На правах рукописи

Ишутов Сергей Михайлович

ВОЛНОВЫЕ РЕЖИМЫ КОНВЕКЦИИ МОЛЕКУЛЯРНЫХ БИНАРНЫХ СМЕСЕЙ И КОЛЛОИДНЫХ СУСПЕНЗИЙ

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Пермь – 2018

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Пермский государственный национальный исследовательский университет» (ПГНИУ)

Научный руководитель: **Смородин Борис Леонидович**, доктор физико-математических наук, профессор.

Официальные оппоненты: **Ингель Лев Ханаанович**, доктор физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник Института экспериментальной метеорологии ФГБУ НПО «Тайфун», г. Обнинск.

Перминов Анатолий Викторович, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры общей физики ФГБОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет», г. Пермь.

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южный федеральный университет», г. Ростов-на-Дону.

Защита состоится **11 октября 2018 г**. в 10:00 часов на заседании диссертационного совета Д 004.036.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук (филиал – Институт механики сплошных сред УрО РАН) по адресу: 614013, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1; тел: (342) 237-84-61; факс: (342) 237-84-87; сайт: www.icmm.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Института механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук.

Автореферат разослан « ____ » _____ 2018 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор физико-математических наук, доцент / А.Л. Зуев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность и степень разработанности темы исследования. Объектом диссертационного исследования являются волновые режимы течений, обусловленные транспортом молекулярной или коллоидной примеси. В работе рассмотрены режимы конвекции в плоском горизонтальном слое молекулярной бинарной смеси с отрицательной термодиффузией под действием высокочастотных вибраций и режимы конвекции коллоидной суспензии в замкнутой наклонной ячейке при учете гравитационного оседания наночастиц.

Важные отличия молекулярных смесей и коллоидных суспензий связаны с размерами примесей. Наночастицы в коллоидных суспензиях имеют размер 10-100 нм, что приводит к их гравитационному расслоению. Кроме того, для молекулярных смесей коэффициенты диффузии на два порядка выше, чем для наночастиц. Несмотря на существенные различия в свойствах молекулярных и коллоидных бинарных смесей, процессы переноса в них могут демонстрировать аналогичное поведение. Под влиянием термодиффузионного транспорта молекулярной бинарной смеси при отрицательном эффекте термодиффузии и нагреве ячейки снизу или гравитационного оседания коллоидной примеси в поле тяжести концентрация тяжелой примеси у нижней границы увеличивается. Перенос примеси в обоих случаях изменяет силу, действующую на элемент бинарной смеси, интенсивность конвективного перемешивания, и, следовательно, определяет характер конвективных течений. В результате в подобных системах могут формироваться разнообразные протяженные конвективные состояния (стационарная конвекция, стоячие и бегущие волны), которые активно исследуются в настоящее время теоретически и экспериментально. При этом актуальным является получение условий устойчивости основного состояния гидродинамической системы, в качестве которого может рассматриваться механическое равновесие либо течение смеси.

Во многих ситуациях в роли осложняющего фактора выступает приложенное к системе переменное силовое воздействие в виде поступательных вибраций высокой частоты и малой амплитуды, способных вызвать вибрационную конвекцию подвижной среды. Актуальность теоретического анализа осреднённых течений, обусловленных гравитационным и вибрационным механизмами возбуждения конвекции в бинарных смесях, определяется возможностью практического использования вибрационных воздействий для управления интенсивностью тепло- и массопереноса, сопровождающего различные технологические процессы как в наземных условиях, так и в условиях микрогравитации.

Конвекция в бинарных смесях и связанные процессы переноса не только рассматриваются в теоретических задачах гидродинамики, являются объектами численного моделирования, но и часто встречаются в технологических и промышленных приложениях, например, в системах охлаждения, немеханических переключателях и различных датчиках. Поскольку бифуркационные диаграммы конвективных решений бинарных смесей содержат области сосуществования нескольких режимов, отличающихся интенсивностью теплопотока, то конвективные ячейки с бинарной смесью можно использовать в качестве переключателя: небольшое изменение управляющего параметра резко изменяет теплопоток. В

связи с этим знание законов действия вибраций или наклона ячейки на конвективные состояния бинарной смеси актуально.

Исследования, вошедшие в диссертацию, проводились при поддержке РФФИ (гранты 14-01-96027, 14-01-31299), грантов поддержки научных школ НШ-4022.2014.1 Нелинейные процессы в гидродинамических системах. Новые способы управления природными и технологическими процессами (2014-2015), НШ-9176.2016.1 Нелинейная гидродинамика проводящих и непроводящих жидкостей: от фундаментальных вопросов до технологических приложений (2016-2017).

Цель работы: заключается в теоретическом исследовании закономерностей возникновения и эволюции конвективных структур в молекулярной бинарной смеси, обладающей отрицательной термодиффузией, или в коллоидной суспензии наночастиц при наличии осложняющих факторов (вибраций или наклона ячейки); моделировании нелинейной пространственно-временной эволюции надкритических режимов конвекции. Для достижения цели рассмотрены следующие **задачи:**

– теоретически изучить влияние ориентации оси высокочастотных вибраций относительно границ горизонтального слоя на возникновение и эволюцию волновых конвективных течений в бинарной молекулярной смеси, обладающей отрицательной термодиффузией;

– теоретически проанализировать характер изменения бифуркационных диаграмм конвективных решений жидкостной бинарной смеси под действием высокочастотных вертикальных вибраций; выяснить, возможна ли стабилизация с помощью вибраций неустойчивого решения слабонелинейных бегущих волн в молекулярной бинарной смеси;

– с помощью численного моделирования изучить колебательные режимы коллоидной суспензии в наклонной замкнутой ячейке: модулированные бегущие волны; волны, меняющие направление своего движения, режим нерегулярных колебаний; рассмотреть случаи различных углов наклона ячейки к горизонтали.

Научная новизна работы заключается в том, что в ней впервые

– Исследовано влияние интенсивности и угла наклона оси высокочастотных вибраций на структуру нелинейных конвективных течений в горизонтальном слое бинарной смеси жидкостей, изучены бифуркационные характеристики конвективных решений.

– Обнаружено сужение интервала значений числа Релея, при которых в слое реализуется режим бегущих волн, связанное с увеличением угла наклона оси вибраций.

– Доказано разрушение зеркально-сдвиговой симметрии бегущих волн в молекулярной бинарной смеси под воздействием высокочастотных вибраций, ось которых не перпендикулярна границам слоя.

– Установлены условия существования модулированных бегущих волн в горизонтальном слое молекулярной бинарной смеси под действием вибраций высокой частоты с осью, ориентированной поперек слоя.

– Построены бифуркационные диаграммы термо-гравитационных конвективных течений коллоидной суспензии, заполняющей замкнутую наклонную

ячейку, и исследован характер режимов конвекции в зависимости от интенсивности нагрева и угла наклона.

Теоретическая и практическая значимость работы состоит в том, что:

– Линейный анализ вибрационно-конвективной неустойчивости молекулярной бинарной смеси жидкостей с эффектом Соре, выполненный для вертикальной ориентации оси высокочастотного воздействия, дополняет ранее опубликованные результаты для поперечных вибраций, позволяет получить границы вибрационно-конвективной неустойчивости бинарной смеси с помощью пересчета результатов, известных для случая отсутствия вибраций.

–Исследования нелинейной динамики структур термовибрационной и термогравитационной конвекции в молекулярных жидкостных смесях и коллоидных суспензиях позволили обнаружить новые устойчивые режимы течения в виде слабонелинейных и модулированных бегущих волн и проанализировать их свойства, что вносит вклад в развитие механики жидкостей.

–Теоретические модели и полученные на их основе результаты могут быть использованы при планировании лабораторных экспериментов по выявлению характера ветвления основного состояния многокомпонентной конвективной системы, при тестировании методов приближенного решения гидродинамических задач, а также при решении практических задач, требующих эффективного управления течением и тепло-массообменом, используемых, например, в технологиях получения материалов с заданными свойствами, разделения смесей.

Методология и методы исследования. Линейная устойчивость состояния равновесия молекулярной бинарной смеси исследована с помощью метода малых возмущений. Нелинейная пространственно-временная эволюция надкритических режимов конвекции изучена методами прямого численного моделирования (методом конечных разностей для горизонтального слоя смеси или методом контрольного объема – для замкнутой ячейки с коллоидной суспензией). Использованы также методы обработки и визуализации результатов расчетов.

Основные положения, выносимые на защиту:

– Бифуркационные диаграммы осредненных режимов термовибрационной конвекции бинарной смеси жидкостей с отрицательной термодиффузией, заполняющей подогреваемый снизу горизонтальный слой, и характеристики нелинейных решений в зависимости от интенсивности высокочастотных вибраций и ориентации их оси относительно границ слоя;

– Вывод о том, что высокочастотные вибрации, направленные под углом к горизонту, за исключением случая вертикальных вибраций разрушают зеркально-сдвиговую симметрию бегущих в бинарной смеси волн;

– Аналитические результаты линейного анализа устойчивости равновесия плоского горизонтального слоя молекулярной бинарной смеси жидкостей с термодиффузией, подогреваемого снизу и находящегося под воздействием высокочастотных вертикальных вибраций различной интенсивности;

– Результаты нелинейного анализа бегущих волн, бифуркационные диаграммы и характеристики пространственно-временного поведения структур в горизонтальном слое под действием высокочастотных вертикальных вибраций;

– Результаты нелинейного анализа и бифуркационные диаграммы конвек-

тивных режимов коллоидной суспензии в наклонной конвективной ячейке;

– Вывод о том, что при увеличении угла наклона конвективной ячейки, заполненной коллоидной суспензией, усложняется характер бифуркационной диаграммы: появляются более сложные режимы течения, которые отсутствуют в случае горизонтальной ячейки (например, бегущие волны, меняющие свое направление из-за отражения от боковых стенок ячейки или режим нерегулярных колебаний).

Высокая **степень достоверности** диссертационной работы обеспечена применением физически обоснованных моделей для описания гидродинамики и тепломассообмена в рассматриваемых подвижных средах; выбором апробированных расчетных методик и схем анализа, используемых в приближении воздействия высокой (но не акустической) частоты; сопоставлением полученных решений для конкретного набора параметров с доступными экспериментальными данными или ранее опубликованными результатами других авторов, а также с известными точными решениями в некоторых предельных случаях.

Апробация результатов. Основные результаты диссертации докладывались на межвузовской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Физика для Пермского края» (Пермь, 2012); Всероссийской научно-практической конференции “Актуальные задачи механики сплошных сред” (Пермь, 2014), конференции Пермские гидродинамические научные чтения (Пермь, 2013, 2014, 2015, 2016), Sixth International Symposium on Bifurcations and Instabilities in Fluid Dynamics (Paris, 2015), XI Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Казань, 2015), 12th International Meeting on Thermodiffusion (Madrid, Spain, 2016), XX Зимней школе по механике сплошных сред (Пермь, 2017), Пермском гидродинамическом семинаре (Пермь, 2013, 2015, 2018), на семинаре Института механики сплошных сред УрО РАН (Пермь, 2018).

Публикации. По теме диссертации опубликованы 15 работ [1-15]. Из них [1-6,10] – статьи, [1-4] из которых, входят в списки ВАК и Web of Science, остальные тезисы.

Личный вклад автора. Автор диссертационной работы принимал активное участие в обсуждении постановок задач, самостоятельно провел аналитические и численные вычисления. Анализ и интерпретация данных численного моделирования и подготовка научных публикаций проводились совместно с научным руководителем и соавторами. Выносимые на защиту основные положения диссертационной работы получены автором лично.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Структура и содержание диссертации. Диссертационная работа включает введение с краткой характеристикой диссертации и обсуждением новизны и достоверности полученных автором результатов, главу, представляющую современное состояние исследований (обзор литературы), трех глав с результатами исследований автора, заключения с выносимыми на защиту итогами и списка литературы (125 наименований). Общий объем диссертации 118 страниц, включая 42 рисунка и 2 таблицы**.**

В первой главе обсуждается общая актуальность темы исследований. Приведен обзор литературы по тепловой и вибрационной конвекции в молекулярных бинарных смесях, а также тепловой конвекции в коллоидных суспензиях.

Во второй главе проанализировано влияние угла наклона и интенсивности высокочастотных вибраций на возникновение конвекции и нелинейные конвективные течения молекулярной бинарной смеси в горизонтальном слое.

В первом параграфе обсуждается постановка задачи о термовибрационной конвекции бинарной смеси. Рассматривается бесконечный плоский горизонтальный слой, ограниченный двумя параллельными твердыми изотермическими непроницаемыми пластинами. Толщина слоя h. Слой совершает высокочастотные колебания, направленные вдоль некоторого направления с угловой частотой Ω и амплитудой смещения b. Температура нижней плоскости постоянна и равна $\Theta/2$, температура верхней плоскости также является постоянной и равна $-\Theta/2$. Система уравнений термовибрационной конвекции бинарной смеси записана в приближении Буссинеска, предполагающем линейную зависимость плотности смеси от температуры и концентрации:

$$\rho = \rho_0\left(1-\beta_T T-\beta_C C\right), \tag{1}$$

где ρ_0– средняя плотность смеси, T, C– отклонение температуры и концентрации легкой компоненты от их средних значений $\overline{T}, \overline{C}$; β_T, β_C – коэффициенты теплового и концентрационного расширения, соответственно. C– концентрация легкой компоненты смеси.

Система уравнений конвекции бинарной смеси, после введения следующих масштабов: расстояния– h, времени– h^2/χ, скорости– χ/h, температуры– Θ, концентрации– $\beta_T\Theta/\beta_C$, давления– $\rho\nu\chi/h^2$ (ν и χ–коэффициенты кинематической вязкости и температуропроводности соответственно), примет вид:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+\frac{1}{\mathrm{Pr}}(\boldsymbol{v}\nabla)\boldsymbol{v}=-\nabla p+\Delta\boldsymbol{v}+\mathrm{Ra}(T+C)\boldsymbol{n}+Gs(\boldsymbol{w}\nabla)\left[(T+C)\boldsymbol{n}-\boldsymbol{w}\right],\\
&\frac{\partial T}{\partial \mathrm{t}}+(\boldsymbol{v}\nabla)T=\Delta T,\\
&\frac{\partial C}{\partial \mathrm{t}}+(\boldsymbol{v}\nabla)C=\mathrm{Le}\Delta(C-\varepsilon T),\\
&\mathrm{div}\boldsymbol{v}=0,\ \mathrm{div}\boldsymbol{w}=0,\ \mathrm{rot}\boldsymbol{w}=\nabla(T+C)\times\boldsymbol{n}=0,
\end{aligned} \tag{2}$$

где $\boldsymbol{w}$- амплитуда пульсационной скорости. Граничные условия, соответствующие твердым идеально теплопроводным непроницаемым плоскостям:

$$\begin{aligned}
&z=0:\boldsymbol{v}=0,\ \boldsymbol{w}_z=0,\ \frac{\partial C}{\partial z}-\varepsilon\frac{\partial T}{\partial z}=0,\ T=\frac{1}{2},\\
&z=1:\boldsymbol{v}=0,\ \boldsymbol{w}_z=0,\ \frac{\partial C}{\partial z}-\varepsilon\frac{\partial T}{\partial z}=0,\ T=-\frac{1}{2}.
\end{aligned} \tag{3}$$

Задача (2), с граничными условиями (3) содержит следующие безразмерные параметры: $\mathrm{Ra}=g\beta_T\Theta h^3/(\nu\chi)$– число Рэлея, $\mathrm{Gs}=(b\Omega\beta_T\Theta h)^2/(2\nu\chi)$– число Гершуни (вибрационное число Релея), $\mathrm{Pr}=\nu/\chi$– число Прандтля, $\mathrm{Le}=D/\chi$– число Льюиса, $\varepsilon=-S_T\beta_T/\beta_C$– параметр разделения смеси, S_T– коэффициент Соре.

Для численного решения задачи термовибрационной конвекции в виде осевых валов, вводятся две функции тока: для осредненного поля Ψ и для пульсационного поля F, а также функция завихренности φ:

$$v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial z},\ v_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial x},\ w_x = \frac{\partial F}{\partial z},\ w_z = -\frac{\partial F}{\partial x},\ \varphi = -\Delta \Psi\ . \qquad (4)$$

Во втором параграфе в условиях заданной постановки задачи кратко обсуждается механическое квазиравновесие (состояние, при котором средняя скорость равна нулю, а пульсационная составляющая в общем случае существует).

В третьем параграфе исследуются процессы формирования конвективных структур и переходов между ними. Для получения численного результата использовался метод конечных разностей. Расчет полей завихренности φ, температуры T, и концентрации C осуществлен с использованием неявной схемы продольно-поперечной прогонки метода дробных шагов. Значения функции тока Ψ находились с помощью метода последовательной верхней релаксации. Шаги сетки выбирались равными между собой $h_x=h_z=0.05$. Длина ячейки $L=2$. Для данной сетки порог возникновения конвекции в однородной жидкости соответствует числу Релея $Ra_*=1686$. Для удобства вводится эффективное число Релея $r=Ra/Ra_*$. Здесь и в следующей главе значения безразмерных параметров для численного моделирования нелинейных режимов соответствует смеси спирт-вода: число Льюиса Le=0.01, число Прандтля Pr=10 и параметр разделения смеси ε=-0.25.

Получены бифуркационные диаграммы конвективных режимов для различных значений числа Гершуни (вибрационного числа Релея) и угла наклона оси вибраций к горизонтали α. Как и в отсутствии вибраций конвекция возникает колебательным образом при $r=r_{osc}$. В случае горизонтальных вибраций (α=0˚) и Gs=1000 в результате эволюции возмущений в области $r>r_{osc}$ устанавливается режим стационарной конвекции SOC (Stationary Overturning Convection). При уменьшении относительного числа Релея в точке r^* режим стационарной конвекции в результате бифуркации нарушения четности меняется на устойчивый режим бегущих волн TW (Travelling Wave). В точке r_S^{TW} бегущая волна теряет устойчивость и устанавливается режим равновесия. Построены зависимости критических параметров, характеризующих конвективные течения бинарной смеси (в том числе режим бегущих волн) от интенсивности вибрационного воздействия при фиксированном угле наклона α=0˚ и от угла наклона оси вибраций при фиксированном числе Гершуни Gs=1000. Показано, что увеличение числа Гершуни Gs (рис. 1а) приводит к монотонному (практически линейному) снижению значений числа Релея, соответствующих переходам между различными режимами: состояние механического равновесия - колебательная неустойчивость (r_{osc}), бегущая волна - механическое квазиравновесие (r_S^{TW}) или бегущая волна - стационарная конвекция (r^*). Причем при условии (Gs<300) в результате эволюции возмущений устанавливается бегущая волна, а при (Gs>300) после переходного процесса формируется режим стационарной конвекции. Увеличение угла наклона оси вибраций (рис. 1б) приводит к линейному увеличению всех критических значений: r_S^{TW}, r_{osc}, r^*.

В четвертом параграфе первой главы проведен анализ и сделан вывод о нару-

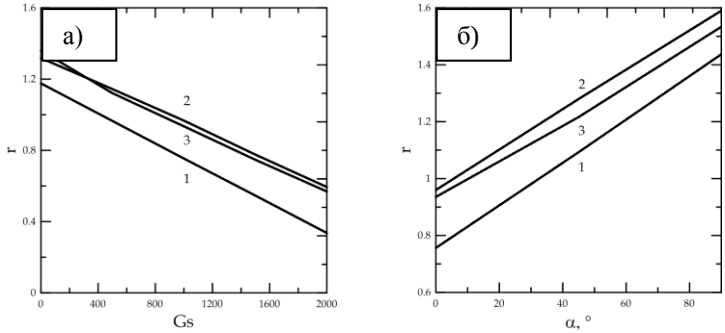

Рис. 1. *Зависимость критических параметров,* 1- r_S^{TW}, 2- r_{osc}, *3*- r^* *от* **а)** *интенсивности вибрационного воздействия* Gs *при* $\alpha=0^\circ$ *и* **б)** *от угла наклона* α *при* Gs=1000.

шении зеркально-сдвиговой симметрии бегущих волн в бинарной смеси под действием вибраций, направленных под произвольным углом наклона к горизонтали. Зеркально-сдвиговая симметрия (W. Barten, M. Lücke, W. Hort, and M. Kamps // Phys. Rev. Lett. – 1989. – Vol. 63. – 376) представляет собой утверждение о том, что при смещении аргумента каждого из полей, характеризующих конвекцию бинарной смеси, на полупериод по x координате и при смене z координаты на 1-z, все поля меняют знак:

$$f(x,z,t) = -f\left(x+\frac{\lambda}{2},1-z,t\right). \qquad (6)$$

Для вывода о нарушении зеркально-сдвиговой симметрии достаточно рассмотреть уравнение движения, записанное в терминах функций тока и завихренности:

$$\frac{1}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{1}{\mathrm{Pr}}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial z}\frac{\partial\varphi}{\partial x}-\frac{\partial\Psi}{\partial x}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)=\Delta\varphi+\mathrm{Ra}\frac{\partial(T+C)}{\partial x}+$$
$$+\mathrm{Gs}\left(\cos\alpha\left[\frac{\partial(T+C)}{\partial z}\frac{\partial^2 F}{\partial x\partial z}-\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}\frac{\partial(T+C)}{\partial x}\right]+\sin\alpha\left[\frac{\partial(T+C)}{\partial x}\frac{\partial^2 F}{\partial x\partial z}-\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\frac{\partial(T+C)}{\partial z}\right]\right). \qquad (7)$$

В общем случае, когда есть зависимость от угла наклона оси вибраций (7), одно из слагаемых в уравнении движения, а именно слагаемое, содержащее $\cos\alpha$, не удовлетворяет этому условию. Нарушение зеркально-сдвиговой симметрии наглядно демонстрируют изолинии пульсационной функции тока F для горизонтальных и вертикальных вибраций (Рис. 2а, на середине высоты слоя знак функции тока не меняется). В случае вертикальных вибраций $\cos\alpha=0$ и зеркально-сдвиговая симметрия сохраняется (Рис. 2б, на середине высоты слоя знак функции тока меняется при сдвиге на половину длины волны).

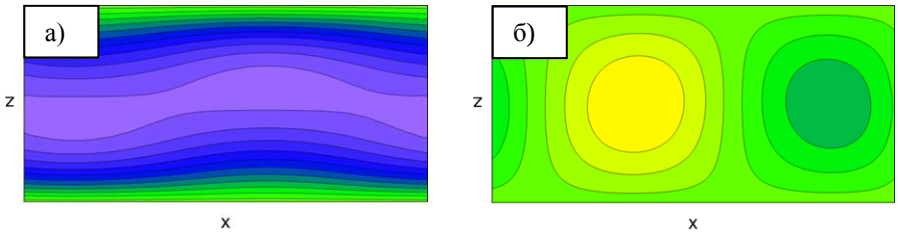

Рис. 2. *Изолинии пульсационной функции тока F при угле наклона* **а)** α=0º, r=0.860, **б)** α=90º, r=1.501

Третья глава посвящена анализу устойчивости и нелинейных устойчивых режимов конвекции молекулярной бинарной смеси: спирт-вода, заполняющей горизонтальный слой при подогреве снизу и наличии вертикальных высокочастотных вибраций.

В первом параграфе приводится постановка задачи. Во втором рассматривается поведение малых возмущений основного состояния и получено приближенное аналитическое решение задачи, позволяющее определить пороги возникновения вибрационной конвекции при наличии вертикальных вибраций с помощью простого пересчета данных о порогах конвекции в отсутствии вибраций.

$$\mathrm{Ra}(\mathrm{Gs}) = \mathrm{Ra}(\varepsilon) + \frac{(1+\varepsilon)k^2\mathrm{Gs}}{(\pi^2 + k^2)}. \qquad (8)$$

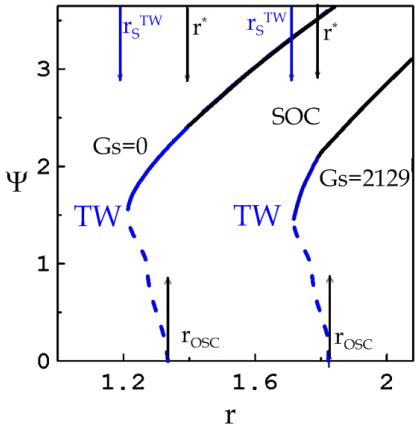

Рис. 3. *Бифуркационная диаграмма. Пунктирная синяя линия соответствует неустойчивой бегущей волне, сплошная синяя линия- устойчивой бегущей волне, черная сплошная- стационарному режиму конвекции*

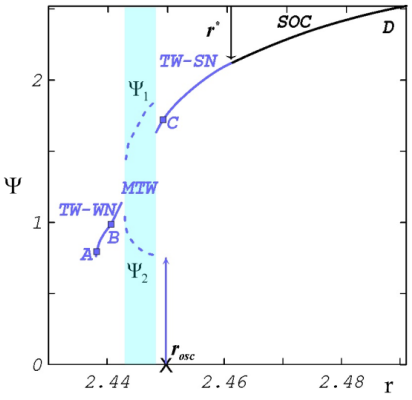

Рис. 4. *Бифуркационная диаграмма режимов конвекции. Точки* A, B *– слабонелинейный режим бегущих волн,* C- *сильно нелинейный режим бегущих волн,* D- *режим стационарной конвекции*

Показано, что частота нейтральных колебаний не зависит от интенсивности вибраций.

В третьем параграфе обсуждается влияние вертикальных вибраций на особенности формирования конвективных течений. Показано, что при умеренных значениях числа Гершуни бифуркационная диаграмма, как целое, сдвигается в область больших чисел Релея.

На бифуркационной диаграмме режимов (Рис. 3), как и в случае отсутствия вибраций (Gs=0), существуют области устойчивых (сплошные линии) и неустойчивых (пунктирные линии) бегущих волн (TW), а также стационарной конвекции (SOC).

Увеличение интенсивности вибраций (числа Гершуни) приводит к росту критических значений числа Релея, соответствующих переходам между различными режимами: r_S^{TW}, r_{osc}, r^*.

В четвертом параграфе главы анализируются нелинейные режимы конвективных течений, существующие при достаточно сильном вибрационном воздействии. Бифуркационная диаграмма меняется качественным образом (Рис. 4). Показано, что высокочастотные вибрации придают устойчивость режиму слабонелинейных бегущих волн TW-WN (Рис. 4). Поле концентрации вдоль горизонтальной координаты хорошо описывается первой пространственно-временной гармоникой (Рис. 5а, 5б).

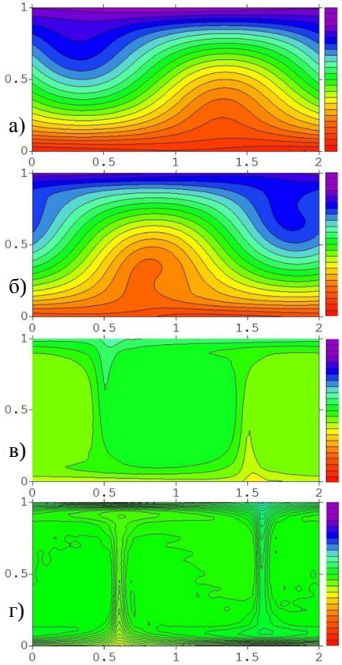

Рис. 5. *Поля концентрации в режиме* TW-WN **а)** r=2.438, **б)** r=2.441, **в)** *в режиме* TW-SN r=2.450 *и* **г)** *в режиме стационарной конвекции при* r=2.488. Gs=5000, ε=-0.25, Le=0.01, Pr=10.

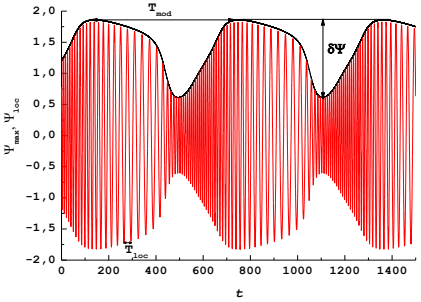

Рис. 6. *Изменение по времени* Ψ_{loc} *(красная линия) и* Ψ_{max} *(черная линия)*

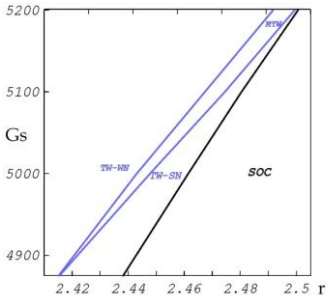

Рис. 7. *Карта режимов на плоскости параметров* (Gs,r)

Кроме того, появляется новое решение в виде бегущих волн, модулированных по амплитуде MTW (Рис. 6) и по фазе (скорость конвективного течения меняется с течением времени). В режиме сильнонелинейных бегущих волн (Рис. 4) TW-SN поле концентрации характеризуется набором пространственных гармоник (Рис. 5в).

На плоскости параметров число Релея-число Гершуни (Рис. 7) найдены границы областей существования слабонелинейных бегущих волн, сильнонелинейных бегущих волн, а также модулированных бегущих волн.

В четвертой главе рассматривается конвекция коллоидной суспензии в наклонной ячейке, при малых углах наклона к горизонтали. В первом и втором параграфах обсуждаются система уравнений, граничные условия и методы решения задачи. Ширина ячейки – h, длина $4h$. Границы слоя твердые, идеально теплопроводные, непроницаемые для компонент вещества. Ячейка находится в поле тяжести. Коллоидная смесь представлена на примере частиц оксида алюминия (Al_2O_3) с диаметром частиц примеси d=20 нм и средней объемной долей C=1.31 %.

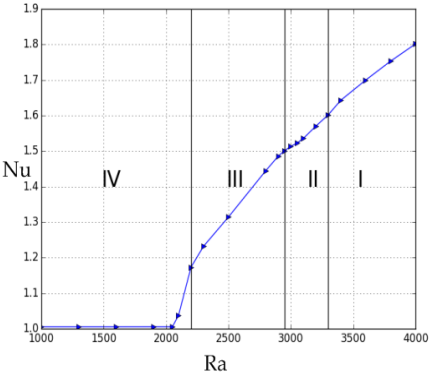

Рис. 8. *Бифуркационная диаграмма для угла наклона ячейки α=5°, зависимость числа Нуссельта* Nu *от числа Релея* Ra.

Задача решается с помощью использования конечно-разностной схемы методом контрольных объемов. Анализируются нелинейные режимы конвекции. В качестве начальных условий для концентрации выбирается однородное распределение.

Уравнение состояния коллоидной суспензии имеет вид:

$$\rho = \rho_0\left(1-\beta_T T+\beta_C \delta C\right). \quad (9)$$

C – концентрация тяжелой компоненты смеси. Безразмерная система уравнений описывающих конвекцию коллоидной суспензии имеет вид:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+(\boldsymbol{v}\nabla)\boldsymbol{v}=-\nabla p+\mathrm{Pr}\Delta\boldsymbol{v}+\mathrm{Pr}(\mathrm{Ra}T+\mathrm{B}C)\boldsymbol{n},\\
&\boldsymbol{n}=(\sin\alpha,\,0,\,\cos\alpha),\\
&\frac{\partial T}{\partial \mathrm{t}}+(\boldsymbol{v}\nabla)T=\Delta T,\\
&\frac{\partial C}{\partial t}+(\boldsymbol{v}\nabla)C=\mathrm{Le}\left(\Delta C+\frac{1}{l}\left[\frac{\partial C}{\partial z}\cos\alpha+\frac{\partial C}{\partial x}\sin\alpha\right]\right),\\
&\mathrm{div}\boldsymbol{v}=0.
\end{aligned} \quad (10)$$

В системе уравнений (10) $B=g\beta_C \overline{C}\, h^4/\nu\chi l_{sed}$ – число Больцмана, $l=l_{sed}/h$– безразмерная длина седиментации, где $l_{sed}=k_b \overline{T}\,/\delta\rho Vg$ – седиментационная длина, $\delta\rho$–разность плотности твердой примеси и жидкости-носителя, V –объем примесных частиц, k_b– постоянная Больцмана. При численном моделировании в качестве параметров задачи (10) выбраны следующие значения параметров: число Льюиса $Le=1.5\cdot10^{-4}$, число Прандтля Pr=10, $B=1.68\cdot10^4$, l=5.6, соответствующие эксперименту (Chang B. H., Mills A. F., Hernandez E. Int. J. Heat Mass Transfer. – 2008. – Vol. 51. – P. 1332-1341).

В третьем и четвертом параграфах проанализированы свойства конвективных течений коллоидной суспензии при различных углах наклона ячейки к горизонтали. Интенсивность конвективного теплопереноса характеризовалась усредненным по времени тепловым потоком, приходящимся на единицу длины нижней границы конвективной ячейки (число Нуссельта).

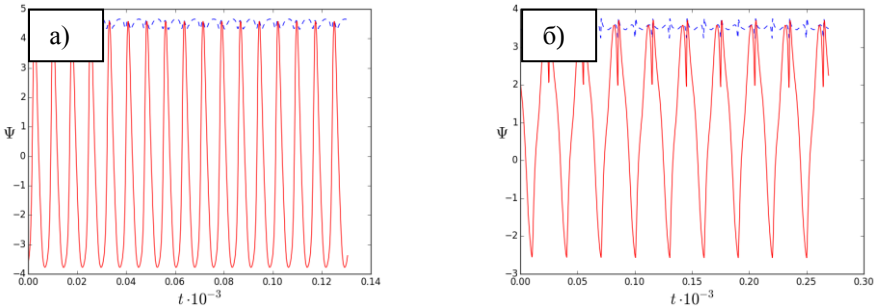

Рис. 9. *Зависимость максимальной функции тока* Ψ *(пунктирная линия) и локальной (сплошная линия) от времени в режиме* **а)** *бегущих волн* Ra=3800 *и* **б)** *в периодическом режиме* Ra=3100

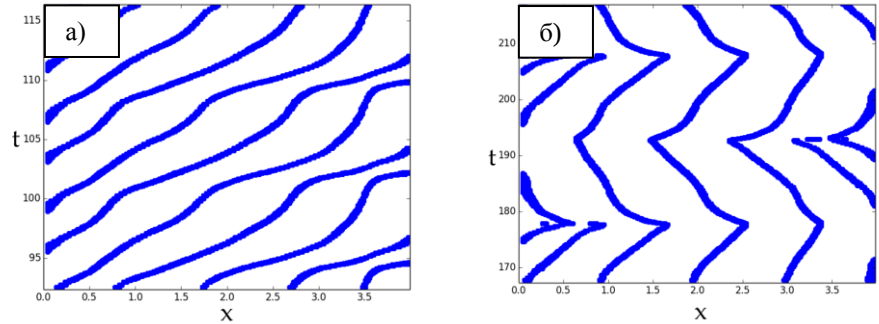

Рис. 10. *Изменение по времени и x- координате экстремумов осредненной функции тока* Ψ **а)** *в режиме модулированных бегущих волн* Ra=3800 *и* **б)** *в периодическом режиме* Ra=3100

Бифуркационная диаграмма (зависимость числа Нуссельта от числа Релея) конвективных режимов для угла наклона 5° представлена на рис. 8. Цифрами I-

IV обозначены области существования различных режимов течения коллоидной суспензии. I – режим модулированной бегущей волны (Рис. 9а, 10а). Волна зарождается на левой границе и гаснет на правой границе. В каждый момент времени в слое существует до 5 вихрей. Фазовая скорость их перемещения вдоль слоя меняется со временем (бегущая волна является слабомодулированной). II – периодический режим (Рис. 9б, 10б).

При уменьшении числа Релея, режим бегущих волн сменяется на периодический режим, в котором волна, доходя до границы слоя, отражается от нее и движется в обратном направлении. Фазовая скорость такого течения меньше чем в режиме бегущих волн, и на границе слоя возникает распределение концентрации, вызывающее отражение волны. III – режим нерегулярных колебаний, в котором период колебаний функции тока в ходе эволюции во времени меняется в широких пределах, а их спектр Фурье содержит множество гармоник и их производных. IV – режим слабого течения, число Нуссельта близко к единице.

С увеличением угла наклона слоя конвективные течения усложняются. Для случая α=1˚ на бифуркационной диаграмме присутствуют только два режима: слабого течения и модулированной бегущей волны. Периодический режим появляется при α=3˚. При α=7˚ появляется смешанный режим, в котором быстрое колебательное движение конвективной структуры от одной боковой границы к другой, сменяется ее медленным поступательным перемещением.

В Заключении перечислены основные результаты исследований, изложенных в диссертации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1) Впервые определено влияние интенсивности вибраций и наклона их оси к горизонтали на границы существования бегущих волн в горизонтальном слое бинарной смеси, обладающей аномальной термодиффузией. Показано, что для горизонтальных вибраций рост числа Гершуни приводит к понижению границ перехода от режима бегущих волн к теплопроводному режиму или к режиму стационарной конвекции.

2) На основе анализа уравнений сделан вывод, о том, что вибрации, направленные под углом к горизонту, разрушают зеркально-сдвиговую симметрию бегущих волн в молекулярной бинарной смеси. Этот вывод проиллюстрирован результатами численного моделирования.

3) Получена приближенная аналитическая зависимость, позволяющая, зная пороги конвекции бинарной смеси в статическом поле тяжести получить критические числа Релея, характеризующие колебательную неустойчивость в вибрационном поле вертикальных вибраций. Показано, что частота нейтральных колебаний не зависит от интенсивности вибрационного воздействия.

4) Продемонстрировано, что высокочастотные вертикальные вибрации стабилизируют режим слабонелинейных бегущих волн, неустойчивый в статическом поле тяжести. Этот результат аналогичен вибрационной стабилизации маятника Капицы в его верхнем положении.

5) Обнаружено и изучено новое конвективное решение – устойчивый режим модулированных по амплитуде и по фазе бегущих волн, существующий в молекулярной бинарной смеси под действием вертикальных высокочастотных вибраций. Показано, что увеличение интенсивности теплового воздействия при фиксированном уровне вибраций увеличивает глубину модуляции волны.

6) Построены бифуркационные диаграммы конвективных течений коллоидной суспензии в наклонной ячейке. С увеличением угла наклона полости конвективные течения усложняются и появляются новые режимы конвекции: модулированные бегущие волны, режим волны, периодически меняющей направление движения, и нерегулярный колебательный режим. Показано, что более сложное поведение конвективных течений связано с уменьшением фазовой скорости волны.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

(статьи из списка ВАК выделены жирным шрифтом)

1) Ishutov S. M., Myznikova B. I., Smorodin B. L. Convection of a binary mixture under high-frequency vibrations// Comptes Rendus Mecanique. – 2013. – Vol. 341. – P. 477-482.

2) Smorodin B. L., Myznikova B. I., Ishutov S. M. Travelling-wave convection in a binary fluid mixture under high-frequency vertical vibrations// Phys. Rev. E. – 2014. –Vol. 89 (5). – 053004.

3) Smorodin B., Cherepanov I., Ishutov S. Convective flows of colloidal suspension in an inclined closed cell// Fluid Dynamics Research. – 2016. – Vol. 48 (6). – 061423.

4) Smorodin B. L., Ishutov S. M., Myznikova B. I. On the convection of a binary mixture in a horizontal layer under high-frequency vibrations// Microgravity-Science and Technology. – 2018. – Vol. 30. – P. 95-102.

5) Ишутов С. М., Смородин Б. Л. Влияние высокочастотных вибраций на образование структур бинарной смеси// Физика для Пермского края. – 2012. – С. 23–26.

6) Ишутов С. М., Мызникова Б. И., Смородин Б. Л. Влияние высокочастотных вибраций на конвекцию молекулярной бинарной смеси// Вестник Пермского университета, Серия: Физика. – 2013. – № 1(23). – С. 25–29.

7) Ишутов С. М. Конвекция в горизонтальном слое бинарной смеси под действием высокочастотных вибраций// 1-я Международная конференция Пермские гидродинамические научные чтения: Тезисы докладов, 28-30 ноября 2013 г., Пермь. – С. 21.

8) Ишутов С. М., Смородин Б. Л., Черепанов И. Н. Конвективные течения коллоидной суспензии в наклонной замкнутой полости// Всероссийская научно-практическая конференция “Актуальные задачи механики сплошных сред”: Тезисы докладов, 2014 г., Пермь. – С. 25.

9) Ишутов С. М., Смородин Б. Л., Черепанов И. Н. Влияние наклона полости на тепло- массоперенос в коллоидной суспензии// 2-я Международная конференция Пермские гидродинамические научные чтения: Тезисы докладов, 2-4 декабря 2014 г., Пермь. – С. 29–30.

10) Смородин Б. Л., Ишутов С. М., Черепанов И. Н. Тепловая конвекция коллоидной суспензии в наклонном контейнере// XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: Сборник докладов, 20–24 августа 2015 г., Казань. – С. 3533–3534.

11) Smorodin B., Cherepanov I., Ishutov S. Convective flows of colloidal suspension in an inclined closed cell// Sixth International Symposium on Bifurcations and Instabilities in Fluid Dynamics: Book of abstracts, 15-17 July 2015, Paris. – P. 162.

12) Смородин Б. Л., Мызникова Б. И., Ишутов С. М. Устойчивость бинарной смеси под действием высокочастотных вертикальных вибраций// 3-я Всероссийская конференция Пермские гидродинамические научные чтения: Тезисы докладов, 13-14 ноября 2015 г., Пермь. – С. 68.

13) Smorodin B., Cherepanov I., Ishutov S. Convection of colloidal suspension in a Hele-Shaw cell // 12th International Meeting on Thermodiffusion Madrid: Book of abstracts, May 30th-June 3rd. 2016, Spain. – P. 107.

14) Ишутов С. М. Образование конвективных структур в замкнутой ячейке с коллоидной суспензией при малых углах наклона// 4-я Всероссийская конференция Пермские Гидродинамические научные чтения: Тезисы докладов, 9-10 декабря 2016 г., Пермь. – С. 35–36.

15) Ишутов С. М. Устойчивость горизонтального слоя бинарной смеси при различных направлениях высокочастотных вибраций// XX Зимняя школа по механике сплошных сред: Тезисы докладов, 13-16 февраля 2017 г., Пермь. – С. 150.

Подписано в печать 23.08.2018 г. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 0.93. Тираж 100 экз. Заказ № .
Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии издательства
Пермского национального исследовательского политехнического
университета.
614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, к. 113. Тел.: (342) 219-80-33