное определение пределов существования аномального конвективного течения в наклоняемом кубе / А.Н. Шарифулин, А.Н. Полудницин. // Прикладная механика и техническая физика. 2014. Т. 55. № 3(325). С. 103-112. (Sharifulin, A. N. Experimental determination of limits of existence of anomalous convective currents in tilted cube / A.N. Sharifulin, A. N. Poludnitsin. // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2014. V. 55. No. 3. P. 462-469).

110. Шарифулин, А.Н. Численное определение границ существования аномального конвективного течения в наклоняемом прямоугольном цилиндре / А.Н. Шарифулин, А.Н. Полудницин. // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки 2016. № 2(242). С. 116-125. (Sharifulin, A.N. The borders of existence of anomalous convection flow in the inclined square cylinder: numerical determination / A.N. Sharifulin, A.N. Poludnitsin. // St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics. 2016. V. 2. № 2. P.150-156).

111. Шарифулин, А.Н. Лабораторная модель нелокального возникновения тропического циклона / А.Н. Шарифулин, А.Н. Полудницын, А.С. Кравчук // Всероссийская конференция по физике горения и механике сплошной среды. Сентябрь, 2007. Тезисы докладов. Институт гидродинамики СО РАН РФ. Новосибирск. 2007. С. 185-186.

112. Sharifulin, A.N. Laboratory scale simulation of spontaneous vertical convective vortex generation / A.N. Sharifulin, A.N. Poludnitsin. // Program of the

62th annual meeting of the division of fluid dynamics, abstracts, Bulletin of the American Physical Society. 2009. V.54. № 19. P. 291.

113. Sharifulin A.N., Poludnitsin A.N. Generation of vertical convective vortex in the transition from anomalous to normal steady-state convection / A.N. Sharifulin, A.N. Poludnitsin. // Program of the 63th annual meeting of the division of fluid dynamics, abstracts. Bulletin of the American Physical Society. 2010. V. 55. № 16. P. 41-42.

114. Полудницин, А.Н. Экспериментальное определение пределов существования аномального конвективного течения в наклоняемом кубе / А.Н. Полудницин, А.Н. Шарифулин. // XIX Зимняя школа по механике сплошных сред. Пермь. 24–27 февраля 2015 г. Тезисы докладов. Пермь – Екатеринбург. 2015. С. 246.

115. Полудницин, А.Н. Численное определение границ существования аномального конвективного течения в наклоняемом квадрате / А.Н. Полудницин, А.Н. Шарифулин. // XX Зимняя школа по механике сплошных сред. Пермь. 13–16 февраля 2017 г. Тезисы докладов. – Екатеринбург. 2017. С. 259.

116. Полудницин, А.Н. Влияние граничных условий на глубину гистерезиса режима конвективного вихревого течения в наклоняемой прямоугольной полости / А.Н. Полудницин, А.Н. Шарифулин. // Международный симпозиум «Неравновесные процессы в сплошных средах». Пермь. 15 – 17 мая 2017 г. Материалы международного симпозиума «Неравновесные процессы в сплошных средах». Пермь. 2017. Т. 2, С.154 – 156.