

Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии
наук филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Пермского федерального исследовательского центра Уральского отделения
Российской академии наук

На правах рукописи



БИЛАЛОВ ДМИТРИЙ АЛЬФРЕДОВИЧ

**МЕХАНИЗМЫ ЛОКАЛИЗАЦИИ ДЕФОРМАЦИИ И РАЗРУШЕНИЯ В
МЕТАЛЛАХ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ**

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
Наймарк Олег Борисович,
д. ф.-м. н., профессор

Пермь – 2018

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Модели деформируемого твердого тела при динамическом нагружении	14
1.1 Введение	14
1.2 Классификация математических моделей деформационного поведения материалов	15
1.3 Определяющие соотношения для описания поведения материалов при динамическом нагружении	16
1.4 Развитие модельных представлений о формировании полос адиабатического сдвига	20
1.5 Выводы	30
Глава 2. Математическая модель деформируемого твердого тела с дефектами ...	32
2.1 Введение	32
2.2 Широкодиапазонные определяющие соотношения упруго-вязко- пластической среды с мезоскопическими дефектами	33
2.3 Выражение для расчета напряжений	35
2.4 Полная система полевых уравнений	36
2.5 Зависимость вязкости от температуры	37
2.6 Идентификация параметров модели	41
2.7 Верификация параметров модели	47
2.8 Численная реализация модели	49
2.9 Выводы	52
Глава 3. Моделирование процесса локализации пластической деформации и разрушения металлов при динамическом нагружении	54
3.1 Введение	54
3.2 Моделирование процесса локализации пластической деформации на примере экспериментальной схемы сжатия «П-образцов»	55

3.3 Численный анализ «П-образцов»	64
3.4 Моделирование процесса локализации пластической деформации на примере экспериментальной схемы «Сдвиг-сжатие»	71
3.5 Численное моделирование пробивания преград	76
3.5.1 Постановка вычислительного эксперимента	76
3.5.2 Моделирование пробивания преград из сплава АМг6	77
3.5.3 Моделирование пробивания преград из сплава А6061 и стали 25ХНЗМФА	83
3.6 Оценка влияния нелокальных эффектов	85
3.7 Количественная оценка вклада термического разупрочнения в процесс локализации пластической деформации	87
3.8 Анализ сходимости и зависимости численного решения от масштаба дискретизации сплошной среды	91
3.9 Выводы	93
Заключение	95
Список литературы	98

Введение

Актуальность и степень разработанности темы исследования.

Локализация пластической деформации в металлах и сплавах при динамическом нагружении является процессом, зависящим от скорости и величины деформации, температуры, а также эволюции структуры материала. Механизм разрушения, связанный с формированием полос адиабатического сдвига, свойственен большинству пластичных материалов при высокоскоростном деформировании.

Интерес к данному явлению начался с работ Tresca H. (1879), а в дальнейшем исследования получили развитие в работах Marchand A., Duffy J. (1988), Giovanola H. (1988), Bai Y., Dodd B. (1992), Nemat-Nasser S. (1994). Классические модельные представления о формировании полос адиабатического сдвига, берущие начало с работ Zener C., Hollomon J. H. (1944), основаны на учете конкуренции двух механизмов: упрочнение, обусловленное повышением скорости деформации и разупрочнение, вызванное повышением температуры. Интенсивная локализация пластической деформации начинается тогда, когда материал теряет способность к упрочнению, а тепловыделения в условиях адиабатичности, существенно разупрочняют материал в узких областях. Данный механизм термопластической неустойчивости описан в работах Wright T. W., Ravichandran G., Molinari A., Clifton, R. J.

Построением определяющих соотношений для описания деформационного поведения пластичных материалов при динамическом нагружении занимались многие исследователи, среди них: Johnson G.R., Cook W.H. (1983), Zerilli F.J., Armstrong R.W. (1987), Voyiadjis G.Z., Abed F.H. (2005), Follansbee P.S., Kocks U.F. (1988), Preston D.L. (2003), Годунов С.К. (1975), Мержиевский Л.А. (2012).

Исследования последних десятилетий установили важную роль механизмов структурной релаксации, вклад которой может быть соизмерим с термическим разупрочнением в ходе процесса локализации деформации. Burns T.J. (1994) в своей работе, проведя численные исследования, основанные на классических представлениях об экспоненциальной зависимости вязкости материала от

температуры, пришел к выводу, что «температурный всплеск» не является решающим фактором в процессе локализации пластической деформации. Появились также экспериментально-теоретические исследования (Rittel D., Landau P., Dolinski M., Dorogoy A., Osovski S), в которых экспериментальным путем было показано, что адиабатические полосы сдвига могут формироваться при относительно невысоких температурах, а механизм их появления связывался с динамической рекристаллизацией, а значит – эволюцией структуры материала. Подобные результаты также отражены и в работах Наймарка О.Б., в которых локализация пластической деформации связывается со структурным переходом в ансамбле мезодефектов.

Моделирование процесса локализации пластической деформации является комплексной задачей. Это связано с тем, что данное явление представляет собой нелинейный процесс, происходящий в узких областях в течение малого времени. В связи с этим отмечается сильная зависимость решения от масштаба дискретизации сплошной среды, чему посвящены работы Merzer (1982), Belytschko (1996), Li S., Liu W. K. (2001). Сложности возникают и в обосновании критерия разрушения. В работах Zhou et. al. (1996) условия разрушения связываются с критической величиной деформации. В работе Needleman и Tvergaard (1995) был введен скалярный параметр поврежденности, ассоциируемый с пористостью, микротрещина. Vatra и Lear (2004) и McVeigh (2007) предложили развитие данного скалярного параметра: были учтены факторы зарождения, роста и слияния микротрещин. Medyanik (2007) в своих численных исследованиях в явном виде ввел динамическую рекристаллизацию в полосе сдвига в виде пост-локализованной поврежденности. А критерий разрушения задавался соотношением двух характерных температур: плавления и рекристаллизации. Данный критерий в отличие от предыдущих имел более наглядный физический смысл. Dolinski M. (2010) предложил энергетический критерий, применительно к моделированию формирования полос адиабатического сдвига. Rittel D. С соавторами (2012) предложили структурно-феноменологическую модель, отражающую физику процесса локализации

пластической деформации, связанную с динамической рекристаллизацией, появление которой исследователи связывали с достижением запасенной энергии в материале некоторого характерного значения. Схожий подход используется и в работах Наймарка О.Б. с коллегами, которые ввели два параметра, отвечающие за эволюцию структуры материала: тензор плотности микродефектов и параметр структурного скейлинга, являющийся отношением размера дефектов и расстоянию между ними. Однако, открытым является вопрос о влиянии температуры на структурные механизмы инициирования и развития процесса локализации деформации при динамическом нагружении.

Таким образом, вопрос о явном учете обоих механизмов разупрочнения: термического и эволюции структуры материала при моделировании локализации пластической деформации и записи соответствующих уравнений в системе определяющих соотношений с использованием внутренних переменных является актуальной задачей.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационной работы является обоснование роли структурных переходов, обусловленных коллективным поведением дефектов, в инициировании процесса локализации пластической деформации и построение математической модели, которая учитывает как структурные изменения, так и термическое разупрочнение, и способна адекватно описывать деформационное поведение металлов при динамическом нагружении.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

1. Построение структурно-феноменологической модели динамического деформирования металлов и сплавов с использованием широкодиапазонных определяющих соотношений, учитывающих кинетику дефектов.
2. Идентификация параметров модели для ряда материалов: АМг6, А6061, сталь 25ХНЗМФС, Д16.
3. Адаптация построенной модели к пакету прикладных программ Abaqus.
4. Проведение численных экспериментов по динамическому деформированию образцов в условиях, близких к чистому сдвигу (АМг6), и пробиванию преград (АМг6, А6061, сталь 25ХНЗМФС).

5. Количественная оценка вкладов термического и дефектного разупрочнений в общую релаксацию в процессе локализации пластической деформации.
6. Сравнение расчетов с результатами оригинальных экспериментов, проведенных в лаборатории Физических основ прочности ИМСС УрО РАН.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

1. Обобщение модели деформируемого твердого тела, описывающей связь структурных переходов, обусловленных дефектами, с релаксационными свойствами материалов, на случай динамического деформирования металлов с учетом эффектов термического разупрочнения.
2. Впервые развиваемая модель твердых тел с дефектами была применена для расчета процесса пробивания преград в двух- и трехмерной постановках.
3. Впервые на основе предложенной модели была получена количественная оценка и сравнение дефектного и термического вкладов в разупрочнение материала, инициирующее локализацию пластической деформации при динамическом нагружении.
4. Была предложена и апробирована методика определения параметра характерной температуры для учета термического разупрочнения в рамках используемой модели.

Теоретическая и практическая значимость работы. Теоретическая значимость обусловлена разработкой математической модели, отражающей связь механизмов структурной релаксации с развитием пластической неустойчивости и разрушения в условиях локализованного сдвига при динамическом нагружении. Практической значимостью является получение констант материалов (АМг6, А6061, сталь 25ХНЗМФС, Д16) при динамических условиях нагружения и адаптация построенной модели к пакету прикладных программ Abaqus применительно к постановкам трехмерного моделирования, что позволит прогнозировать прочностные характеристики реальных конструкций в условиях высокоскоростного деформирования. Практическую значимость представляет предложенная методика определения параметра характерной температуры, при

помощи которой можно находить константы модели для широкого класса материалов (металлы и сплавы).

Методология и методы исследования. Для построения уравнений, описывающих деформационное поведение металлов, использовались подходы теории определяющих соотношений с учетом внутренних переменных, характеризующих поведение дефектов. Вычислительные эксперименты по моделированию процессов деформирования и разрушения в условиях локализованного пластического сдвига реализованы на основе метода конечных элементов. Параметры модели определялись путем решения задачи минимизации невязки (методом поиска) между теоретической и экспериментальной диаграммами деформирования.

Положения, выносимые на защиту:

1. Математическая модель, связывающая механизмы релаксации с ростом дефектов, позволяющая описать процессы неупругого деформирования и разрушения металлов и сплавов при динамическом нагружении.
2. Численная реализация построенной модели в виде программы (пользовательской процедуры) в конечно-элементном пакете Abaqus для проведения вычислительного эксперимента.
3. Результаты комплексного исследования поведения материалов АМгб, А6061, сталь 25ХНЗМФС при динамическом нагружении: обоснование роли кинетики дефектов, количественная оценка вкладов термического и дефектного разупрочнений в процесс локализации пластической деформации и разрушения материалов в зависимости от скорости деформирования.
4. Разработанный алгоритм проверки адекватности модели для учета эффекта термического разупрочнения на основе данных натурного эксперимента.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность результатов численного моделирования подтверждается удовлетворительным соответствием экспериментальным данным, проведенным анализом сходимости, сопоставлением с результатами других авторов

Результаты диссертационной работы были представлены на следующих международных и российских конференциях: XVIII, XIX и XX Зимняя школа по механике сплошных сред (2013, 2015, 2017 Пермь), XXI Санкт-Петербургские чтения по проблемам прочности (2014, Санкт-Петербург), International Workshop “Failure of Heterogeneous Materials under Intensive Loading: Experiment and Multiscale Modeling” (2014 Russia, Perm), XVI Всероссийская научно-техническая конференция «Аэрокосмическая техника, высокие технологии и инновации» (2015, Пермь), XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Казань, 2015), XXII и XXIV Всероссийская школа-конференция «Математическое моделирование в естественных науках» (2013, 2015, Пермь), Всероссийская научно-техническая интернет-конференция «Прикладная математика, механика и процессы управления» (2013, Пермь), XII Международная конференция «Забабахинские научные чтения» (2014, Снежинск), Международная конференция «XVII Харитоновские тематические научные чтения. Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны» (2015, Саров), Международная конференция «Физическая мезомеханика многоуровневых систем. Моделирование, эксперимент, приложения» (2014, Томск), Международная конференция «Перспективные материалы с иерархичной структурой для новых технологий и надежных конструкций» (2015, Томск), LVIII Актуальные проблемы прочности (2017, Пермь).

Исследования проводились в рамках грантов РФФИ: 16-48-590534 p_a, 15-08-08921 A, 15-02-03225 A, 14-01-96012 p_урал_a, 14-01-00842 A, 14-01-31193 мол_a, 13-08-96025 p_урал_a, и гранта РНФ: 14-19-01173.

Личный вклад соискателя заключается в модификации модели деформируемого твердого тела с дефектами для описания процесса локализации пластической деформации в металлах и сплавах при динамическом нагружении, проведении всех расчетов, сопоставлении результатов моделирования с экспериментальными данными, предложенным алгоритмом идентификации и

верификации параметров модели, необходимых для учета термического разупрочнения.

Публикации

Основные результаты опубликованы в 28 печатных работах, включая 8 статей в журналах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук (в том числе 5 – в изданиях, рекомендованных ВАК, 5 – в изданиях, входящих в базу цитирования Web of Science и Scopus).

Объем работы

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав и заключения. Исследование представлено на 107 страницах, содержит 38 рисунков, 7 таблиц и список литературы из 94 наименований.

Во введении представлены актуальность, научная новизна, практическая значимость, цели и задачи исследования. Изложено краткое описание глав работы.

Первая глава носит обзорный характер. В ней приведена классификация математических моделей деформационного поведения материалов, обзор определяющих соотношений для описания динамического нагружения, а также развитие модельных представлений о формировании полос адиабатического сдвига.

Вторая глава посвящена построению математической модели, учитывающей кинетику дефектов и ее связь с релаксационными свойствами материалов. На основе широкодиапазонных определяющих соотношений записывается полная система дифференциальных уравнений в частных производных для описания деформационного поведения металлов и сплавов. Система состоит из: уравнений движения и неразрывности, кинематического соотношения, представления тензора напряжений в виде суммы шаровой и девиаторной частей, уравнения теплопроводности в адиабатическом приближении, выражения для неравновесной свободной энергии, закона Гука в

скоростной форме, кинетических уравнений для пластической деформации и тензора плотности микросдвигов и критерия разрушения.

Для адекватного моделирования процессов динамического нагружения в уравнения вносится поправка в виде зависимости от температуры одного из кинетических коэффициентов (параметров модели). Данная поправка позволяет учесть термическое разупрочнение. Также она описывает эффект повышения пластичности с ростом температуры деформирования.

Предлагается методика определения необходимых констант для учета эффекта температурной релаксации. Параметры модели идентифицируются и верифицируются для ряда материалов: АМг6, А6061, сталь 25ХНЗМФС, Д16. Идентификация констант проводится на примере экспериментов по одноосному нагружению путем минимизации невязки между теоретической и расчетной диаграммами деформирования, а также с использованием данных о деформировании материалов при различных температурах. Верификация найденных параметров проводится сопоставлением с другими экспериментами по нагружению материалов с различными скоростями деформации и температурами; сравнением результатов моделирования с известными из литературы экспериментами по деформированию и разрушению металлов на примере внедрения ударника в мишень.

Проводится выбор и обоснование численного метода для решения построенной системы уравнений. Предложенная модель реализована в виде программы (пользовательской процедуры) в конечно-элементном пакете Abaqus для проведения численного моделирования исследуемых процессов.

Третья глава диссертационной работы посвящена моделированию локализации пластической деформации и разрушения металлов при динамическом нагружении в различных постановках.

Первые две постановки посвящены моделированию локализации пластического сдвига на примере образцов специальной формы: «П-образцы» и «Сдвиг-сжатие». Для П-образцов проведен анализ напряженно-деформированного состояния, который показал возможность решения задачи в

двумерной постановке (плоско-деформированное состояние). Так же была оценена необходимость учета теплопроводности при динамическом нагружении, и было показано, что ею можно пренебречь, начиная со скоростей 2000 с^{-1} . Численно была проверена экспериментальная методика определения касательных напряжений для П-образцов. Проведена количественная оценка вкладов термического разупрочнения и структурной релаксации, и показано, что температура начинает играть существенную роль в процессе локализации со скоростей деформации, превышающих 10^4 с^{-1} (для сплава АМгб). При меньших скоростях деформации решающую роль играют дефекты.

Третья постановка связана с моделированием локализации деформации и разрушения материалов на примере задачи о пробивании дискообразных преград цилиндрическим ударником. В рамках данной постановки был исследован достаточно широкий диапазон скоростей деформаций (от 2000 до 30000 с^{-1}), на котором построенная модель показала удовлетворительное соответствие экспериментальным данным.

Проведен теоретический анализ вклада термического разупрочнения в процесс локализации пластической деформации и разрушения материалов в зависимости от скорости деформации. Показано, что для сплава АМгб существенная роль температурного разупрочнения начинается со скоростей деформации 10^4 с^{-1} . При меньших скоростях большую роль играет структурная релаксация.

Результаты моделирования по всем трем постановкам сравнивались с экспериментами, проведенными в Лаборатории физических основ прочности ИМСС УрО РАН, и находятся в удовлетворительном соответствии.

Для всех постановок был проведен анализ сходимости численного решения, в ходе которого было показано, что результаты расчетов сходятся, что является одним из критериев адекватности моделирования. Особое внимание было уделено исследованию зависимости решения от шага сетки при моделировании разрушения. Было показано, что существует такой масштаб дискретизации

сплошной среды, при котором решение перестает зависеть от характерного размера конечного элемента.

В заключении подводятся общие итоги проделанной работы.

Глава 1. Модели деформируемого твердого тела при динамическом нагружении

1.1. Введение

Локализация пластической деформации в металлах и сплавах при динамическом нагружении является процессом, зависящим от скорости и величины деформации, температуры, а также эволюции структуры материала. Механизм разрушения, связанный с формированием полос адиабатического сдвига (ПАС), свойственен большинству пластичных материалов при высокоскоростном деформировании.

Интерес к данному явлению начался с работ Tresca Н. [1], а в дальнейшем получил развитие в многочисленных экспериментальных и теоретических исследованиях, некоторые из которых [2-21] представлены в обзоре. На сегодняшний день сложилось две наиболее распространенные точки зрения на механизмы локализации пластической деформации при динамическом нагружении. Первая – это так называемый механизм термопластической неустойчивости, согласно которому тепловыделения в условиях адиабатичности локализуются в узких областях и существенно разупрочняют материал. Подтверждением являются эксперименты по динамическому нагружению с регистрацией полей температуры в режиме реального времени с использованием высокоскоростной инфракрасной камеры [3, 4]. Однако, существуют также работы, в которых указывается существенная роль структурных изменений, приводящих к релаксации напряжений и обуславливающих локализацию деформации [13, 15, 16, 17, 19, 20].

Данные экспериментальных исследований свидетельствуют о том, что деформационное поведение металлов и сплавов при динамическом нагружении сложнее, чем при квазистатическом, и для его описания необходимы модели, учитывающие различные отклики материала на приложенную нагрузку в

зависимости от скорости деформации, температуры, а также эволюцию структуры.

1.2. Классификация математических моделей деформационного поведения материалов

Существуют различные классы математических моделей, описывающих деформационное поведение материалов:

- 1. Молекулярно-динамическое моделирование.** В данных моделях описывается взаимодействие частиц на микроуровне, вплоть до взаимодействия атомов. Такой подход может учесть детали физического процесса, однако требует огромных вычислительных ресурсов. Как правило, современные вычислительные машины не позволяют производить расчеты на масштабах реальных конструкций, максимум – на масштабах представительного объема. Примерами работ являются [12, 13, 14].
- 2. Многоуровневые модели.** При таком подходе выделяются несколько рассматриваемых уровней, и отклик материала вычисляется последовательно путем вычисления реакции материала на различных уровнях и постепенного перехода от одного масштаба к другому вплоть до макро-объема. Преимуществом подхода является учет физики процесса, также, как и в п.1, но при меньших вычислительных затратах, позволяющих проводить расчеты задач на макроуровне. Однако недостатком является сложность в переходах между различными уровнями. Примерами работ являются [22, 23, 24, 25].
- 3. Феноменологические модели.** Суть заключается в том, что на макроуровне записывается выражение для напряжений в виде зависимости от деформации, температуры, скорости деформации и возможных внутренних переменных. Данные определяющие соотношения (ОС) служат для замыкания балансовых уравнений. Преимуществом таких моделей является простота в реализации и определении констант.

Поэтому они пользуются широкой популярностью в инженерных приложениях. Недостатками являются неучет физики процесса пластического деформирования, обусловленного эволюцией структуры, и, как следствие, ограниченность области применения. Классической феноменологической моделью является модель Джонсона-Кука [26].

4. **Структурно-феноменологические модели.** Это ОС, которые строятся также на макроуровне, но содержат переменные, которые отражают определенную физику процесса, связанную с изменениями на мезо и/или микроуровнях. Такие модели проще в реализации, чем из п. 1, 2, но при этом, в отличие от п. 3, учитывают физику явления, хотя и не в полной мере, как в п.1, 2. Примерами таких работ служат [27, 28].

В настоящей диссертационной работе было решено использовать структурно-феноменологический подход для построения модели, способной описывать деформационное поведение металлов и сплавов при динамическом нагружении.

1.3. Определяющие соотношения для описания поведения материалов при динамическом нагружении

Наиболее простым ОС, учитывающим температуру и скорость деформации является соотношение Джонсона-Кука [26]:

$$\sigma_T = (A + B(\varepsilon^P)^n)(1 + C \ln(\frac{\dot{\varepsilon}^P}{\dot{\varepsilon}_0^P}))(1 - (\frac{T - T_0}{T_{пл} - T_0})^m),$$

где: σ_T – предел текучести, ε^P – интенсивность пластической деформации, $\dot{\varepsilon}^P$ – интенсивность скорости пластической деформации, $\dot{\varepsilon}_0^P$ – интенсивность начальной скорости пластической деформации, T – температура, $T_{пл}$ – температура плавления, T_0 – начальная температура, A, B, n, C, m – константы материала.

Данная модель содержит константы, которые можно определить из независимых экспериментов, варьируя один параметр и фиксируя другие. Например, нагружать материал при различных температурах с постоянной скоростью деформации или наоборот. Поэтому ОС Джонсона-Кука хорошо аппроксимирует экспериментальные данные внутри диапазонов варьирования параметров при идентификации констант. Поэтому данная модель пользуется большой популярностью в инженерных расчетах. Однако ее минусами является, во-первых, неучет структурных изменений в материале, а во-вторых, проблематичность проведения расчетов за пределами варьирования интервалов параметров при идентификации.

ОС Зерилли и Армстронга учитывает физические аспекты дислокационной механики [29]. Авторами было установлено, что температурный и скоростной отклики различны для металлов с ОЦК и ГЦК решеткой:

$$\begin{aligned}\sigma_T^{\text{ОЦК}} &= C_0 + C_1 \text{Exp}(-C_3 T + C_4 T \ln[\dot{\epsilon}^p]) + C_5 (\epsilon^p)^n, \\ \sigma_T^{\text{ГЦК}} &= C_0 + C_2 (\epsilon^p)^n \text{Exp}(-C_3 T + C_4 T \ln[\dot{\epsilon}^p]),\end{aligned}$$

где: C_{0-5} , n – константы материала. C_0 связана с законом Холла-Петча, который описывает повышение предела текучести σ_0 с уменьшением размера зерен d : $\sigma_0 + kd^{0,5}$. Металлы с ОЦК-решеткой проявляют сильную зависимость напряжения течения от температуры и скорости нагружения, в то время как у ГЦК-металлов σ_T изменяется в основном из-за деформационного упрочнения.

В работе [30] была предложена модификация ОС Зерилли и Армстронга для увеличения диапазонов температуры и скорости деформации:

$$\sigma_T = Y(1 - (\beta_1 T - \beta_2 T \ln[\dot{\epsilon}^p])^{1/q})^{1/m} + B(\epsilon^p)^n + Y_a,$$

где: Y – порог предела текучести; Y_a – напряжение, не зависящее от температуры; β_1 , β_2 – константы, которые описывают эффекты дислокационной плотности и величины масштаба в течении эволюции упрочнения при больших деформациях;

B, n – параметры деформационного упрочнения; m, q – подгоночные константы ($1 \leq m, q \leq 2$).

Дальнейшим развитием стала модель Фоллансби и Кокса [31, 32], основанная на введении термических и атермических пороговых напряжений:

$$\sigma_T = \sigma_a + (\sigma_0 - \sigma_a) \left\{ 1 - \left[\frac{kT \ln(\dot{\epsilon}_0^p / \dot{\epsilon}^p)}{g_0 \mu b^3} \right]^{1/q} \right\}^{1/m},$$

где: σ_a – характеризует пороговое напряжение (атермический порог), независимое от скорости, связанное с взаимодействием дислокаций с дальнедействующими барьерами (например, границы зерен); при этом второе слагаемое отвечает за взаимодействие с близкодействующими препятствиями (термический порог); g_0 – нормализованная активационная энергия; μ – модуль сдвига; k – постоянная Больцмана; b – величина вектора Бюргера.

В модели Фоллансби и Кокса учитывается влияние скорости деформации на энергию дислокационных барьеров. При этом эволюция структуры материала рассматривается как баланс между дислокационным накоплением и динамическим возвратом, а скорость деформационного упрочнения используется для описания различных изменений структурных параметров.

Престон, Тонкс и Валлас предложили модификацию ОС Фоллансби-Кокса, основанную на предположении о метастабильности термодинамического потенциала и зависимости пороговых напряжений от скорости деформации и температуры [33]:

$$\tau = \tau_s + \frac{1}{p} (s_0 - \tau_y) \ln \left[1 - \left\{ 1 - \text{Exp} \left(-p \frac{\tau_s - \tau_y}{s_0 - \tau_y} \right) \right\} \text{Exp} \left(- \frac{p \theta \epsilon^p}{(s_0 - \tau_y) [\text{Exp} \left\{ p \frac{\tau_s - \tau_y}{s_0 - \tau_y} \right\} - 1]} \right) \right],$$

$$\tau_s = \max [s_0 - (s_0 - s_\infty) \text{erf} [kT \ln(\dot{\xi})], s_0 (\dot{\xi})^\beta],$$

$$\tau_y = \max [y_0 - (y_0 - y_\infty) \text{erf} [kT \ln(\dot{\xi})], \min \{ y_1 (\dot{\xi})^{y_2}, s_0 (\dot{\xi})^\beta \}],$$

где: τ – безразмерное напряжение течения; τ_s , τ_y – критические напряжения упрочнения и предел текучести (безразмерные); θ – скорость деформационного упрочнения; $\dot{\xi}$ – безразмерная скорость деформации; p , s_0 , s_∞ , y_0 , y_∞ , β , y_2 – безразмерные константы материала.

Данная модель отражает как термически активируемое дислокационное движение при низкоскоростном режиме нагружения, так и торможение дислокаций в высокоскоростном режиме деформирования. С учетом этого ОС распространяется на интервал скоростей деформаций от 10^3 до 10^{12} с⁻¹. Безусловно, такой диапазон является преимуществом модели, однако значительное количество констант является существенным недостатком. Поэтому в случае необходимости описания более узкого промежутка скорости деформации рациональнее использовать другое ОС.

В работах Годунова С.К. и Мержиевского Л.А. [34, 35] развиваются модели релаксационного типа, которые учитывают связь микро- и мезоструктурных механизмов пластической деформации с переменными, отвечающими за времена релаксации касательных напряжений. В работе предлагаются следующие зависимости для максвелловской вязкости:

$$\eta(\sigma, T) = \eta_0 \left(\frac{\sigma}{\rho c^2} q \right)^{n(T)} \exp \left[- \frac{U(\sigma, T)}{kT} \right],$$

$$n(T) = [n_0 \left(\frac{T}{T_D} - n_1 \right)^3 + n_2]^{-1},$$

$$U(\sigma, T) = c^2 [n(T) F(T) \pm \Phi(\sigma)],$$

$$F(T) = \frac{T(F_0 - F_1 \frac{T}{T_D})}{T_D},$$

$$\Phi(\sigma) = \Phi_0 [\varphi(\sigma) - \sqrt{\varphi^2(\sigma) + \Phi_1}],$$

$$\varphi(\sigma) = \varphi_0 \ln \left[\frac{\sigma}{\rho c^2} q \right] + \varphi_2,$$

где: η – вязкость; η_0 – начальная вязкость; σ – интенсивность тензора напряжений; ρ – плотность материала; c – скорость продольных волн; T_D – температура Дебая;

$q, n_0, n_1, n_2, F_0, F_1, \varphi_0, \varphi_2$ – интерполяционные константы. При этом выражение для скорости пластической деформации имеет следующий вид:

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\varepsilon}_0^p \eta(\sigma, T) \left[\frac{\sigma}{\sigma_T} \right]^m.$$

Модель применима в широком диапазоне скоростей деформации (от 1 до 10^7 с^{-1}) и температур (от 0°C до, примерно, 0,9 от температуры плавления – для каждого материала индивидуально). Недостатком является также большое количество подгоночных параметров.

Бондер и Партом [39] предложили феноменологическую модель, учитывающую историю нагружения, большие деформации и высокую скорость деформирования. Кинетика для пластической деформации, согласно [39], записывается следующим образом:

$$\dot{\varepsilon}^p = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma}{|\sigma|} D_0 \exp\left[-\frac{n+1}{2n} \left(\frac{Z}{\sigma}\right)^{2n}\right],$$

$$Z = Z_1 + (Z_0 - Z_1) \exp\left[-\frac{m \int \sigma d\varepsilon^p}{Z_0}\right],$$

где: Z – предыстория нагружения, которая зависит от внутренних переменных; n – параметр, управляющий скоростной чувствительностью материала; Z_0, Z_1, m, D_0 – константы модели.

1.4. Развитие модельных представлений о формировании полос адиабатического сдвига

Модельные представления о формировании полос адиабатического сдвига берут начало с работы [37], в которой было сделано предположение, что напряжения σ являются функцией от деформации ε и единственного параметра P , определяющего активационную кинетику пластической релаксации: $\sigma = \sigma(\varepsilon, P)$, где $P \sim \dot{\varepsilon} \exp[Q/RT]$, $\dot{\varepsilon}$ – скорость деформации, Q – характерная энергия, R – универсальная газовая постоянная. Иными словами, авторы выделили два

конкурирующих механизма: упрочнение, обусловленное повышением скорости деформации и разупрочнение, вызванное повышением температуры. Интенсивная локализация пластической деформации начинается тогда, когда материал теряет способность к упрочнению, а тепловыделения, обусловленные адиабатическим процессом, существенно разупрочняют материал в узких областях. Данный механизм термопластической неустойчивости описан в работах [38-41], согласно которому полная модель (в одномерном случае), описывающая поведение материала, состоит из:

– уравнения движения:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial x},$$

– кинематического соотношения:

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial v}{\partial x},$$

– уравнения теплового баланса:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \beta \dot{\gamma} \tau,$$

– определяющего соотношения, которое в общем случае имеет следующий вид:

$$\tau = \tau(\gamma, \dot{\gamma}, T),$$

где: v – скорость, τ – сдвиговая компонента тензора напряжений, γ – сдвиговая компонента тензора деформаций, $\dot{\gamma}$ – скорость сдвиговой деформации, t – время, x – пространственная координата, c – удельная теплоемкость, β – коэффициент Тейлора-Квини.

Частным случаем в качестве определяющего соотношения может служить следующее выражение:

$$\tau = \mu(\gamma)f(T)\dot{\gamma}^m,$$

где: $\mu(\gamma)$ – функция, учитывающая деформационное упрочнение (если упрочнение отсутствует $\mu = \text{const}$), $f(T)$ – функция, описывающая термическое разупрочнение (простейшим примером является $f(T) = \text{Exp}[-\alpha T]$), m – некоторая константа.

Модели, основанные на представлениях о термопластической неустойчивости, получили широкое применение. Однако, начали появляться исследования, ставящие под сомнение факт того, что локализация пластической деформации обусловлена лишь температурным разупрочнением. Burns T.J. в своей работе [42] проводил численные исследования, используя следующую модель (в одномерной постановке):

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{\partial \tau}{\partial x}, \\ \frac{\partial \tau}{\partial t} &= E \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial \gamma^p}{\partial t} \right), \\ \rho c \frac{\partial T}{\partial t} &= \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial \gamma^p}{\partial t} \tau, \\ \frac{\partial \gamma^p}{\partial t} &= \Phi(\tau, \gamma^p, T),\end{aligned}$$

где: E – упругий модуль, γ^p – сдвиговая компонента тензора пластических деформаций, α – коэффициент теплопроводности, $\Phi(\cdot)$ – функция, отражающая эволюцию пластической деформации, также включающая аррениусовскую зависимость вязкости от температуры. В качестве условия начала пластического деформирования использовался критерий Мизеса.

Burns T.J. пришел к двум важным выводам: 1 – локализация деформации не может произойти при однородном деформировании. Для этого нужно некоторое

начальное случайное возмущение. 2 – Одного лишь разупрочнения за счет тепловыделений недостаточно для инициирования процесса интенсивной локализации пластической деформации.

Моделирование процесса локализации пластической деформации является комплексной задачей. Это связано с тем, что данное явление представляет собой нелинейный процесс, происходящий в узких областях в течение малого времени. В связи с этим отмечается зависимость решения от масштаба дискретизации сплошной среды, чему посвящены работы [43-45]. Данные авторы предложили один из вариантов выхода из указанной проблемы путем перехода к бессеточным методам численного интегрирования. Эти методы берут свое начало с известного метода Галеркина для решения дифференциальных уравнений в частных производных. Основная идея заключается в представлении каждого искомого параметра в виде ряда по системе базисных функций. Однако такой подход имеет свои минусы, которые заключаются в сложности выбора системы базисных функций в соответствие с разнообразными типами граничных условий. Кроме того, поздние модификации бессеточных методов стали иметь аналог дискретизации сплошной среды в виде узлов, которые покрывают область интегрирования, подобно сетке. Таким образом, они уже перестали быть истинно бессеточными.

Сложности возникают и в обосновании критерия разрушения. В работе [46] были использованы упруго-вязко-пластические определяющие соотношения вида:

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\sigma}} &= \mathbf{P} : (\mathbf{D} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \alpha \dot{T} \mathbf{E}), \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p &= \dot{\varepsilon}_0 \left[\frac{\boldsymbol{\sigma}}{g(\boldsymbol{\varepsilon}^p, T)} \right]^m, \\ g(\boldsymbol{\varepsilon}^p, T) &= \sigma_T \left(1 + \frac{E \boldsymbol{\varepsilon}^p}{\sigma_T} \right)^n \left(1 - a \left[\text{Exp} \left(\frac{T - T_0}{k} \right) - 1 \right] \right),\end{aligned}$$

где: $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений, \mathbf{P} – тензор упругих модулей (4 ранга), \mathbf{D} – тензор деформации скорости, $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ – тензор пластических деформаций, α – коэффициент температурного расширения, \mathbf{E} – единичный тензор, $\dot{\varepsilon}_0$ – начальная скорость

деформации, m, n, a, k – некоторые константы. В качестве критерия разрушения служило следующее выражение:

$$\varepsilon^p \geq \varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \frac{\dot{\varepsilon}_r}{(\dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}^p)},$$

где: ε_1 и ε_2 – характерные значения критической деформации при $\dot{\varepsilon}^p \rightarrow \infty$ и $\dot{\varepsilon}^p = \dot{\varepsilon}_0$ соответственно; $\dot{\varepsilon}_r$ – скоростно-чувствительный параметр, благодаря которому деформация разрушения разная при различных скоростях нагружения. Параметры $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ и $\dot{\varepsilon}_r$ определяются экспериментально и не имеют явного физического смысла, а являются лишь попыткой феноменологически описать процесс формирования полос адиабатического сдвига, как утверждают авторы работы [46].

В исследовании [47] были использованы те же определяющие соотношения, что и в [46], но был введен скалярнозначный параметр поврежденности, который интерпретировался как параметр пористости (микротрещины):

$$\dot{f} = (1 - f)\dot{\varepsilon}^p: \mathbf{E}.$$

В работе [48] использовался тот же параметр поврежденности, что и в [47], но в качестве выражения для предела текучести авторы использовали определяющее соотношение Джонсона-Кука.

Авторы исследования [49] предложили развитие используемого ранее критерия разрушения, введя слагаемые для параметра поврежденности f отвечающие за зарождение (\dot{f}_{nuc}), рост (\dot{f}_{gro}) и слияние (\dot{f}_{coa}) дефектов:

$$\begin{aligned} \dot{f} &= \dot{f}_{nuc} + \dot{f}_{gro} + \dot{f}_{coa}, \\ \dot{f}_{gro} &= (1 - f)\dot{\varepsilon}^p: \mathbf{E}, \\ \dot{f}_{coa} &= \begin{cases} 0, f < f_c \\ C_1(\dot{f}_{nuc} + \dot{f}_{gro}) + C_2\dot{\varepsilon}^p, f \geq f_c \end{cases} \end{aligned}$$

$$f_c = A\varepsilon_c + B.$$

Слияние происходило при достижении параметра поврежденности некоторого характерного значения f_c , который зависел от величины критической деформации ε_c .

В работах [50, 51] исследователи использовали критерий разрушения Мизеса-Хилла для моделирования процесса локализации деформации и разрушения при пробивании преград:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{B11}^2} + \frac{1}{\sigma_{B22}^2} - \frac{1}{\sigma_{B33}^2} \right) (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{\sigma_{B11}^2} + \frac{1}{\sigma_{B22}^2} + \frac{1}{\sigma_{B33}^2} \right) (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 +$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{B11}^2} - \frac{1}{\sigma_{B22}^2} + \frac{1}{\sigma_{B33}^2} \right) (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + \frac{1}{\tau_{B12}^2} \tau_{12}^2 + \frac{1}{\tau_{B23}^2} \tau_{23}^2 + \frac{1}{\tau_{B13}^2} \tau_{13}^2 = 1,$$

где: σ_{ij} , τ_{ij} – компоненты тензора напряжений; σ_{Bij} , τ_{Bij} – пределы прочности в соответствующем направлении. При этом для описания поведения материала использовались соотношения деформационной теории пластичности [52], а для шаровой части тензора напряжений (давления) – уравнение состояния следующего вида:

$$\sigma_s = \left(\exp \left[4B \frac{V_0 - V}{V_0} \right] - 1 \right) \frac{\rho \alpha^2}{4B},$$

где: σ_s – давление; V_0 – начальный объем; V – объем; B , α – константы.

Представленный критерий разрушения хорошо работает для анизотропных материалов, однако содержит большое количество констант, которые необходимо получать из эксперимента. Кроме того, данные константы (пределы прочности по разным направлениям) в действительности являются функциями от температуры и скорости деформации, что делает применение критерия Мизеса-Хилла еще более ограниченным.

Вышеуказанные критерии имеют ряд недостатков. Они не способны предсказать ряд важных особенностей процесса формирования полос адиабатического сдвига: ширину полосы сдвига, скорость распространения, температуру внутри полосы, а также температуру, с которой начинается формирование ПАС. Вторым недостатком является зависимость критерия разрушения от разбиения области интегрирования в силу зависимости от нее напряжений и деформаций, по которым строятся критерии. Кроме того, данные критерии используют много подгоночных констант, не отражающих реальные физические свойства материала. При таком подходе модель может быть использована для описания достаточно ограниченного числа экспериментов, что делает проблематичным ее использование для предсказания деформационного поведения реальных конструкций.

Проведенный анализ возможностей моделей позволил в работе [53] сформулировать «температурный» критерий разрушения адиабатическим сдвигом:

$$T_{cr} = T_{DRX} + (T_{пл} - T_{DRX}) \frac{\dot{\epsilon}_{DRX}}{\dot{\epsilon}_{DRX} + \dot{\epsilon}},$$

согласно которому критическое значение температуры (T_{cr}) является функцией от скорости деформации. Считается, что при малых скоростях деформации динамическая рекристаллизация (ДР) не происходит, поэтому в этих ситуациях T_{cr} принимает значение температуры плавления $T_{пл}$. При повышении скорости нагружения реализуется плавный переход и снижение значения критической температуры, которое зависит от температуры, при которой происходит ДР (T_{DRX}) и скорости деформации, начиная с которой наблюдается ДР ($\dot{\epsilon}_{DRX}$). Механизм формирования ПАС заключается в том, что при достижении температурой значения T_{cr} наступает резкое разупрочнение материала, приводящее к разрушению. Такой критерий по своей структуре аналогичен критерию, предложенному в работе [46], однако принципиальным отличием является факт

того, то T_{nl} и T_{DRX} – константы, имеющие явный физический смысл и могут быть измерены в независимых экспериментах.

Мотивацией к привязке критерия к динамической рекристаллизации стали работы [15-17], в которых авторы провели комплексное экспериментальное изучение процесса формирования ПАС с последующим проведением структурных исследований. Результаты позволили прийти к выводу, что одной из возможных причин формирования полос адиабатического сдвига может служить «динамическая рекристаллизация». Исследователи наблюдали изменение в структуре материала на образцах, подвергнутых динамическому деформированию, и установили, что ДР наблюдается даже в образцах, для состояний, близких к разрушению. Отсюда делается вывод о том, что динамическая рекристаллизация является процессом, предшествующим формированию ПАС. При этом начало ДР связывается с достижением запасенной энергии в материале определенного критического значения. Поэтому дальнейшим развитием на пути к моделированию процесса формирования ПАС стал энергетический критерий разрушения, предложенный в работе [54].

Параметр поврежденности вводится следующим образом:

$$D = \frac{W - W_{cr}}{W_{frac} - W_{cr}},$$

$$W = \int_0^t \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} dt,$$

$$W_{cr} = \int_0^{\varepsilon_{cr}} \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\varepsilon},$$

где: W – текущее значение полной энергии; W_{cr} – критическая энергия; ε_{cr} – критический уровень деформации, после которого кривая напряжение-деформация начинает убывать; W_{frac} – энергия разрушения, которая равна площади под диаграммой деформирования, когда напряжения достигают нулевого уровня после начала убывания. Согласно [54], W_{cr} – это характерное значение энергии, после которого в материале начинаются существенные

структурные изменения (динамическая рекристаллизация) и релаксация напряжений по следующему закону:

$$\sigma = \sigma^*(1 - D^n),$$

где: σ^* - напряжения, которые были бы, в случае отсутствия разупрочнения; n - некоторая константа. Когда W достигает W_{frac} материал разрушается, т.к. исчерпаны механизмы поглощения энергии за счет структурных изменений.

Дальнейшим развитием предложенного подхода стала работа [28], в которой была сформулирована структурно-феноменологическая модель, содержащая два физических параметра: двойники и объемные доли ДР. Предполагается, что внутриверенные механизмы пластического деформирования отсутствуют. Учитываются три механизма деформации: зернограничное скольжение, двойникование и третий механизм, согласно которому динамически перекристаллизованные области деформируются согласно модели идеальной пластичности. Такой подход учитывает основные физические особенности указанных механизмов с точки зрения вклада в общее упрочнение и накопление энергии. В начале процесса нагружения работают только первые два механизма. Растущая плотность двойников вносит вклад как в упрочнение, так и в пластическую деформацию. Вклад в упрочнение интерпретируется как барьеры для движения дислокаций, согласно Холлу-Петчу. Прирост деформации за счет двойникования считается полностью диссипативным процессом, поэтому объем, не подверженный двойникованию, является единственным каналом для запасенной энергии. Как только накопленная энергия достигает критического значения в конкретном зерне, в нем начинается динамическая рекристаллизация, что приводит к появлению третьего механизма деформирования. После чего объемная доля двойников перестает расти, а доля материала, подвергнутого зернограничному проскальзыванию постепенно заменяется фазой ДР, которая ведет себя согласно модели идеальной пластичности. Исходя из вышесказанного,

система определяющих соотношений для описания поведения материала выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p &= \dot{\varepsilon}_0 \left[\frac{\boldsymbol{\sigma}}{g(\boldsymbol{\varepsilon}^p)} \right]^n, \\ g(\boldsymbol{\varepsilon}^p) &= (1 - f_{drx})\sigma_T + f_{drx}\sigma_{drx} + (1 - f_{drx} - f_{twins})R(x, \varepsilon_m), \\ R(x, \varepsilon_m) &= K_t \left(\frac{1}{x} \right) + K_d(\varepsilon_m)^m, \\ x &= 2y(1 - f_{twins})/f_{twins},\end{aligned}$$

где: f_{drx} , f_{twins} – объемные доли материала, подвергнутого ДР и двойникованию соответственно; σ_{drx} – напряжение, при котором происходит ДР (определяется из энергетических соображений); $R(x, \varepsilon_m)$ – функция, отвечающая за упрочнение; K_t – константа упрочнения, согласно закону Холла-Петча; x – среднее расстояние между двойниками; y – средний размер двойников; K_d , m – константы, отвечающие за параболическое упрочнение; ε_m – деформация в областях, не подверженных двойникованию. Полное приращение пластической деформации записывается следующим образом:

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p = (1 - f_{twins})d\boldsymbol{\varepsilon}_m + \varepsilon_T df_{twins},$$

где ε_T – деформация за счет двойникования. Объемная доля двойников и областей ДР вычисляется по соотношениям:

$$\begin{aligned}f_{twins} &= \begin{cases} \frac{1}{N} [\text{ArcTan}(2\pi a \varepsilon^p - 2\pi b) - \text{ArcTan}(-2\pi b)]; & U < U_{drx} \\ \text{Cons}, & U \geq U_{drx} \end{cases}, \\ f_{drx} &= \begin{cases} 0; & U < U_{drx} \\ 1 - \text{Exp}\left[-k_{drx} \left(\frac{U - U_{drx}}{U_{drx}}\right)^{n_{drx}}\right]; & U \geq U_{drx} \end{cases}, \\ U &= (1 - \beta) \int_0^{\varepsilon_m} \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\varepsilon}_m,\end{aligned}$$

где: $a, b, N, k_{drx}, n_{drx}$ – константы, определяемые из эксперимента; U – запасенная энергия; U_{drx} – энергия, при которой начинается процесс динамической рекристаллизации. Уравнение теплопроводности при этом имеет следующий вид:

$$\rho c \dot{T} = \sigma : [\dot{\epsilon}^p + \beta \dot{\epsilon}_m] - \sigma : \dot{\epsilon}_m.$$

Данная модель учитывает физику процесса и при этом имеет относительно несложную структуру уравнений для численной реализации в сравнении с подходом физических теорий пластичности или методов молекулярной динамики. Это позволяет использовать предложенные соотношения для моделирования и прогнозирования прочностных характеристик реальных конструкций. Однако из-за значительного количества констант (более 20), большая часть которых требует для определения сложных и специфичных физических экспериментов, а не является известными справочными данными, применение модели [28] остается затруднительным. Кроме того, предложенные уравнения направлены на описание процесса формирования ПАС при динамическом деформировании металлов, в то время как авторами не было проведено исследования адекватности применения модели при иных условиях нагружения. В частности возникают сомнения о применимости модели при высоких температурах, но низких скоростях деформации, т.к. температура в качестве явного параметра нигде не используется, в отличие, например от моделей [53, 54], которые лучше подходят для прикладных расчетов, и применимы в широком диапазоне температур, однако не учитывают эволюцию структуры материала.

1.5. Выводы

В данной главе была изложена актуальность исследования, приведен обзор методов моделирования деформационного поведения металлов. Подробнее был проведен анализ методов исследования, используемых в оригинальных главах – построение структурно-феноменологической модели на основе

широкодиапазонных определяющих соотношений. Был сделан обзор существующих моделей, указаны их преимущества и недостатки.

По анализу существующих ОС для описания процесса формирования ПАС видно, что на данный момент не существует моделей, которые учитывали бы механизм термопластической неустойчивости одновременно со структурной релаксацией. Кроме того, никто из исследователей количественно не оценивал вклад того или иного механизма на основе модельных представлений. Преобладание роли того или иного сценария развития локализации пластической деформации выявляется лишь экспериментальным путем. Также во всех представленных работах используются скалярные параметры поврежденности, несмотря на то, что полевое описание напряженно-деформированного состояния тензор-значное.

Таким образом, актуальной задачей является построение математической модели с тензор-значным параметром поврежденности, которая учитывала бы оба механизма релаксации напряжений: термическое и дефектное разупрочнение. А также позволила бы количественно оценить вклад того или иного механизма в процессе формирования ПАС и разрушения материала при различных условиях нагружения.

Глава 2. Математическая модель деформируемого твердого тела с дефектами

2.1. Введение

Глава посвящена построению математической модели, которая была бы способна адекватно описывать деформационное поведение металлов и сплавов при динамическом нагружении.

В разделе 2.2 описан процесс получения широкодиапазонных определяющих соотношений на основе статистической теории.

В разделе 2.3 приводится выражение для расчета напряжений. Обсуждается вопрос выбора объективной производной.

В разделе 2.4 записана полная система дифференциальных уравнений в частных производных, состоящая из балансовых уравнений и определяющих соотношений, для описания деформационного поведения материалов.

Раздел 2.5 посвящен внесению поправки в модель, приведенную в п. 2.4 для расширения диапазонов действия ОС на высокие температуры. Предложена зависимость вязкости от температуры и показана необходимость учета термического разупрочнения при моделировании процессов динамического нагружения.

В разделе 2.6 проводится идентификация параметров модели для исследуемых материалов. Предложена методика определения параметра характерной температуры для учета термического разупрочнения.

Раздел 2.7 посвящен верификации найденных в разделе 2.6 параметров. Проверяется способность модели описать прочностные характеристики материалов при различных скоростях деформирования и температурах.

В разделе 2.8 обосновывается метод численного интегрирования на основе построенной модели и описывается реализация в пакете прикладных программ Abaqus.

В разделе 2.9 приводятся общие выводы по главе.

2.2. Широкодиапазонные определяющие соотношения упруго-вязко-пластической среды с мезоскопическими дефектами

Широкодиапазонные определяющие соотношения [27, 55-60], описывающие связь структурных переходов, обусловленных дефектами, с релаксационными свойствами материалов, были использованы для построения математической модели применительно к описанию деформационного поведения металлов и сплавов при динамическом нагружении.

Для учета эволюции структуры материала вводятся две переменные: тензор-значный параметр микросдвигов:

$$\mathbf{s} = \frac{s}{2} (\mathbf{l}\mathbf{b} + \mathbf{b}\mathbf{l}), \quad (2.1)$$

и скалярнозначный масштабнo-инвариантный структурный параметр:

$$\delta = \left(\frac{R}{r_0}\right)^3, \quad (2.2)$$

где: s – интенсивность сдвига; \mathbf{l} – единичный вектор нормали к плоскости сдвига; \mathbf{b} – единичный вектор в направлении сдвига; R – расстояние между дефектами, r_0 – характерный размер зародышей дефектов.

Усреднение s по элементарному объему дает тензор плотности микросдвигов:

$$\mathbf{p} = \int sW(s, \mathbf{l}, \mathbf{b})dV, \quad (2.3)$$

где V – объем, $W(s, \mathbf{l}, \mathbf{b})$ – функция распределения ориентации и интенсивности сдвигов. По своему физическому смыслу \mathbf{p} является деформацией, обусловленной дефектами.

Полная деформация скорости (\mathbf{D}) состоит из трех составляющих: пластической ($\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$), упругой ($\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e$) и обусловленной дефектами ($\dot{\boldsymbol{p}}$):

$$\mathbf{D} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p + \dot{\mathbf{p}}, \quad (2.4)$$

Из второго закона термодинамики следует, что диссипация энергии может быть представлена в виде [58]:

$$T\dot{S} = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}} : \dot{\mathbf{p}} - \frac{\partial F}{\partial \delta} \dot{\delta} \geq 0, \quad (2.5)$$

где: T – эффективная температура; S – энтропия; $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений; F – неравновесная свободная энергия.

Согласно принципу Онзагера, из (2.5) вытекают следующие соотношения:

$$\boldsymbol{\sigma} = l_1 \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - l_2 \dot{\mathbf{p}}, \quad (2.6)$$

$$-\frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}} = -l_2 \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p + l_3 \dot{\mathbf{p}}, \quad (2.7)$$

$$-\frac{\partial F}{\partial \delta} = l_4 \dot{\delta}, \quad (2.8)$$

где: l_1, l_2, l_3, l_4 , – положительные кинетические коэффициенты, в общем случае зависящие от параметров состояния, удовлетворяющие неравенству $l_1 l_3 - l_2^2 > 0$, обеспечивающему положительность диссипативной функции (2.5).

Тензор s является объективным. Для того чтобы это показать, достаточно расписать его преобразование при повороте. Векторы \mathbf{l} и \mathbf{n} объективны по определению и преобразуются следующим образом: $\mathbf{l}^* = \mathbf{O} \cdot \mathbf{l}$, $\mathbf{b}^* = \mathbf{O} \cdot \mathbf{b}$, где $(\cdot)^*$ – значение параметра при повороте, \mathbf{O} – ортогональный тензор поворота. Тогда преобразование тензора s выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}^* &= \frac{s}{2} (\mathbf{O} \cdot \mathbf{l} \mathbf{O} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{O} \cdot \mathbf{b} \mathbf{O} \cdot \mathbf{l}) = \\ &= \frac{s}{2} (\mathbf{O} \cdot \mathbf{l} \mathbf{b} \cdot \mathbf{O}^T + \mathbf{O} \cdot \mathbf{b} \mathbf{l} \cdot \mathbf{O}^T) = \mathbf{O} \cdot \left[\frac{s}{2} (\mathbf{l} \mathbf{b} + \mathbf{b} \mathbf{l}) \right] \cdot \mathbf{O}^T = \mathbf{O} \cdot \mathbf{s} \cdot \mathbf{O}^T, \end{aligned}$$

что означает его объективность. Количество дефектов в представительном объеме всегда конечно, поэтому выражение (2.3) можно переписать в виде:

$$\mathbf{p} = \frac{\sum_{i=1}^N s_i W_i (s_i \mathbf{l}_i \mathbf{b}_i)}{N}, \quad (2.3')$$

где N – количество дефектов. Сумма конечного числа объективных тензоров есть объективный тензор. Таким образом, доказана объективность тензора \mathbf{p} .

Выражения для пластической и дефектной составляющих деформации скорости из (2.6), (2.7) можно переписать в виде (2.17), (2.18). Тогда выражения для $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$ и $\dot{\mathbf{p}}$ одинаковы по структуре и зависят только от двух параметров: тензор напряжений $\boldsymbol{\sigma}$ и тензор плотности микросдвигов \mathbf{p} , оба из которых являются объективными. Следовательно, дефектная ($\dot{\mathbf{p}}$) и пластическая ($\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$) составляющие деформации скорости являются объективными тензорами.

2.3. Выражение для расчета напряжений

Для расчета напряжений используется закон Гука в скоростной формулировке, который, согласно [61] и с учетом (2.4), в общем случае выглядит следующим образом:

$$\boldsymbol{\sigma}^{OD} = \mathbf{\Pi} : (\mathbf{D} - \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p - \dot{\mathbf{p}}), \quad (2.9)$$

где: $(\cdot)^{OD}$ – обозначение объективной производной. Анализ использования конкретных типов производных, а также вопросов построения ОС при больших деформациях посвящен ряд работ [62-71]. В исследовании [62] показано, что для определяющих соотношений релаксационного типа естественной коротационной производной является R -производная (Грина-Нагди):

$$\boldsymbol{\sigma}^R = \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \dot{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{R}^T \cdot \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{R}^T, \quad (2.10)$$

где: \mathbf{R} – ортогональный тензор полярного разложения градиента места $\mathbf{F} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{U}$; \mathbf{U} – правый симметричный положительно определенный тензор деформации без вращений. В настоящей работе используются ОС релаксационного типа, поэтому в качестве объективной производной была выбрана производная Грина-Нагди. Кроме того, исследование посвящено моделированию деформационного поведения изотропных материалов (металлы и сплавы), поэтому выражение для расчета напряжений приобретает следующий вид:

$$\boldsymbol{\sigma}^R = \lambda I_1(\mathbf{D} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \dot{\mathbf{p}})\mathbf{E} + 2G(\mathbf{D} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \dot{\mathbf{p}}), \quad (2.11)$$

где: λ , G – упругие характеристики материала; $I_1(\cdot) = (1/3)(\cdot):\mathbf{E}$ – первый инвариант тензора (шаровая часть тензора). Так как тензоры $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$ и $\dot{\mathbf{p}}$ – девиаторы, то шаровой части не имеют. Поэтому итоговое выражение для напряжений имеет вид (2.16).

2.4. Полная система полевых уравнений

Соотношения (2.6), (2.7) переписываются в виде (2.17), (2.18), дополняются выражением (2.11); уравнениями движения (2.12) и неразрывности (2.13); кинематическим соотношением (2.14); представлением тензора напряжений в виде шаровой и девиаторной частей (2.15); уравнением теплопроводности в адиабатическом приближении (2.19); выражением для неравновесной свободной энергии (2.20), полученным в работе [57]; и критерием разрушения (2.21). Таким образом, полная система дифференциальных уравнений, описывающих деформационное поведение материалов, имеет следующий вид:

$$\rho \dot{\mathbf{v}} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (2.12)$$

$$\dot{\rho} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (2.13)$$

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{v} + \mathbf{v} \nabla), \quad (2.14)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_s + \boldsymbol{\sigma}_d, \quad \boldsymbol{\sigma}_s = \frac{1}{3} \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{E} \quad (2.15)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^R = \lambda I_1(\mathbf{D})\mathbf{E} + 2G(\mathbf{D} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \dot{\mathbf{p}}), \quad (2.16)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \Gamma_1 \boldsymbol{\sigma}_d - \Gamma_2 \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}}, \quad (2.17)$$

$$\dot{\mathbf{p}} = \Gamma_2 \boldsymbol{\sigma}_d - \Gamma_3 \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}}, \quad (2.18)$$

$$\rho c \dot{T} = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}} : \dot{\mathbf{p}}, \quad (2.19)$$

$$\frac{F}{F_m} = \frac{p^2}{2} - \frac{p^2}{2\delta} + c_1 p + c_2 \ln(c_3 + c_4 p + p^2) - \frac{\boldsymbol{\sigma}_d : \mathbf{p}}{2G}, \quad (2.20)$$

$$\sqrt{\mathbf{p} : \mathbf{p}} \geq p_c \text{ или } T \geq T_{\text{пл}}, \quad (2.21)$$

где: $I_1(\cdot)$ – первый инвариант тензора, \mathbf{E} – единичный тензор; $\dot{(\cdot)}$ – материальная производная; $\nabla(\cdot)$ – оператор градиента (в текущей конфигурации); \mathbf{v} – вектор скорости; $\boldsymbol{\sigma}_s$ и $\boldsymbol{\sigma}_d$ – шаровая и девиаторная части тензора напряжений; $p = \sqrt{\mathbf{p} : \mathbf{p}}$; c_1, c_2, c_3, c_4, F_m – константы потенциала F , не зависящие от материала и определенные в работе [57]; $\Gamma_1 = \frac{l_3}{l_1 l_3 - l_2^2}$, $\Gamma_2 = \frac{l_2}{l_1 l_3 - l_2^2}$, $\Gamma_3 = \frac{l_1}{l_1 l_3 - l_2^2}$ – положительные кинетические коэффициенты, в общем случае зависящие от параметров состояния; p_c – критическое значение интенсивности тензора плотности микродефектов, при котором происходит разрушение. Согласно [57], в исследуемом диапазоне температур зависимость F от температуры пренебрежимо мала.

2.5. Зависимость вязкости от температуры

Одним из существенных недостатков модели (2.12)-(2.21) является учет температуры. При динамическом нагружении тепловыделения, обусловленные адиабатичностью процесса, могут приводить к существенному разогреву материала. В работе [72] была совершена попытка описания эффекта локализации пластической деформации при динамическом нагружении при помощи модели, построенной на базе соотношений (2.6)-(2.8). В работе указывается на решающую роль дефектов и эволюции структуры материала, вносящую вклад в релаксацию напряжений. При этом влияние температуры никак не учитывалось, более того –

температура вообще не рассчитывалась. Хотя другие исследователи [3, 4, 8], а также справочные данные [73-75] показывают существенную роль температуры. Количественной оценки вклада дефектов в разупрочнение по сравнению с температурным вкладом также не было сделано в исследовании [72], хотя экспериментально измеренные температуры в процессе деформирования достигали 260 °С.

Рисунки 2.1 и 2.2 наглядно демонстрируют, как падает прочность сплавов АМгб и А6061 с ростом температуры.

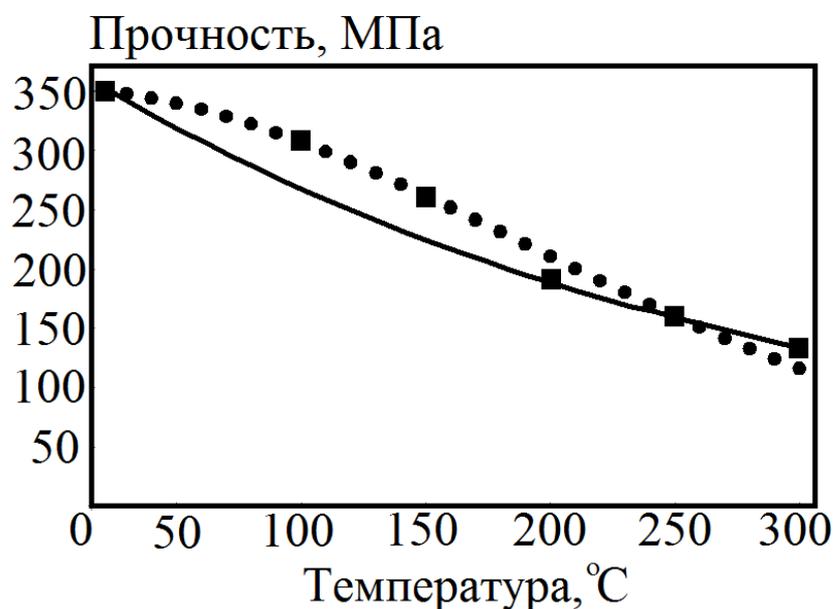


Рисунок 2.1 – Зависимость прочности сплава АМгб от температуры. Квадраты – экспериментальные данные [73], круги и сплошная линия – аппроксимации (2.22) и (2.23) соответственно.

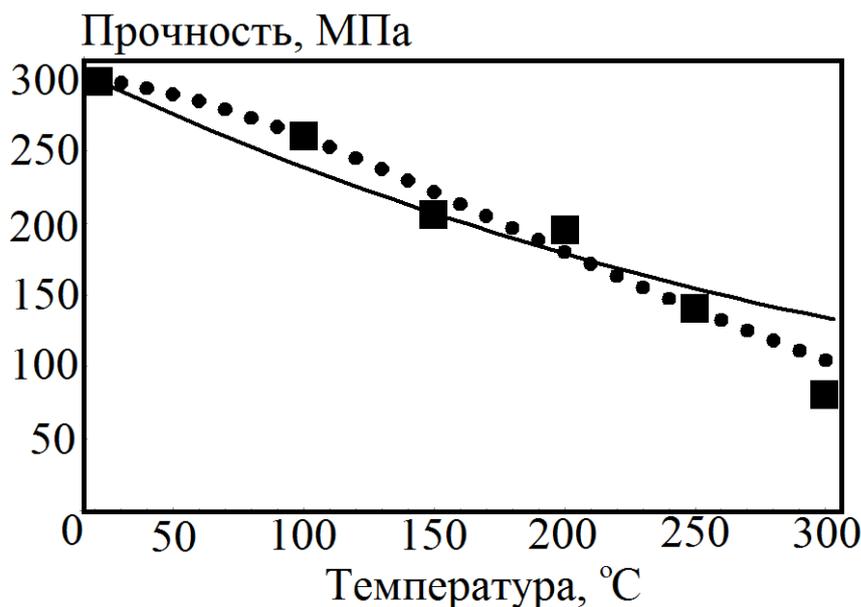


Рисунок 2.2 – Зависимость прочности сплава А6061 от температуры. Квадраты – экспериментальные данные [73], круги и сплошная линия – аппроксимации (2.22) и (2.23) соответственно.

Для аппроксимации данных [73] использовались две различных функции:

$$\sigma_B(T) = \sigma_B^0 \text{Exp}\left[-\left(\frac{T}{T_c}\right)^m\right], \quad (2.22)$$

$$\sigma_B(T) = \sigma_B^0 \text{Exp}\left[-\frac{T}{T_c}\right], \quad (2.23)$$

где: $\sigma_B(T)$ – предел прочности, σ_B^0 – начальный предел прочности, T_c – характерная температура, m – константа.

Видно, что (2.22) дает лучшее приближение, чем (2.23). Однако, расчет показал, что использование зависимости (2.22) создает сильную вычислительную неустойчивость из-за того, что константа m принимает значения, близкие к 2,0. В связи с этим, при превышении T значений 300 °С, начинается резкое падение прочности, приводящее к аварийному завершению программного счета. Поэтому было принято решение использовать функцию (2.23), несмотря на то, что данное приближение хуже. Помимо большей вычислительной устойчивости (2.23) обладает меньшим числом констант, подлежащих определению.

Так как модель (2.12) – (2.21) напрямую не использует σ_B , вставить в уравнения зависимость (2.23) нельзя. Для учета падения прочности с ростом температуры было предложено сделать зависимым один из кинетических коэффициентов из уравнения (2.17), который является аналогом вязкости:

$$\Gamma_1 = \Gamma_1^0 \text{Exp}\left[\frac{U(T) - \gamma\sigma}{kT}\right], \quad (2.24)$$

где: Γ_1^0 – начальное значение кинетического коэффициента; $U(T)$ – характерная энергия, являющаяся функцией от температуры, γ – характерный объем, k – константа Больцмана, σ – интенсивность тензора напряжений. Аналогичный подход использовался в работах [34, 35]. Слагаемое $\gamma\sigma$ имеет существенное влияние при описании ударно-волновых явлений, где возникают большие амплитуды нагружения, а температуры относительно невелики. В рамках используемой в настоящей работе модели зависимость Γ_1 от $\gamma\sigma$ была успешно применена в работах [57, 60] для моделирования плоского удара. В динамических задачах, когда температуры существенные, а амплитуды нагружения относительно невелики, влиянием напряжения на изменение Γ_1 можно пренебречь. Согласно проведенной оценке, в задачах Главы 3 настоящей работы слагаемое $\gamma\sigma$ составляет 14% от $U(T)$.

Характерная энергия (также называемая энергия активации [35]) $U(T)$ в работе [34] аппроксимировалась полиномом некоторой степени от температуры. В настоящем исследовании был предложен следующий вид:

$$U(T) = \frac{k}{T_c^m} T^{m+1}, \quad (2.25)$$

где: m – константа, которая, согласно рассуждениям выше, была принята равной 1.0.

Введение в уравнение (2.17) зависимости (2.24) понижает вычислительную устойчивость в ситуациях, когда температура выходит за рамки температуры

плавления. В связи с этим, был использован двойной критерий разрушения (2.21). Основной – когда интенсивность тензора плотности микросдвигов достигает критического значения и дополнительный – при достижении температуры плавления. Дополнительный критерий разрушения не только повышает вычислительную устойчивость, но и носит вполне определенный физический смысл: когда металл расплавился, его прочность как твердого тела становится равной нулю. Экстраполяция зависимостей (2.22) и (2.23) так же подтверждает, что при $T = T_{пл}$ предел прочности принимает значения, близкие к нулю.

На примере сплава АМг6 была проведена оценка зависимости других констант материала от температуры (ρ , E (модуль Юнга), C_p). Рассматривалось изменение указанных параметров при нагреве на 400 градусов. Такой разогрев был выбран, как оценка сверху для максимальных температур, реализуемых в постановках, рассматриваемых в настоящей работе. В результате, согласно данным [73, 75], было установлено следующее изменение констант: ρ – от 2640 до 2543 кг/м³ (3,7%), E – от 71 до 66 ГПа (7%), c – от 922 до 1090 Дж/(кг·К) (18%). При этом изменение предела прочности σ_B – от 350 до 130 МПа (270%) для разогрева всего на 300, а не 400 °С. Исходя из этого, была принята гипотеза о незначительном изменении плотности, модуля упругости и теплоемкости для исследуемых материалов в указанных диапазонах температур, поэтому в расчетах они считались постоянными величинами.

2.6. Идентификация параметров модели

Построенная модель (2.12)-(2.21) с учетом (2.24) имеет 10 констант. Пять из них являются известными справочными данными: ρ , λ , G , c , $T_{пл}$, [73-75]. Оставшиеся пять – это параметры модели: l_1 , l_2 , l_3 , p_c , T_c , которые подлежат определению. Для нахождения констант модели были сформулированы и решены две задачи идентификации: 1 – для l_1, l_2, l_3, p_c , 2 – для T_c .

Параметры модели определялись на примере решения задачи по одноосному деформированию материала в нуль-мерной постановке. Уравнения (2.12)-(2.20) при этом принимают следующий вид:

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_d, \quad (2.15'')$$

$$\dot{\sigma} = \frac{\lambda D}{3} + 2G(D - \dot{\varepsilon}^p - \dot{p}), \quad (2.16'')$$

$$\dot{\varepsilon}^p = \Gamma_1 \sigma_d - \Gamma_2 \frac{\partial F}{\partial p}, \quad (2.17'')$$

$$\dot{p} = \Gamma_2 \sigma_d - \Gamma_3 \frac{\partial F}{\partial p}, \quad (2.18'')$$

$$\rho c \dot{T} = \sigma \dot{\varepsilon}^p - \frac{\partial F}{\partial p} \dot{p}, \quad (2.19'')$$

$$\frac{F}{F_m} = \frac{p^2}{2} - \frac{p^2}{2\delta} + c_1 p + c_2 \ln(c_3 + c_4 p + p^2) - \frac{\sigma_d p}{2G}, \quad (2.20'')$$

где σ – компонента тензора напряжений, ее шаровая ($\sigma_s = \sigma/3$) и девиаторная ($\sigma_d = \sigma - \sigma_s$) части; $\dot{\varepsilon}^p$ – компонента тензора пластической составляющей деформации скорости; \dot{p} – компонента тензора дефектной составляющей деформации скорости; p – компонента тензора плотности микросдвигов. Все указанные компоненты единственные и их направление совпадает с направлением деформирования материала. Под нуль-мерной постановкой понимается, что не решается уравнение движения (2.12), неразрывности (2.13) и кинематическое соотношение (2.14). Вместо этого в систему (2.15'')-(2.20'') подставляется заранее известная соответствующая компонента тензора деформация скорости $D(t)$ как функция от времени. При построении диаграммы деформирования использовалась логарифмическая мера деформации: $\varepsilon = \ln(1 + \int D(t)dt)$.

Параметры l_1, l_2, l_3, p_c определялись с использованием полученных в ИМСС УрО РАН, а так же литературных экспериментальных данных. Процедура идентификации проводилась на основе численного эксперимента, в ходе которого сопоставлялся вид расчетной (полученной из решения задачи (2.15'')-(2.20'')) и экспериментальной кривых деформирования. Задача (2.15'')-(2.20'') решалась численно методом конечных разностей. Алгоритм решения изображен на рисунке 2.5. Была поставлена и решена соответствующая задача минимизации невязки между теоретической и экспериментальной диаграммами деформирования:

$$\left\{ \begin{array}{l} \|\tilde{S}(l_1, l_2, l_3, p_c, \varepsilon) - S(\varepsilon)\| \rightarrow \min \\ l_1 l_3 - l_2^2 > 0 \\ l_1 > 0 \\ l_2 > 0 \\ l_3 > 0 \\ p_c > 0 \end{array} \right. , \quad (2.26)$$

где $\tilde{S}(l_1, l_2, l_3, p_c, \varepsilon)$ – теоретическая диаграмма деформирования; $S(\varepsilon)$ – экспериментальная диаграмма деформирования; $\|\cdot\|$ – Чебышевская норма (max-норма). Вместо Чебышевской можно было использовать норму Лебега. Показано, что результат от этого не меняется. Норма Чебышева более удобна при численной реализации.

Для построения экспериментальных диаграмм деформирования по известным физико-механическим характеристикам (модуль упругости, коэффициент Пуассона, пределы текучести и прочности, относительное удлинение) использовалась методика, описанная в [76]. Поставленная задача оптимизации (2.26) решалась численно методом Нелдера-Мида (метод деформируемого многогранника). Данная задача оптимизации не имеет единственного решения, вследствие чего алгоритм решения реализовывался несколько раз варьированием начальных приближений. В ходе чего было получено несколько близких к оптимальному решений. Далее среди всех полученных решений было выбрано то, которое обеспечивает минимум критерия оптимизации в задаче (2.26). Данная процедура была проведена для ряда материалов: АМг6, Д16, Сталь 25ХНЗМФА, А6061 (АД33). Для Д16 параметр p_c не был найден, так как задачи, связанные с разрушением для данного сплава не решались. Иллюстрация решения задачи (2.26) изображена на рисунках 2.3 и 2.4.

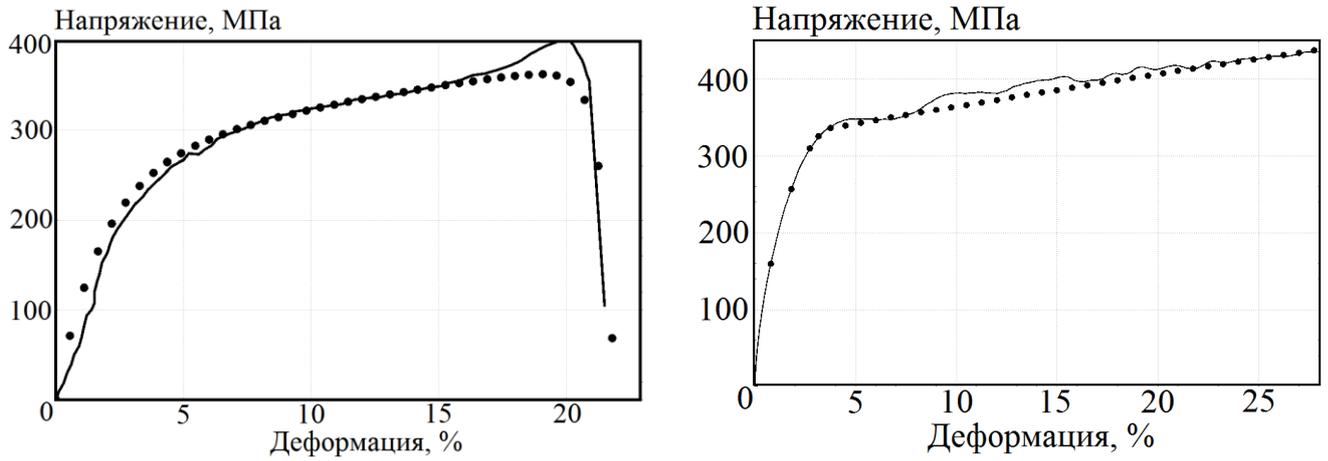


Рисунок 2.3 – Экспериментальные (сплошная линия) и теоретическая (точки) диаграммы деформирования для сплавов АМг6 [77] и Д16 (данные ИМСС УрО РАН) при характерной скорости деформации 10^3 с^{-1}

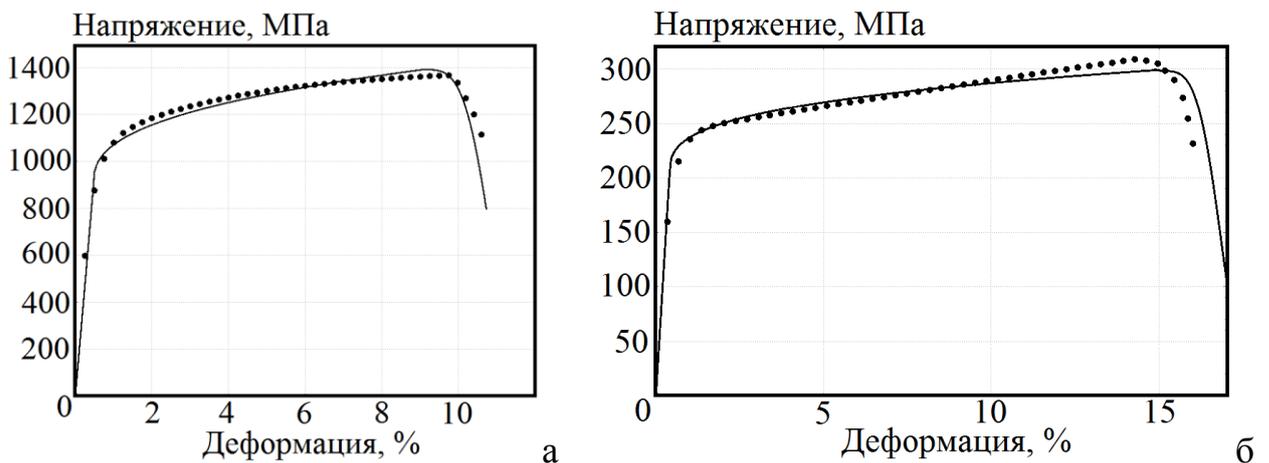


Рисунок 2.4 – Экспериментальные (сплошная линия) и теоретические (точки) диаграммы деформирования для стали 25XНЗМФА [74] и сплава А6061 [73] при характерной скорости деформации 10^3 с^{-1}

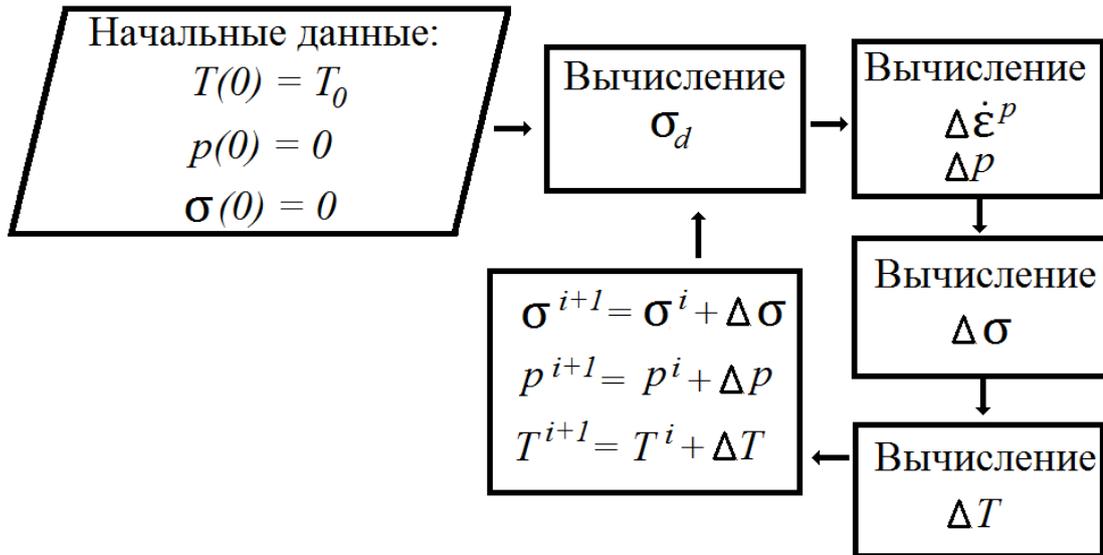


Рисунок 2.5 – Вычислительный алгоритм задачи (2.15`)-(2.20`)

Для нахождения характерной температуры была поставлена и решена задача оптимизации:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^6 (\tilde{\sigma}_B(\Gamma_1(T_c), T_i) - \sigma_B(T_i))^2 \rightarrow \min, \\ T_c > 0 \end{cases} \quad (2.27)$$

где: $\tilde{\sigma}_B(\Gamma_1(T_c), T_i)$ – расчетный предел прочности при температуре T_i (которая принимает значения 20, 100, 150, 200, 250, 300 °C), полученный в ходе решения задачи (2.15`)-(2.20`) с зависимостью (2.24)-(2.25) для коэффициента Γ_1 ; $\sigma_B(T_i)$ – экспериментальный предел прочности при T_i . $\tilde{\sigma}_B(\Gamma_1(T_c), T_i)$ в расчете определялся как напряжение, наблюдаемое при достижении компоненты p критического значения p_c . Иными словами для определения характерной температуры минимизировалась невязка между расчетными и экспериментальными пределами прочности при различных температурах при характерной скорости деформации 10^3 с^{-1} . Задача (2.27) решалась численно методом дихотомии (метод деления отрезка пополам). Данная процедура была проведена для материалов: АМгб, А6061. Для Д16 параметр T_c не находился, т.к. постановки, в которых влияние температуры существенно, не рассматривались в Главе 3 настоящей работы для данного сплава. Для стали 25ХНЗМФА не удалось найти необходимые данные для определения T_c . Но, как показано в Главе 3, в рассматриваемых задачах для

материала сталь 25ХНЗМФА эффект температурного разупрочнения несущественный в отличие от АМг6 и А6061. Иллюстрация решения задачи (2.27) представлена в таблицах 2.1 и 2.2.

Таблица 2.1 – Зависимость прочности и деформации разрушения от температуры в расчете и эксперименте для сплава АМг6

Т испытания, °С	Прочность [73], МПа	Прочность в расчете, МПа	Деформация разрушения [73]	Деформация разрушения в расчете
20	350	357	0,20	0,21
100	310	306	0,25	0,28
150	260	268	0,35	0,38
200	190	211	0,45	0,44
250	160	172	0,55	0,55
300	130	136	0,60	0,60

Таблица 2.2 – Зависимость прочности и предела текучести от температуры в расчете и эксперименте для сплава А6061

Т испытания, °С	Прочность [73], МПа	Прочность в расчете, МПа	Предел текучести [73], МПа	Предел текучести (расчет), МПа
20	300	308	250	248
100	260	262	210	217
150	210	219	180	186
200	190	174	170	154
250	140	132	125	121
300	80	96	70	90

Полный список численных значений всех констант исследуемых в настоящей работе материалов приведен ниже. Задача (2.26) решалась относительно l_i , но ниже приведены значения для Γ_i (для удобства). Выражения для Γ_i через l_i приведены после системы уравнений (2.12)-(2.21).

АМг6: $\rho = 2640 \text{ кг/м}^3$, $G = 27,3 \text{ ГПа}$, $\lambda = 41 \text{ ГПа}$, $c = 922 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, $\Gamma_1 = 285716 \text{ (Па}\cdot\text{с)}^{-1}$, $\Gamma_2 = 16903 \text{ (Па}\cdot\text{с)}^{-1}$, $\Gamma_3 = 1000 \text{ (Па}\cdot\text{с)}^{-1}$, $p_c = 0,015$, $T_c = 284 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_{nl} = 660 \text{ }^\circ\text{C}$.

Д16: $\rho = 2800 \text{ кг/м}^3$, $G = 27,7 \text{ ГПа}$, $\lambda = 41,5 \text{ ГПа}$, $c = 922 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, $\Gamma_1 = 465143 \text{ (Па}\cdot\text{с)}^{-1}$, $\Gamma_2 = 38091 \text{ (Па}\cdot\text{с)}^{-1}$, $\Gamma_3 = 5472 \text{ (Па}\cdot\text{с)}^{-1}$.

Сталь 25ХНЗМФА: $\rho = 7700 \text{ кг/м}^3$, $G = 74,2 \text{ ГПа}$, $\lambda = 94,5 \text{ ГПа}$, $c = 450 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, $\Gamma_1 = 496032 \text{ (Па}\cdot\text{с)}^{-1}$, $\Gamma_2 = 56120 \text{ (Па}\cdot\text{с)}^{-1}$, $\Gamma_3 = 39683 \text{ (Па}\cdot\text{с)}^{-1}$, $p_c = 0,0025$.

А6061: $\rho = 2710 \text{ кг/м}^3$, $G = 26,5 \text{ ГПа}$, $\lambda = 56,1 \text{ ГПа}$, $c = 945 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, $\Gamma_1 = 567248 \text{ (Па}\cdot\text{с)}^{-1}$, $\Gamma_2 = 35403 \text{ (Па}\cdot\text{с)}^{-1}$, $\Gamma_3 = 3876 \text{ (Па}\cdot\text{с)}^{-1}$, $p_c = 0,0085$, $T_c = 290 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_{nl} = 660 \text{ }^\circ\text{C}$.

2.7. Верификация параметров модели

Из таблицы 2.1 видно, что при описании эффекта падения прочности с ростом температуры, автоматически описывается эффект повышения пластичности для сплава АМг6. Это, безусловно, является плюсом построенной модели, а так же способом верификации. Кроме того, в качестве верификации было проведено исследование возможности построенной модели описывать прочностные характеристики материала при различных скоростях деформации и температурах. В статье [78] приведены необходимые экспериментальные данные для сплава АМг6, где авторы изучали изменение предела текучести при двух характерных скоростях нагружения и трех характерных температурах. Сравнение расчета с экспериментом приведено в таблице 2.3. Под расчетным пределом текучести понималось напряжение, реализуемое при достижении пластической деформации значения 0,2%. В таблице приведено два варианта расчетов: когда константа m в выражении (2.25) равна 1,0 и при $m = 1,9$. При $m = 1,0$ общая

относительная погрешность в сопоставлении с экспериментом составляет 16%, а при $m = 1,9$ – 6%. Оба случая можно считать удовлетворительным соответствием.

Таблица 2.3 – Зависимость предела текучести от температуры и скорости деформации в расчете и эксперименте для сплава АМгб

Температура испытания, $^{\circ}\text{C}$	Скорость деформирования, c^{-1}	Предел текучести, МПа (эксперимент, [78])	Предел текучести, МПа (расчет), $m = 1,0$	Предел текучести, МПа (расчет), $m = 1,9$
25	520	$188,8 \pm 16,5$	176	181
25	1210	$210,0 \pm 7,7$	213	216
150	620	$169,6 \pm 8,9$	159	165
150	1300	$190,0 \pm 14,0$	199	207
250	530	$159,5 \pm 12,5$	124	143
250	1200	$175,0 \pm 5,0$	178	191

Так же была проведена верификация критического значения интенсивности тензора плотности микросдвигов и проверка адекватности критерия разрушения в целом. В работе [79] проводилось экспериментальное исследование по внедрению металлического ударника в преграду при выстреле. При этом замерялась глубина внедрения при разных скоростях соударения. Данная постановка близка к исследуемой в Главе 3 настоящей работы, поэтому она может быть использована в качестве апробации модели. Результаты моделирования эксперимента [79] представлены в таблице 2.4. Погрешность находится в пределах 6%. Таким образом, можно сделать вывод, что параметр p_c успешно верифицирован.

Таблица 2.4 – Сравнение расчетной и экспериментальной глубины внедрения ударника в преграду из сплава АМгб

Скорость соударения, м/с	Глубина внедрения, мм [79]	Глубина внедрения, мм (расчет)
138	3,2	3,0
234	7,0	7,2

Для остальных материалов, помимо АМгб, не удалось найти достаточного количества экспериментальных данных для верификации модели. Сплав А6061, в отличие от АМгб, не проявляет эффекта повышения пластичности с ростом температуры деформирования, поэтому сопоставление, аналогичное представленному в таблице 2.1, невозможно. Однако, сам факт того, что при расчетах по построенным уравнениям эффекта увеличения деформации разрушения также не наблюдается, является признаком адекватности модели. Вторым способом проверки адекватности является сравнение пределов текучести при различных температурах (т.к. идентификация была по пределам прочности). Данные представлены в таблице 2.2. Погрешность составляет 22%, что можно считать удовлетворительным.

2.8. Численная реализация модели

Аналитическое решение системы уравнений (2.12)-(2.21) даже в одномерном случае не представляется возможным в виду существенной нелинейности, не говоря уже про трехмерные постановки. Поэтому для решения конкретных краевых задач необходимо интегрировать систему (2.12)-(2.21) численно.

Все имеющиеся на сегодняшний день методы для численного решения дифференциальных уравнений в частных производных можно разделить на три большие группы:

1. **Конечно-элементные методы (МКЭ)** [80]. Область интегрирования (сплошная среда) разделяется на конечные элементы, внутри которых

искомые переменные аппроксимируются непрерывными функциями. Исходные уравнения записываются для значений переменных в узлах элементов, что приводит к системе линейных алгебраических уравнений для нахождения коэффициентов внутри-элементных аппроксимирующих функций. Такой подход позволяет легко учесть сложную геометрию задачи или выделить некоторые геометрические особенности (более детальная сетка) в рамках простой формы области интегрирования. Преимуществами также является непрерывная аппроксимация по всему пространству, в отличие от метода конечных разностей.

2. **Метод конечных разностей (МКР)** [81-84]. Сплошная среда заменяется конечно-разностной сеткой (ячейками) определенного размера (масштаб дискретизации), внутри которых искомые функции постоянны. Интегрируемым уравнениям ставятся в соответствие конечно-разностные аналоги, решение которых для каждой ячейки приводит к нахождению неизвестных значений в ячейках сетки. После того, как значения искомых параметров на текущем шаге по времени известны, производится поиск значений в ячейках следующего временного слоя. В результате решение системы уравнений представляет собой набор точек в пространстве и времени с определенными интервалами (шагами). Как правило, МКР существенно проще в плане программной реализации, чем МКЭ, однако возникают трудности при аппроксимации граничных условий на криволинейных образующих и ведении расчетов на неравномерных сетках.
3. **Бессеточные методы** [43-45]. Каждая искомая функция в исходной системе дифференциальных уравнений в частных производных раскладывается по системе базисных функций. При подстановке данного разложения в исходную систему получается, что каждое дифференциальное уравнение в частных производных сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Таким образом, в отличие от МКР и МКЭ, в которых численное решение будет тем точнее, чем меньше масштаб дискретизации сплошной среды, при указанном подходе точность решения

будет пропорциональна количеству базисных функций в разложении. Подобные методы численного интегрирования появились при возникновении проблемы зависимости решения задачи от сетки, особенно в задачах, связанных с разрушением. Однако истинно бессеточными были только самые ранние представители данных методов, например, метод Галеркина, метод Рунге. Поздние же модификации приобрели некий аналог сетки в виде узлов, покрывающих область интегрирования. При этом разложение по системе функций стало носить локальный характер. Вместе с этим и проблемы, связанные с зависимостью решения от сетки стали присущи «бессеточным» методам.

В настоящей работе для численного интегрирования уравнений (2.12)-(2.21) был использован МКР при решении задач идентификации параметров в одноосном случае, реализованный в пакте прикладных программ Wolfram Mathematica. Для трехмерного моделирования использовался МКЭ, реализованный в пакете прикладных программ Abaqus. Балансовые уравнения (2.12), (2.13) и кинематическое соотношение (2.14) решались посредством ядра среды Abaqus, а определяющие соотношения и уравнение теплопроводности (2.15)-(2.21) были внедрены в пакет при помощи пользовательской процедуры VUMAT. Для этого был написан оригинальный программный код на языке Fortran. Вычислительный алгоритм следующий:

1. Рассчитывается ускорение: $\dot{\mathbf{v}}^i = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{F}^i$, где \mathbf{M}^{-1} – матрица масс, \mathbf{F}^i – вектор нагрузки (дивергенция тензора напряжений), i – номер текущего шага по времени.
2. Рассчитываются поля скоростей и перемещений:

$$\mathbf{v}^{i+0,5} = \mathbf{v}^{i-0,5} + \frac{\Delta t^{i+1} + \Delta t^i}{2} \dot{\mathbf{v}}^i$$

$$\mathbf{u}^{i+1} = \mathbf{u}^i + \Delta t^{i+1} \mathbf{v}^{i+0,5}$$

$$\mathbf{v}^{i+1} = \mathbf{v}^{i+0,5} + \frac{1}{2} \Delta t^{i+1} \dot{\mathbf{v}}^{i+1}$$

где \mathbf{u} – вектор перемещений, $i + 1$ – номер следующего шага по времени, Δt – шаг по времени,

3. После того, как вектор скорости известен, вычисляется приращение тензора деформации скорости ΔD .
4. Рассчитывается девиаторная часть тензора напряжений σ_d .
5. Рассчитываются приращения пластической и дефектной составляющих тензора деформации скорости: $\Delta \dot{\epsilon}^p$, $\Delta \dot{\rho}$.
6. Вычисляется приращение тензора напряжений: $\Delta \sigma$.
7. Вычисляется прирост температуры и тензора плотности микросдвигов: ΔT , Δp .
8. Проводится интегрирование по времени и вычисляются значения параметров на следующем шаге:

$$\sigma^{i+1} = \sigma^i + \Delta \sigma$$

$$p^{i+1} = p^i + \Delta p$$

$$T^{i+1} = T^i + \Delta T$$

9. Проверяется выполнение критерия разрушения. Если критерий выполняется, то соответствующий конечный элемент удаляется из расчета.
10. Вычисляются значения вектора нагрузки и матрицы масс на следующем шаге по времени: M^{-1} , F^{i+1} .

2.9. Выводы

На основе статистико-термодинамической теории коллективного поведения ансамблей дефектов (микросдвигов) была построена математическая модель, связывающая механизмы структурной релаксации, обусловленные зарождением и развитием дефектов, с пластическим деформированием и разрушением материалов.

Введенная поправка в виде зависимости вязкости от температуры позволила учесть эффекты термического разупрочнения, а так же повышения пластичности. Идентифицированные параметры модели для ряда материалов успешно прошли верификацию в сопоставлении с данными независимых экспериментов. В итоге

построенная модель учитывает оба механизма разупрочнения: температурное и дефектное.

Полученные уравнения были внедрены в пакет прикладных программ Abaqus для проведения трехмерных расчетов.

Глава 3. Моделирование процесса локализации пластической деформации и разрушения металлов при динамическом нагружении

3.1. Введение

Глава посвящена теоретическому изучению механизмов локализации пластической деформации и разрушения металлов и сплавов при динамическом нагружении.

Раздел 3.2 посвящен моделированию процесса локализации пластического сдвига на примере деформирования П-образцов.

В разделе 3.3 проводится анализ П-образцов на соответствие плоско-деформированному состоянию. Также выясняется вопрос о правомерности пренебрежения теплопроводностью при динамическом нагружении.

Раздел 3.4 посвящен моделированию процесса локализации пластического сдвига на примере деформирования образцов «Сдвиг-сжатие».

В разделе 3.5 проводится моделирование локализации деформации и разрушения металлов на примере постановки по пробиванию дискообразных преград цилиндрическим ударником.

В разделе 3.6 исследуется вопрос учета нелокальных эффектов. На некоторых примерах рассматривается более общая постановка задачи, учитывающая эффекты нелокальности (содержащая операторы Лапласа) в кинетических уравнениях для тензора плотности микродефектов и для пластической деформации.

Раздел 3.7 посвящен теоретическому анализу количественного вклада термического разупрочнения в процесс локализации пластической деформации и разрушения металлов в зависимости от скорости нагружения.

В разделе 3.8 приведен анализ сходимости численного решения, а также рассматривается вопрос зависимости решения от масштаба дискретизации сплошной среды.

В разделе 3.9 изложены общие выводы по главе.

3.2. Моделирование процесса локализации пластической деформации на примере экспериментальной схемы сжатия «П-образцов»

Образец для испытания на сдвиг специальной формы («П-образец») [85] исследовался численно [86]. Чертеж П-образца изображен на рисунке 3.1. Все размеры на рисунке 3.1 указаны в мм. Размер L варьировался от 8,3 мм до 12,3 мм.

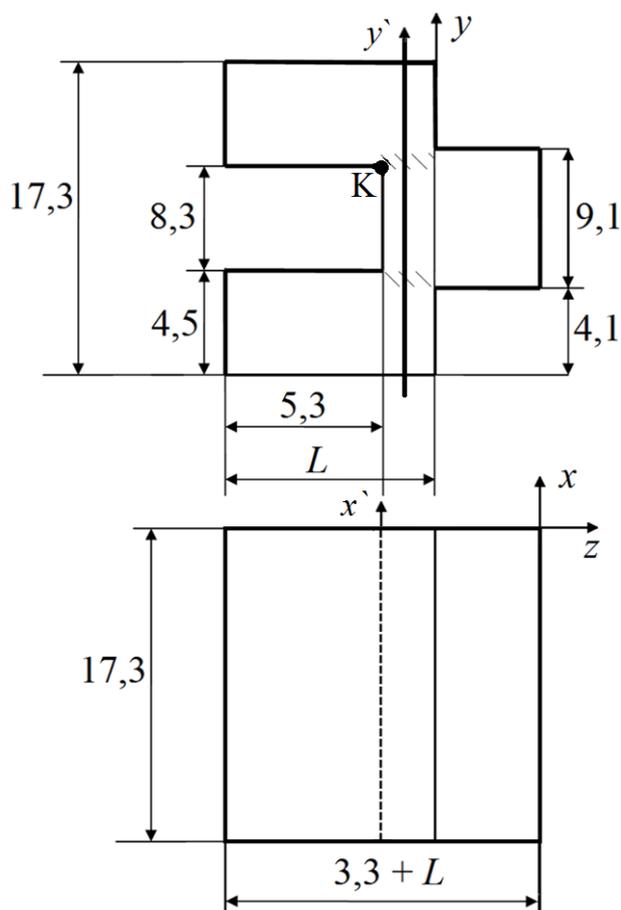


Рисунок 3.1 – Чертеж П-образца для испытаний в условиях близких к чистому сдвигу

При сжатии указанного образца вдоль оси z в узких областях, заштрихованных на рисунке 3.1, локализуется преимущественно сдвиговая деформация. Поэтому данная экспериментальная схема была выбрана для изучения механизмов локализации пластического сдвига.

Моделирование процесса деформирования П-образцов было проведено в двух- и трехмерной постановках. Схема нагружения, реализуемая в численном эксперименте изображена на рисунке 3.2. В эксперименте образец размещался между стержнями Гопкинсона-Кольского для динамического нагружения в режиме сжатия. В расчете воздействие на образец со стороны стержней задавалось соответствующими граничными условиями: на одной границе - нулевые перемещения вдоль оси z , а на другой - перемещения стержней, известные из эксперимента:

$$\begin{aligned}\Gamma_3: u_z = 0, t_x = 0, t_y = 0, \\ \Gamma_{II}: u_z = u(t), t_x = 0, t_y = 0,\end{aligned}$$

где: $\mathbf{u} = \{u_x, u_y, u_z\}$ - вектор перемещений, $u(t)$ - перемещения стержней, известные из эксперимента, $\mathbf{t} = \{t_x, t_y, t_z\}$ - вектор усилий, $\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}$, $\mathbf{n} = \{n_x, n_y, n_z\}$ - вектор нормали к поверхности.

В расчете, так же как и в эксперименте, присутствовала рамка (обозначена серым цветом на рисунке 3.2), которая обхватывала «ножки» П-образца. На оставшейся границе были заданы условия свободной поверхности:

$$\Gamma: \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = 0.$$

Начальные условия соответствовали ненапряженному исходному состоянию и комнатной температуре:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma}_{t=0} &= 0, \\ \boldsymbol{\varepsilon}^p_{t=0} &= 0,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{t=0} &= 0, \\ v_{t=0} &= 0 \\ T_{t=0} &= 25^\circ\text{C}, \\ \rho_{t=0} &= \rho_0. \end{aligned}$$

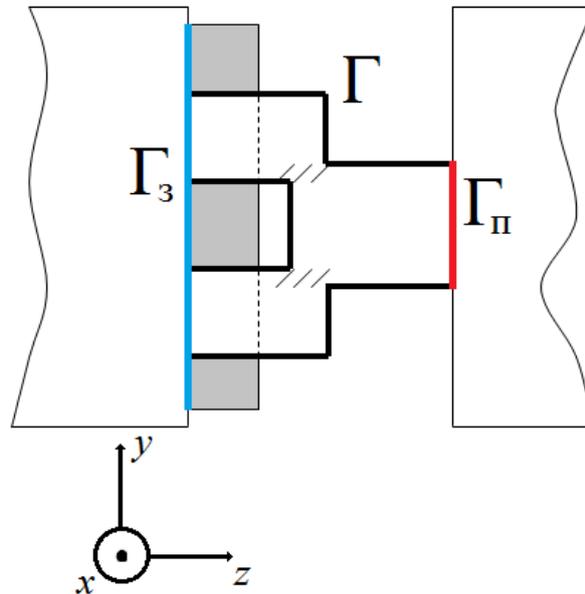


Рисунок 3.2 – Схема нагружения II-образца. Γ_3 – закрепленная граница; Γ_{II} – граница, на которой задаются перемещения; Γ – свободная граница.

Для решения поставленной задачи использовалась математическая модель, построенная в Главе 2 настоящей работы. Система уравнений (2.12)-(2.21) интегрировалась численно методом конечных элементов в пакете прикладных программ Abaqus. При этом область интегрирования была разбита на $3 \cdot 10^5$ конечных элементов в трехмерной постановке и $1,5 \cdot 10^6$ – в двумерной. Пример результатов численных расчетов изображен на рисунке 3.3. Результаты моделирования находятся в удовлетворительном соответствии с оригинальными экспериментами, проведенными в ИМСС УрО РАН.

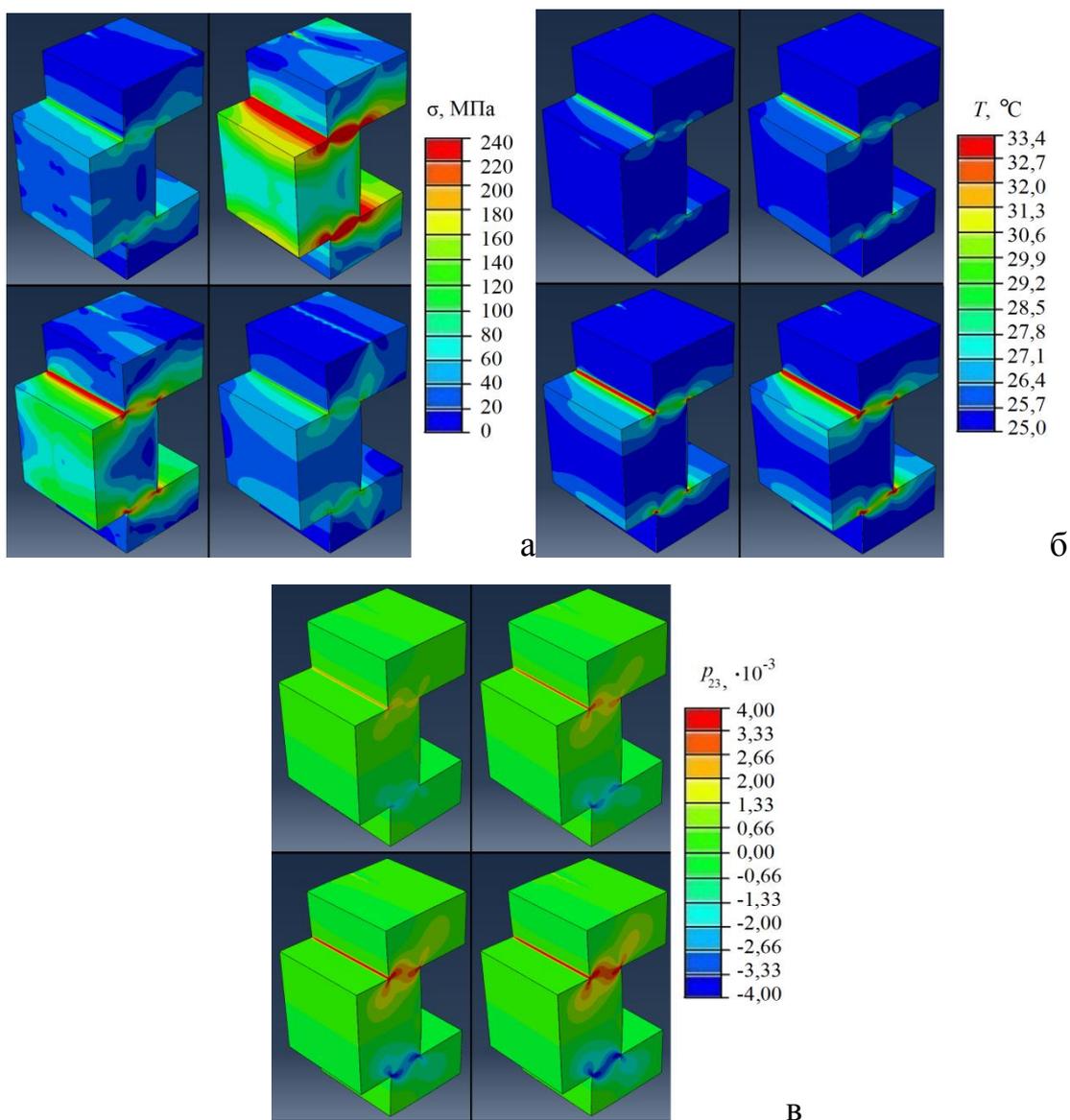


Рисунок 3.3 – Эволюция полей распределения интенсивности тензора напряжений (а), температуры (б) и сдвиговой компоненты тензора плотности микродефектов p_{23} (в) в моменты времени (слева направо и сверху вниз): $1,1 \cdot 10^{-5}$ с, $2,3 \cdot 10^{-5}$ с, $3,5 \cdot 10^{-5}$ с, $4,7 \cdot 10^{-5}$ с

Пример профиля температуры на боковой поверхности (вдоль оси y' , рисунок 3.1) изображен на рисунке 3.4.

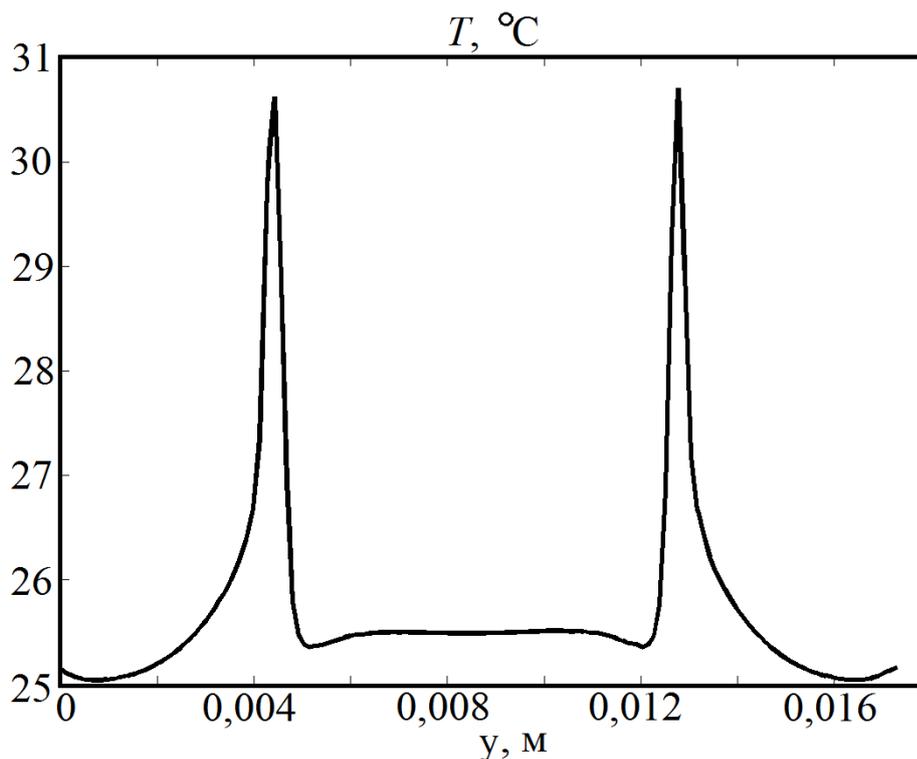


Рисунок 3.4 – Профиль температуры (вдоль оси y) на боковой поверхности образца, полученный в расчете

На рисунке 3.5 изображены примеры профилей (вдоль оси y) сдвиговых компонент тензора плотности микродефектов p_{12} (в двухмерном случае) и соответствующий ему профиль из трехмерного вычислительного эксперимента для компоненты p_{23} . Погрешность составляет 15%. Качественное несоответствие одного из пиков на рисунке 3.5, по-видимому, связано с разницей в задании граничных условий. В 3D случае используется специальная рамка для удержания «ножек» П-образца и предотвращения его разрушения [85], что соответствует экспериментальным условиям. В 2D случае имитация наличия рамки моделируется заданием граничных условий в виде запрета вертикальных перемещений на верхней и нижней поверхностях образца. Значения температур, напряжений и деформаций двухмерных расчетов также в хорошем соответствии с трехмерными.

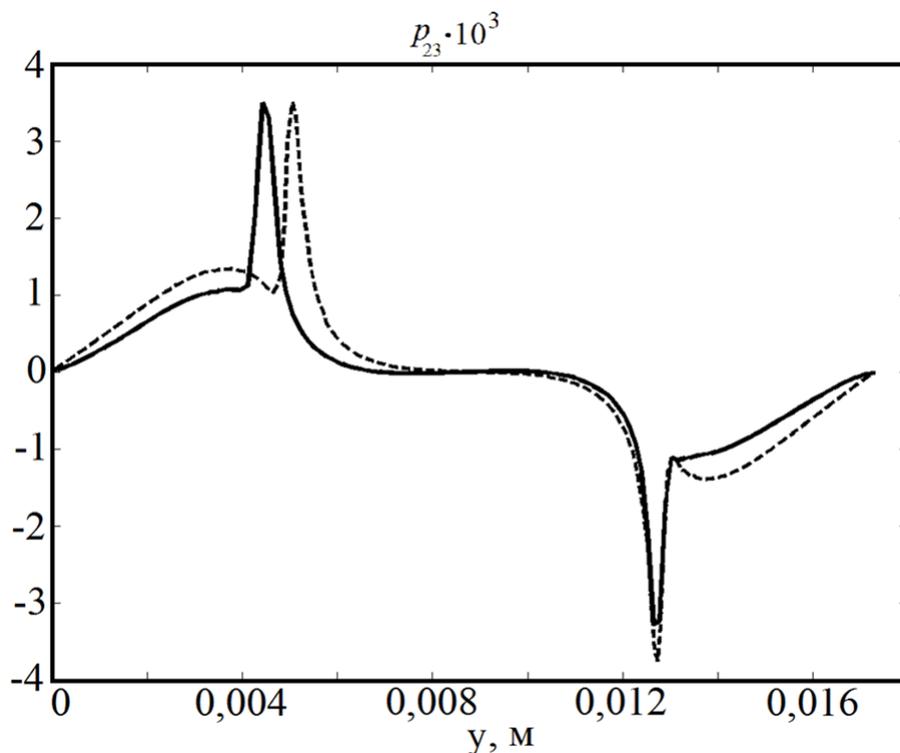


Рисунок 3.5 – Профиль сдвиговой компоненты тензора плотности микродефектов (вдоль оси y) на боковой поверхности образца в трехмерном (сплошная линия) и двухмерном (пунктирная линия) расчетах

Измеренная в эксперименте температура на боковой поверхности деформируемых образцов соответствует полученной в расчете. Это позволяет сделать вывод о том, что от термического разупрочнения прочностные характеристики в ходе нагружения падают не более чем на 6% (согласно данным [73]). В то же время результаты численного моделирования позволяют установить, что разупрочнение, вызванное ростом дефектов, вносит на порядок больший вклад в релаксацию напряжений. Таким образом, можно сделать вывод, что в процессе инициирования неустойчивости пластического течения и развития локализации пластической деформации более существенную роль играют механизмы структурной релаксации, обусловленные эволюцией дефектов.

Результаты численного исследования влияния скорости деформирования (в диапазоне $10^2 - 10^4 \text{ с}^{-1}$) на рост температуры и дефектов, а следовательно – на вклад структурной и термической релаксаций на процесс локализации пластической деформации приведены в таблице 3.1 (p_{23} – сдвиговая компонента

тензора плотности микродефектов; при всех скоростях деформирования величина полной деформации была одинакова). Термическое разупрочнение оценивалось, исходя из данных [73], согласно аппроксимации (2.22). Для оценки дефектного разупрочнения использовалось следующее выражение:

$$\sigma_B^p = 2G\rho_{23}.$$

Таблица 3.1 – Соотнесение термического и дефектного разупрочнений при различных скоростях деформирования (но фиксированной величине деформации)

Скорость деформации, с^{-1}	Значение ρ_{23} в области локализации	Значение температуры в области локализации, $^{\circ}\text{C}$	Разупрочнение за счет дефектов, МПа	Термическое разупрочнение [73], МПа
10^2	$2,36 \cdot 10^{-3}$	28	128	2
10^3	$4,33 \cdot 10^{-3}$	42	236	7
10^4	$3,19 \cdot 10^{-3}$	118	174	58

Видно, что вклад в разупрочнение, вносимый дефектами, существенно выше температурного при скоростях деформирования $10^2 - 10^3 \text{ с}^{-1}$. При скорости деформации 10^4 с^{-1} роль дефектов начинает уменьшаться, и термическое разупрочнение становится сопоставимым со структурным по порядку величины. Однако, структурная релаксация, по-прежнему, вносит больший вклад в инициирование процесса локализации деформации. Связь роста дефектов с механизмами структурной релаксации отображена на рисунке 3.6.

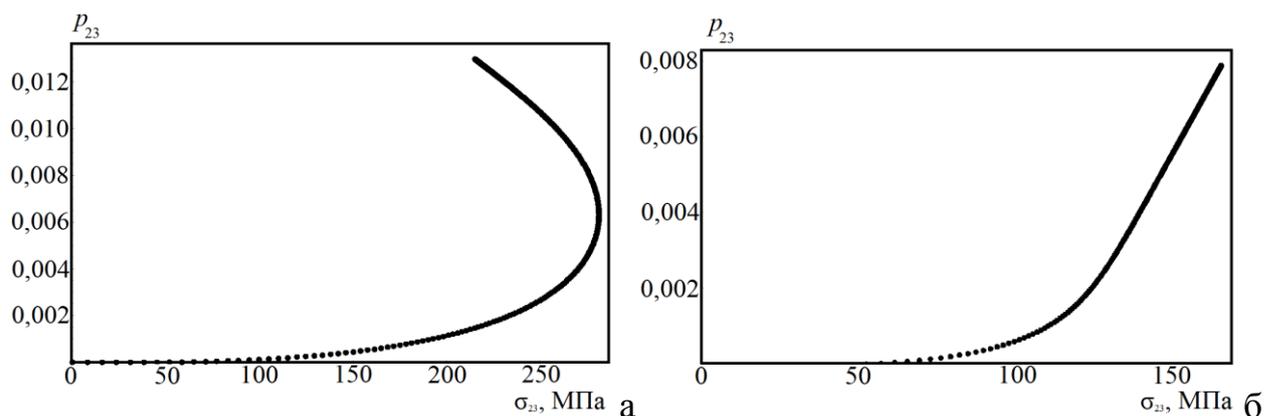


Рисунок 3.6 – Характерный вид нелинейной реакции материала на рост дефектов в области интенсивной локализации пластического сдвига (а) и вдали от локализации деформации (б)

Был проведен анализ сходимости численных расчетов. В качестве исследуемых параметров были выбраны сдвиговые компоненты тензоров напряжений, деформаций и плотности микродефектов в области интенсивной локализации деформации (в точке К на рисунке 3.1). Остальные компоненты не рассматривались, т.к. указанные являются преобладающими. Сходимость температуры так же не рассматривалась отдельно, т.к. она автоматически следует из сходимости выбранных переменных, согласно уравнению, по которому она вычисляется. Анализ проводился в двумерной постановке потому, что в этом случае можно добиться более детального разбиения области интегрирования. Шаг аппроксимации по пространству (характерный размер конечного элемента) уменьшался с каждой итерацией, при этом сравнивались относительные приращения значений выбранных параметров на текущем и предыдущем шагах. Соответствующие результаты изображены на рисунках 3.7-3.9. По графикам видно, что результаты расчетов сходятся, что свидетельствует об адекватности численного эксперимента.

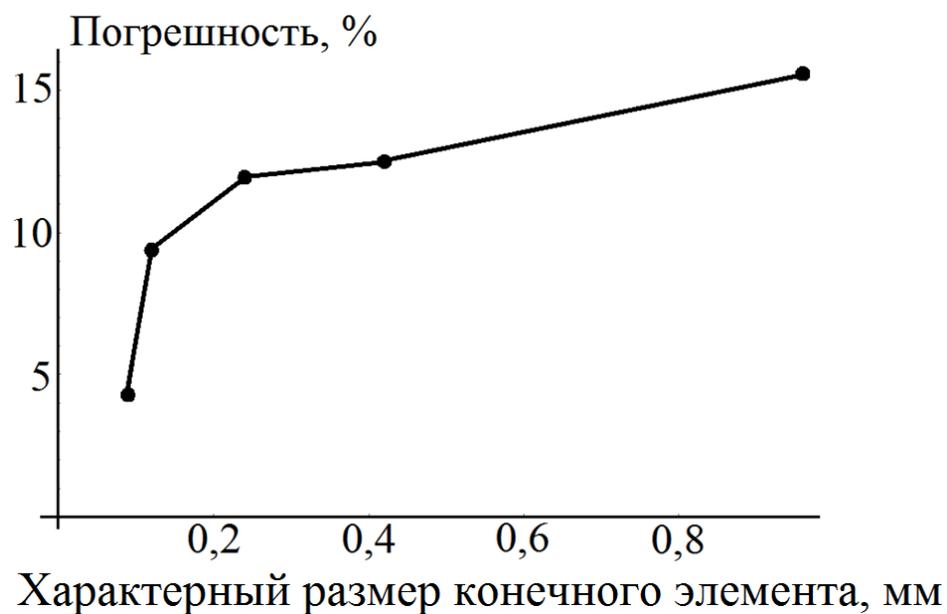


Рисунок 3.7 – График сходимости сдвиговой компоненты тензора деформаций



Рисунок 3.8 – График сходимости сдвиговой компоненты тензора напряжений



Рисунок 3.9 – График сходимости сдвиговой компоненты тензора плотности микродефектов

3.3. Численный анализ «П-образцов»

Анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) имел целью определение степени неоднородности полей напряжений, деформаций и температуры вдоль оси x (рисунок 3.1). Данный вопрос важен по следующим причинам. Во-первых, в эксперименте, проводимом в ИМСС УрО РАН, с которым сравнивались результаты моделирования, тепловыделение определяется только на боковой поверхности, а, значит, возникает вопрос: насколько оно соответствует разогреву в сечениях параллельных боковой поверхности образца (вдоль оси x , рисунок 3.1). Во-вторых, расчет в плоской постановке (плоское деформированное состояние вдоль оси x , рисунок 3.1) существенно экономит время вычислений, что позволяет представить область интегрирования на более детальной конечно-элементной сетке. Результаты расчета представлены на рисунке 3.10-3.13.

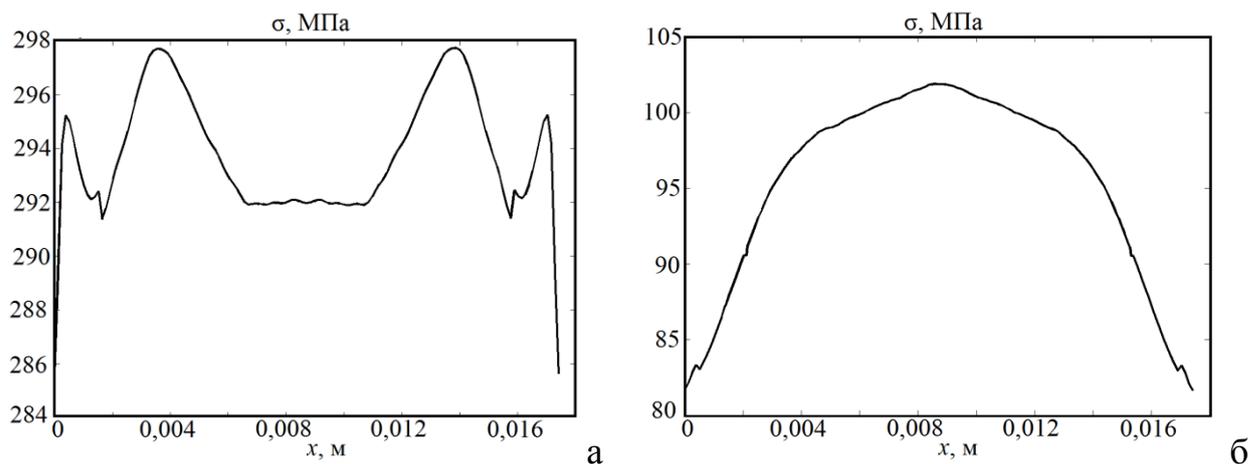


Рисунок 3.10 – Интенсивность напряжений вдоль оси x в момент максимального значения напряжений (а) – $2,3 \cdot 10^{-5}$ с, и в конечный момент нагружения (б) – $4,7 \cdot 10^{-5}$ с

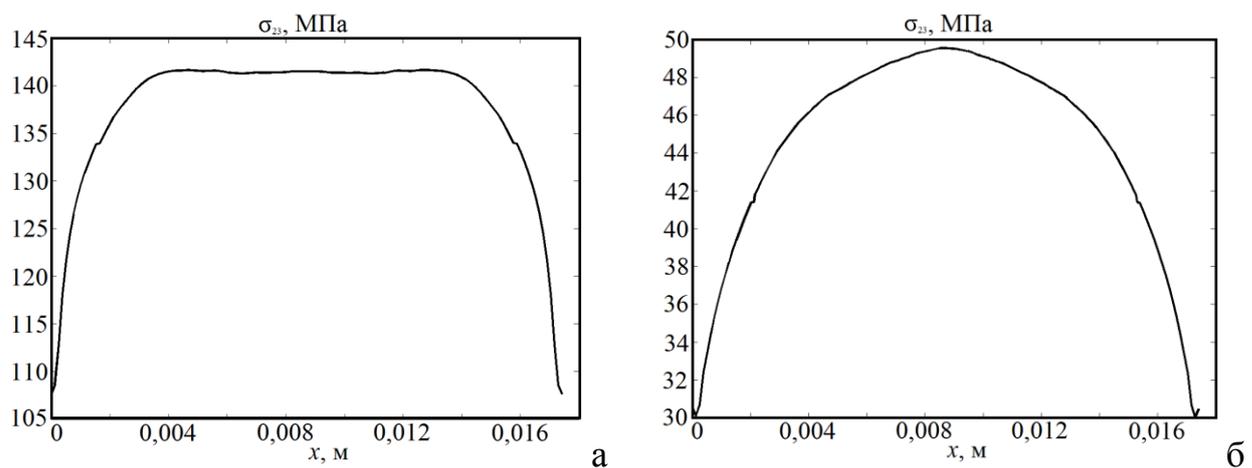


Рисунок 3.11 – Сдвиговая компонента (σ_{23}) тензора напряжений вдоль оси x в момент максимального значения напряжений (а) – $2,3 \cdot 10^{-5}$ с, и в конечный момент нагружения (б) – $4,7 \cdot 10^{-5}$ с

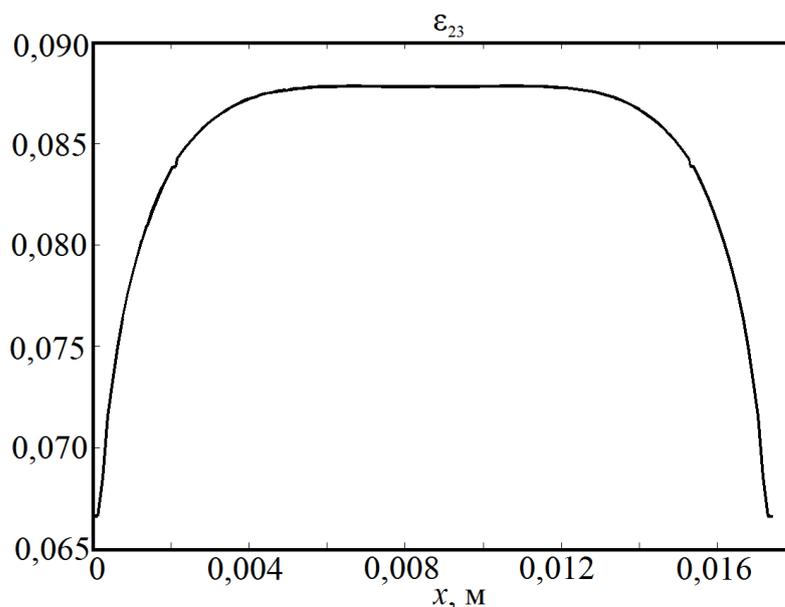


Рисунок 3.12 – Сдвиговая компонента (ϵ_{23}) тензора деформаций вдоль оси x в конечный момент нагружения ($4,7 \cdot 10^{-5}$ с)

Для анализа НДС была выбрана область наибольшей концентрации напряжений (заштрихована на рисунке 3.1). В этой же области наблюдается наибольший рост температуры и максимальное значение сдвиговой деформации (ϵ_{23}), которая является преобладающей в данном типе нагружения. Напряжения рассматривались в момент достижения ими максимальных значений и в момент окончания процесса нагружения. Температура и деформация рассматривались только во втором случае, так как в отличие от напряжений эти параметры монотонно растут в течение деформирования. Неоднородность интенсивности напряжений в момент пика ($4,7 \cdot 10^{-5}$ с) – 4%, в конце – 19,9% (рисунок 3.10). Для сдвиговой компоненты тензора напряжений (σ_{23}) – 24% и 39,4% (рисунок 3.11) соответственно. Отклонение деформации (ϵ_{23}) от однородного состояния составляет 24,2%. В данном случае под неоднородностью понималась разница между максимальным и минимальным значением параметра вдоль оси x , отнесенная к его максимальному значению. Другие компоненты тензоров напряжений и деформаций не исследовались на однородность, ибо их значения существенно меньше, чем $(\cdot)_{23}$ (значения компонент деформаций не превышают

0,03 в то время, как ε_{23} достигает 0,09; значения компонент напряжений не превышают 50 МПа, а σ_{23} достигает 142 МПа).

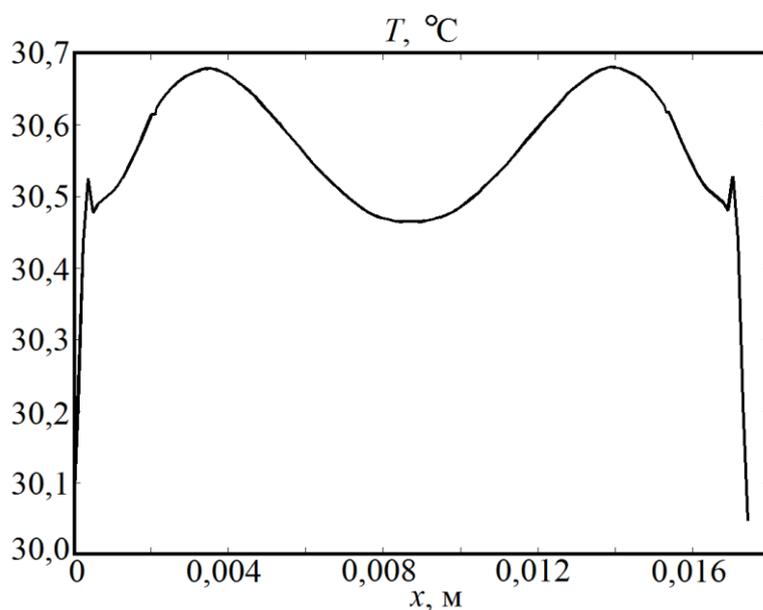


Рисунок 3.13 – Температура вдоль оси x в конечный момент нагружения ($4,7 \cdot 10^{-5}$ с)

Неоднородность температуры по ширине образца составляет всего лишь 2%. Этот результат является наиболее значимым, т.к. температура – один из немногих параметров, по которому количественно можно судить о соответствии теории и эксперимента в данном случае. Кроме того, можно сделать вывод, что способ измерения температуры на поверхности вполне адекватен и дает достоверную информацию о тепловыделениях внутри образца (при данной геометрии и скоростях нагружения). В целом можно сделать вывод, что НДС по ширине образца является достаточно однородным. Общая погрешность составляет 24%.

Также было проведено исследование влияния теплопроводности, целью которого было выяснить: насколько справедливо пренебрежение распространением тепла при динамическом нагружении материала в случае испытаний рассматриваемых образцов. Анализ проводился с использованием

упрощенной упруго-пластической модели с уравнением для температуры следующего вида:

$$\rho c \dot{T} = \beta \sigma : \dot{\epsilon}^p + \alpha \Delta T,$$

где $\Delta(\cdot)$ – оператор Лапласа.

При различных скоростях деформации сравнивались поля распределения температуры на боковой поверхности, полученные при $\alpha = 0$ (отсутствие распространения тепла) и $\alpha \neq 0$ (тепло распространяется). Разница соответствующих распределений по абсолютной величине относилась к значению наименьшего из них в соответствующей материальной точке. Таким образом, получалось поле относительной разницы (погрешности при пренебрежении теплопроводностью). Максимальное значение данной погрешности из всей исследуемой области принималось за погрешность при данной скорости деформации. График представлен на рисунке 3.14. Видно, что, начиная со скорости деформирования 1800 с^{-1} , погрешность расчета температуры с пренебрежением теплопроводностью равна 5%, а с дальнейшим ростом скорости нагружения еще меньше. Таким образом, пренебрежение распространением тепла с высокой степенью достоверности правомерно в рассматриваемом диапазоне скоростей деформирования. Кроме того, пренебрежение эффектами теплопроводности ($\alpha=0$) существенно (в 3-4 раза) сокращает время расчетов.

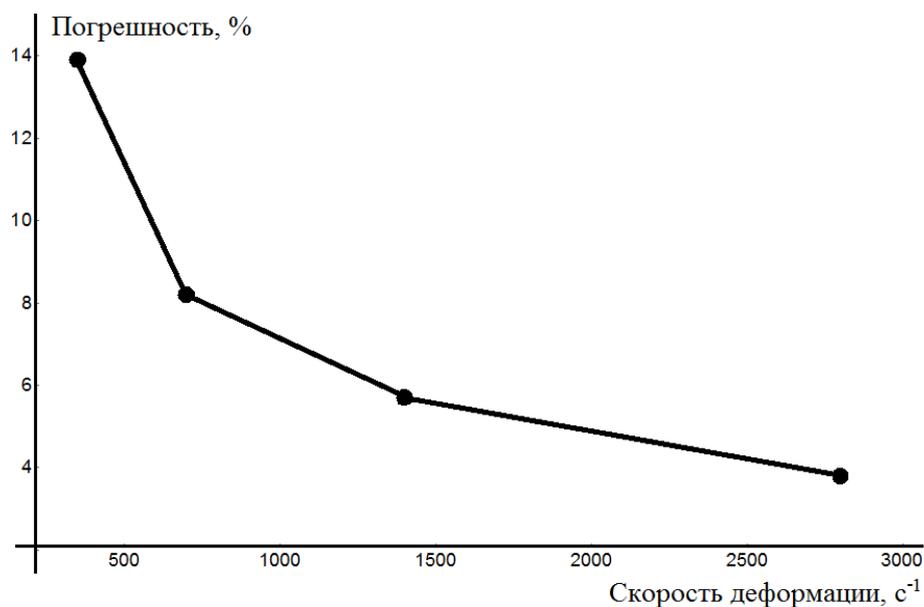


Рисунок 3.14 – Зависимость влияния теплопроводности от скорости деформации

При помощи численного расчета была проверена предложенная в [85] экспериментальная методика определения сдвиговых напряжений при динамическом деформировании П-образцов на разрезном стержне Гопкинсона-Кольского. Согласно [85], сдвиговые напряжения определяются по формуле:

$$\tau(t) = \frac{P(t)}{2S},$$

где: $\tau(t)$ – зависимость сдвигового напряжения от времени, $P(t)$ – сжимающая сила, действующая вдоль оси z (рисунок 3.1), известная из эксперимента, S – площадь области преимущественного сдвига.

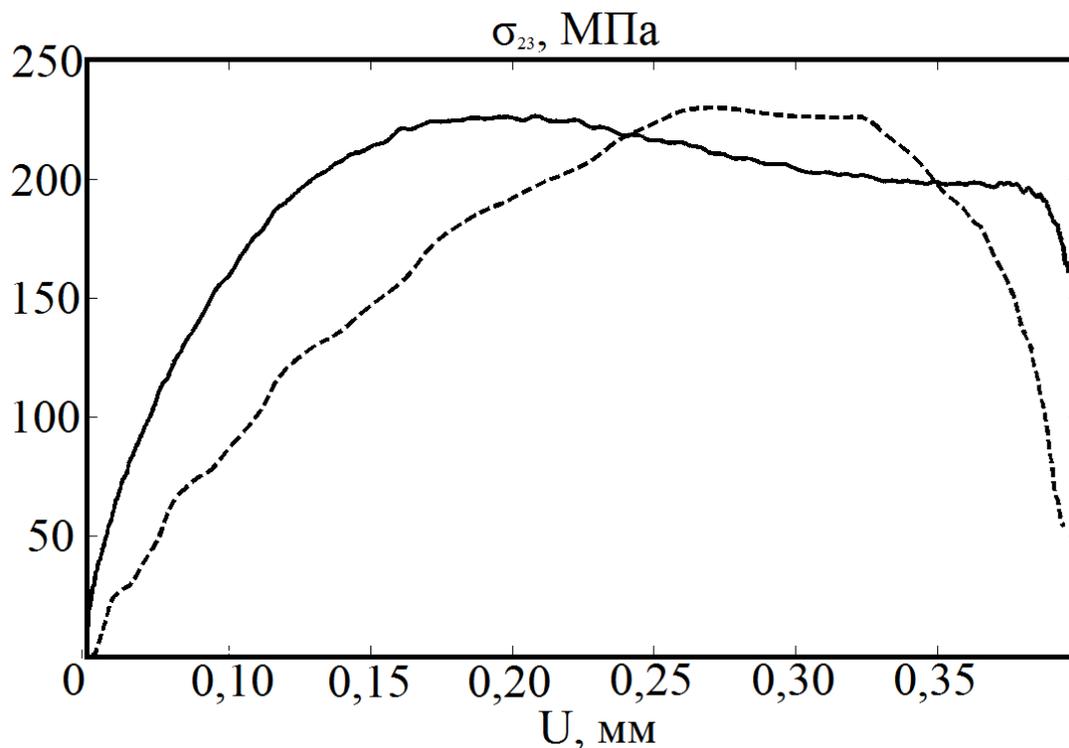


Рисунок 3.15 – Зависимость технического сдвигового напряжения (сплошная линия) и сдвиговой компоненты тензора напряжений σ_{23} (пунктирная линия) от перемещений на торце образца

Пример графика макроскопического сдвигового напряжения, полученного в эксперименте, проведенном в ИМСС УрО РАН, приведен на рисунке 3.15. Там же представлен соответствующий ему график сдвиговой компоненты тензора напряжений σ_{23} в области локализации значений переменных. Некоторое несоответствие графиков связано с рядом причин. Во-первых, в расчете напряжения в выбранной области возникают не сразу, а лишь после определенного этапа нагружения. В определении же технических напряжений предполагается, что они действуют постоянно с момента приложения силы. Во-вторых, в расчете технического напряжения не учитывается изменение площади области S , хотя на самом деле она изменяется. В-третьих, экспериментальная методика дает лишь осредненную макроскопическую величину напряжений по области. Тем не менее, такой подход дает количественную оценку максимальных касательных напряжений, возникающих в области их наибольшей концентрации, с высоким уровнем точности.

3.4. Моделирование процесса локализации пластической деформации на примере экспериментальной схемы «Сдвиг-сжатие»

Данный раздел посвящен моделированию процесса локализации пластической деформации по экспериментальной схеме «сдвиг-сжатие» [87]. Цилиндрические образцы, имеющие диаметр 10 мм, высоту 20 мм и вырезы прямоугольного сечения шириной 2 мм и глубиной 3,75 мм, ориентированные под углом 45 градусов к оси образца, симметрично с двух сторон. При динамическом сжатии на разрезном стержне Гопкинсона-Кольского в данных образцах реализуется преимущественно сдвиговая деформация, локализованная в области выреза. Подобный способ нагружения, по сравнению с описанным в предыдущем разделе, является более сложным с точки зрения напряженно-деформированного состояния. Так же он более близкий к ситуации эксплуатации простых конструкций, имеющих концентраторы напряжений, являющиеся очагами инициации разрушения. Схема нагружения изображена на рисунке 3.16. Она полностью аналогична той, что была рассмотрена в предыдущем разделе. Образец размещается между стержнями Гопкинсона-Кольского, взаимодействие с которыми в численном эксперименте моделируется граничными условиями: запрет перемещений вдоль оси z и нулевые усилия вдоль осей x , y на Γ_z . Известные из эксперимента перемещения и нулевые усилия вдоль осей x , y на Γ_p . На остальной границе Γ заданы условия свободной поверхности. Начальные условия такие же, как и в предыдущем разделе.

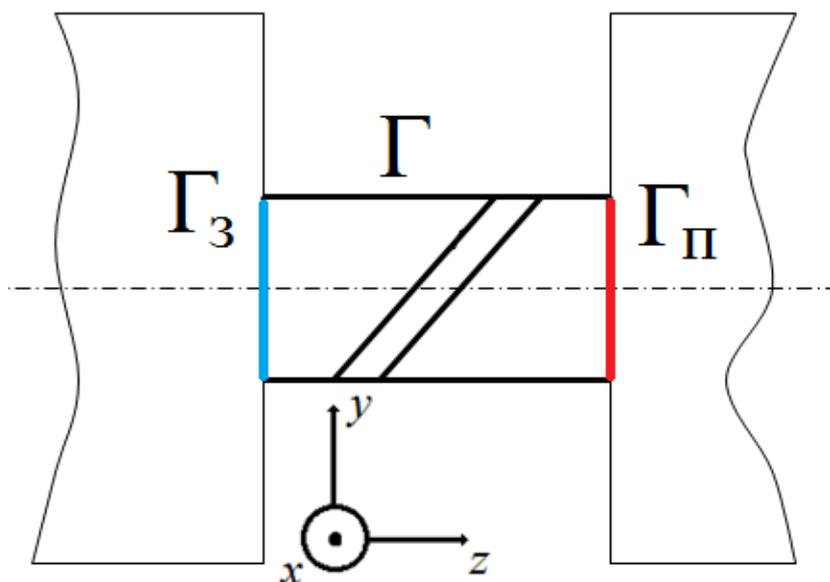


Рисунок 3.16 – Схема нагружения образца «сдвиг-сжатие». Γ_3 – закрепленная граница; Γ_{Π} – граница, на которой задаются перемещения; Γ – свободная граница.

Для решения поставленной задачи использовалась математическая модель, построенная в Главе 2 настоящей работы. Система уравнений (2.12)-(2.21) интегрировалась численно методом конечных элементов в пакете прикладных программ Abaqus. При этом область интегрирования была разбита на $3,9 \cdot 10^5$ конечных элементов. Примеры численных расчетов для материала АМг6 [88-90] изображены на рисунке 3.17. Результаты моделирования находятся в удовлетворительном соответствии с экспериментальными данными, полученными в ИМСС УрО РАН.

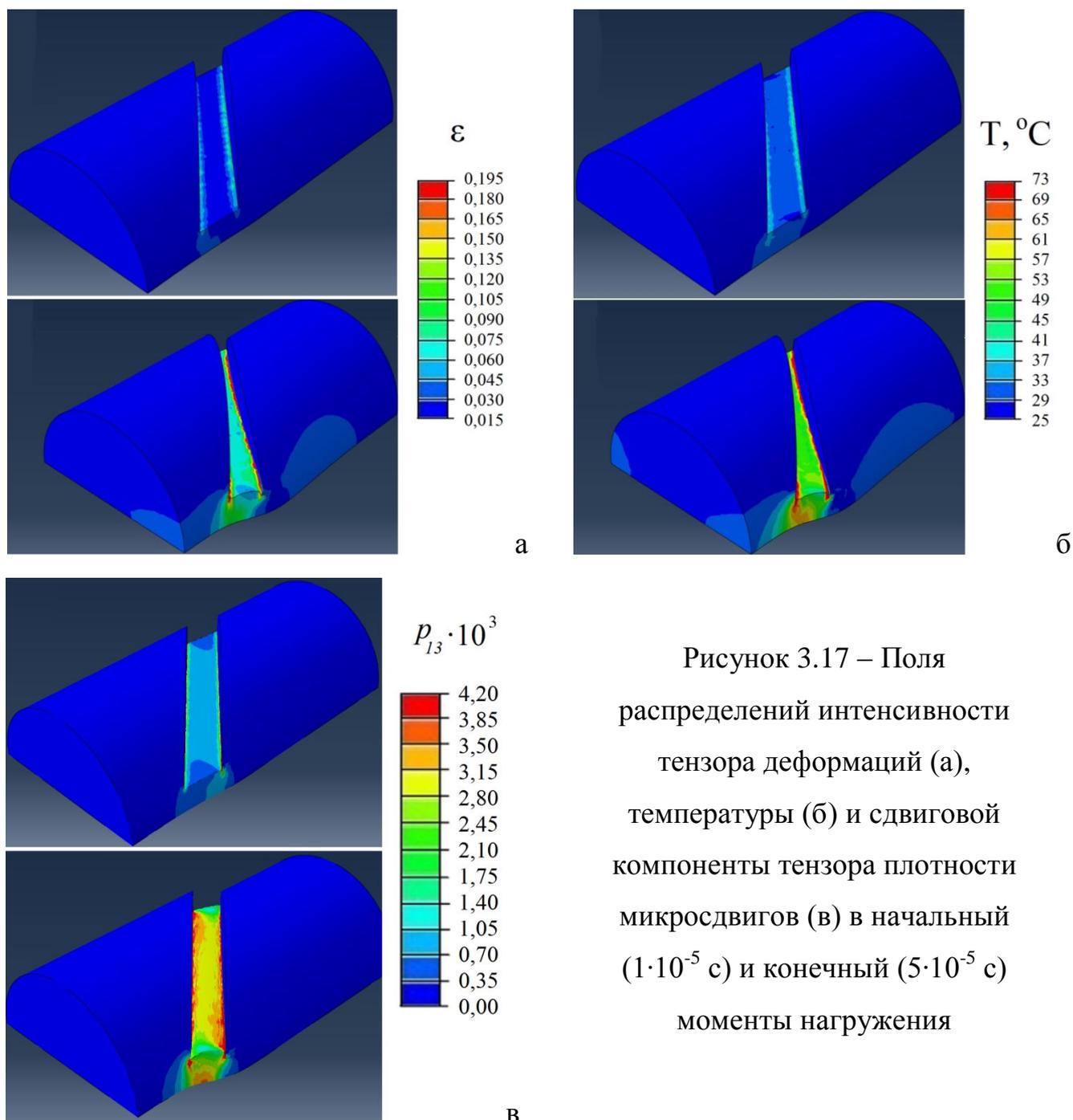


Рисунок 3.17 – Поля распределений интенсивности тензора деформаций (а), температуры (б) и сдвиговой компоненты тензора плотности микросдвигов (в) в начальный ($1 \cdot 10^{-5}$ с) и конечный ($5 \cdot 10^{-5}$ с) моменты нагружения

Для данного типа эксперимента существует два способа проверки адекватности расчетов при помощи экспериментальных данных: 1 – это сопоставление температуры, измеренной в эксперименте; 2 – методика определения макроскопических сдвиговых деформаций и напряжений, предложенная в [87]. Разогрев образцов, зафиксированный высокоскоростной инфракрасной камерой, во всех экспериментах не превышает $70\text{ }^\circ\text{C}$, что соответствует моделированию (рисунок 3.17б). На рисунке 3.18 изображены

диаграммы деформирования для сдвиговых компонент напряжений и деформаций (в прямоугольной декартовой системе координат), которые были получены в ходе численного эксперимента в соответствии с методикой пересчета экспериментальных данных [87]. Значения расчетных сдвиговых компонент тензоров напряжений и деформаций были взяты усреднением соответствующих компонент по области выреза. Видно хорошее качественное и количественное соответствие теории и эксперимента. Также можно сделать вывод, что, в случае изотропных материалов параметры модели, идентифицированные на примере экспериментов по одноосному нагружению, хорошо верифицируются на более сложном напряженно-деформированном состоянии и адекватно описывают поведение материала при сдвиге.

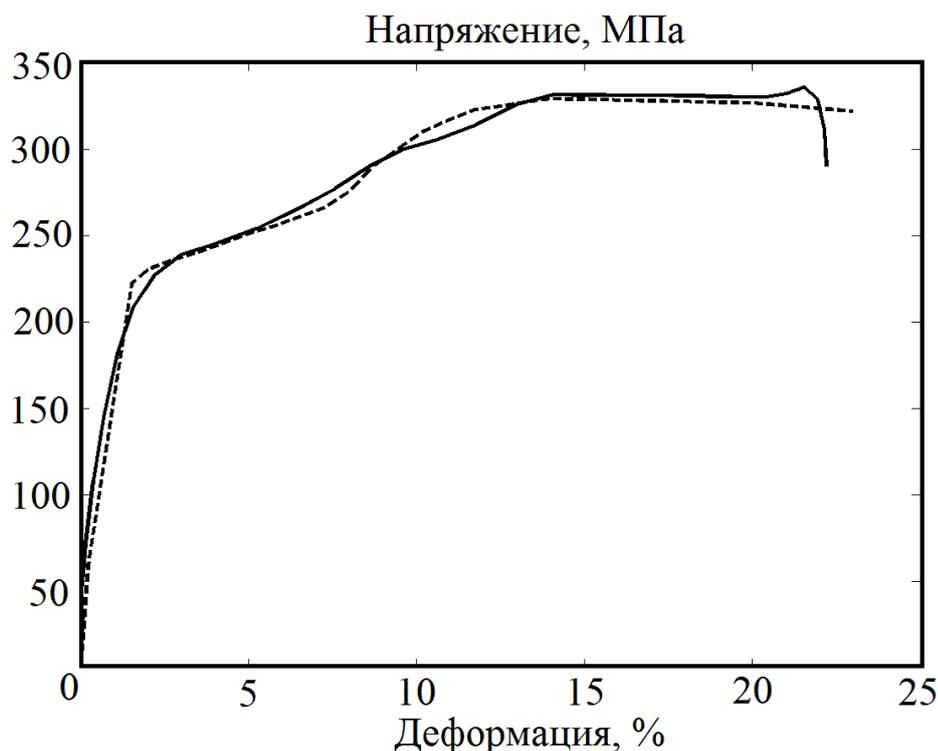


Рисунок 3.18 – Зависимость сдвигового напряжения от сдвиговой деформации для образца «сдвиг-сжатие». Экспериментальные данные – сплошная линия, расчет – пунктирная

Был проведен анализ сходимости численных расчетов. В качестве исследуемого параметра была выбрана интенсивность тензора напряжений в

области наиболее интенсивной локализации деформации (усреднение по области выреза). Шаг аппроксимации по пространству уменьшался с каждым расчетом, при этом сравнивались значения исследуемого параметра на текущем и предыдущем шагах. Соответствующие результаты изображены на рисунке 3.19. Видно, что относительная разница между значениями интенсивности напряжений уменьшается с уменьшением шага интегрирования, что свидетельствует о сходимости расчетов.

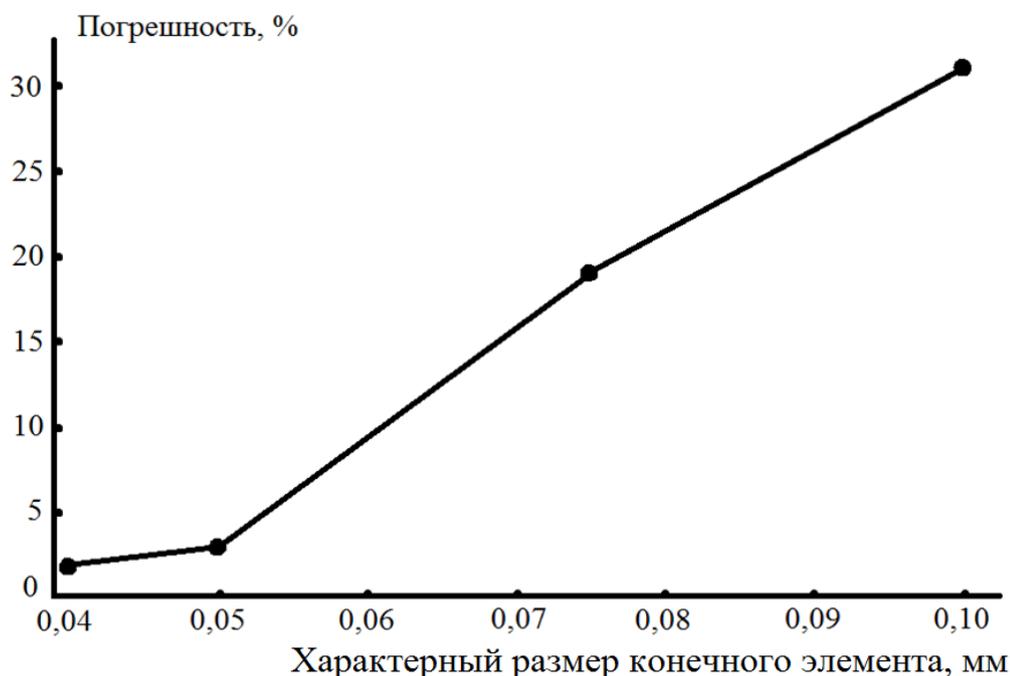


Рисунок 3.19 – График сходимости интенсивности тензора напряжений

Учитывая значения полученных температур в ходе эксперимента и моделирования, можно сделать вывод, что термическое разупрочнение составляет не более 6%, согласно [73]. В то время как структурная релаксация (разупрочнение за счет роста дефектов) составляет 62% (рисунок 3.17в), согласно значениям сдвиговой компоненты тензора плотности микродефектов ($p_{13} \sim 4 \cdot 10^{-3}$). Таким образом, как и в предыдущем разделе, можно сделать вывод, что при данных скоростях деформирования (10^3 с^{-1}) температура не оказывает существенного влияния на процесс локализации пластической деформации, которая в большей степени обусловлена эволюцией структуры материала.

3.5. Численное моделирование пробивания преград

3.5.1. Постановка вычислительного эксперимента

Вычислительный эксперимент соответствует физическому, проведенному в Лаборатории физических основ прочности ИМСС УрО РАН. Геометрия задачи и граничные условия изображены на рисунке 3.20. На боковой поверхности преграды были заданы нулевые перемещения по всем осям, что соответствует закреплению мишени по периметру в эксперименте:

$$\Gamma_3: \mathbf{u} = 0.$$

На передней и тыльной частях преграды были заданы условия свободной поверхности:

$$\Gamma: \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = 0.$$

На границе поверхностей ударника и мишени были заданы условия идеального контакта без трения:

$$\mathbf{t}_{\partial V} \cdot \mathbf{n} = -\mathbf{t}_{\Gamma} \cdot \mathbf{n},$$

$\mathbf{t} = \{t_x, t_y, t_z\}$ – вектор силы.

В начальный момент расчета ударник прилегал к образцу, и вдоль всего его объема была задана скорость соударения, известная из эксперимента. Так моделировался удар:

$$V: v_z = v_0.$$

Остальные начальные условия такие же, как и в предыдущих двух разделах.

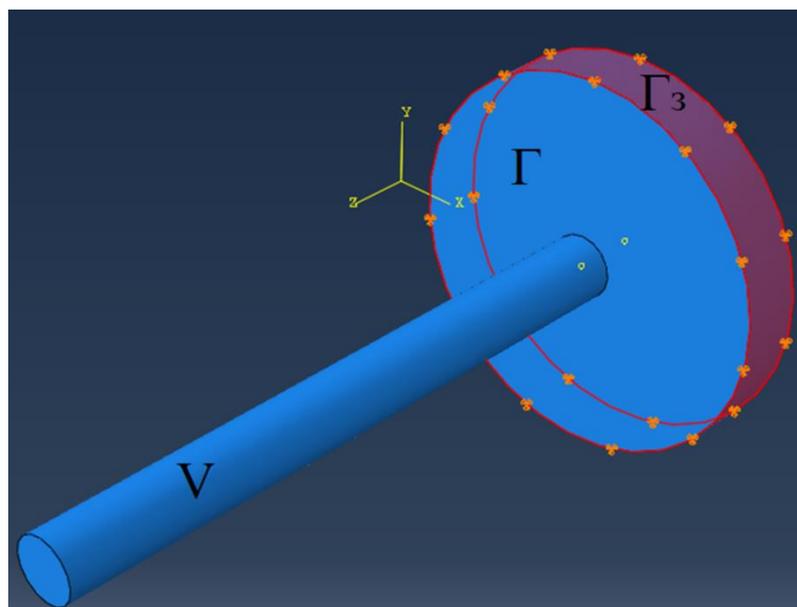


Рисунок 3.20 – Геометрия задачи и граничные условия для расчета пробивания преград

Для сплава АМгб образцы представляли собой цилиндры диаметром 40 мм и толщиной 5-10 мм. Для А6061 и стали 25ХНЗМФА: диаметр 20 мм, толщина 5 мм. Ударник во всех случаях имел форму цилиндра, длиной 50 мм и диаметром 5 мм.

3.5.2. Моделирование пробивания преград из сплава АМгб

Примеры численных расчетов [91-93] процесса выбивания пробки представлены на рисунках 3.21 – 3.23. На данных рисунках изображён прямой удар (снимки сделаны под углом), моделирование не прямых ударов в работе не рассматривалось. Качественно об адекватности моделирования можно судить по форме выбиваемой пробки, которая похожа на ту, что получается в ходе эксперимента.

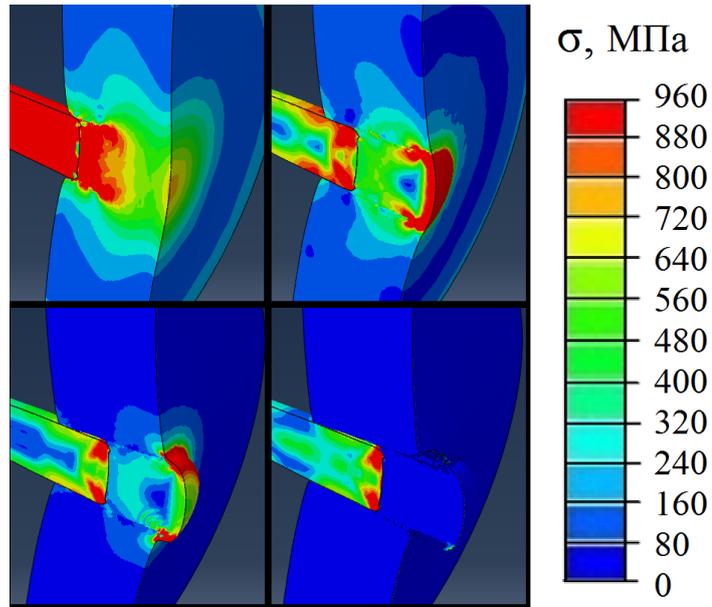


Рисунок 3.21 – Эволюция поля интенсивности тензора напряжений в процессе выноса пробки в моменты времени (слева направо и сверху вниз): $0,25 \cdot 10^{-4}$ с, $0,5 \cdot 10^{-4}$ с, $0,75 \cdot 10^{-4}$ с, $1 \cdot 10^{-4}$ с

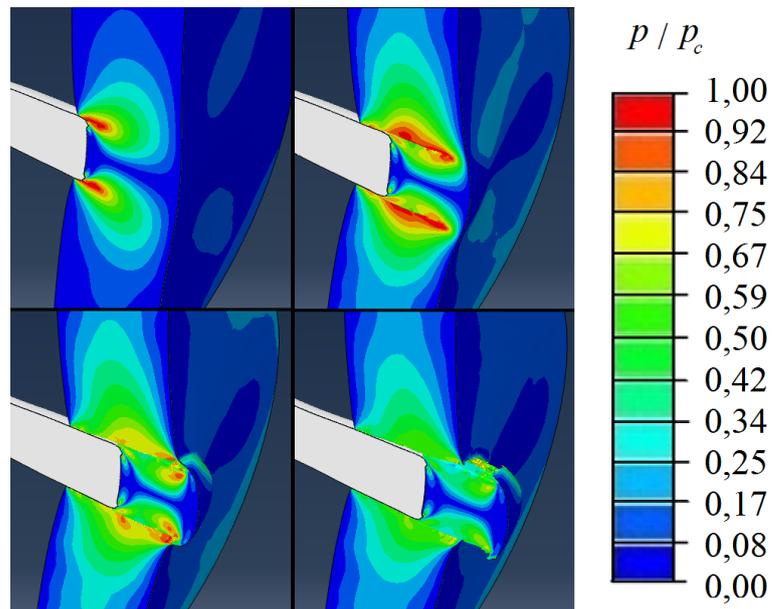


Рисунок 3.22 – Эволюция поля интенсивности тензора плотности микродефектов, отнесенная к его критическому значению в процессе выноса пробки в моменты времени (слева направо и сверху вниз): $0,25 \cdot 10^{-4}$ с, $0,5 \cdot 10^{-4}$ с, $0,75 \cdot 10^{-4}$ с, $1 \cdot 10^{-4}$ с

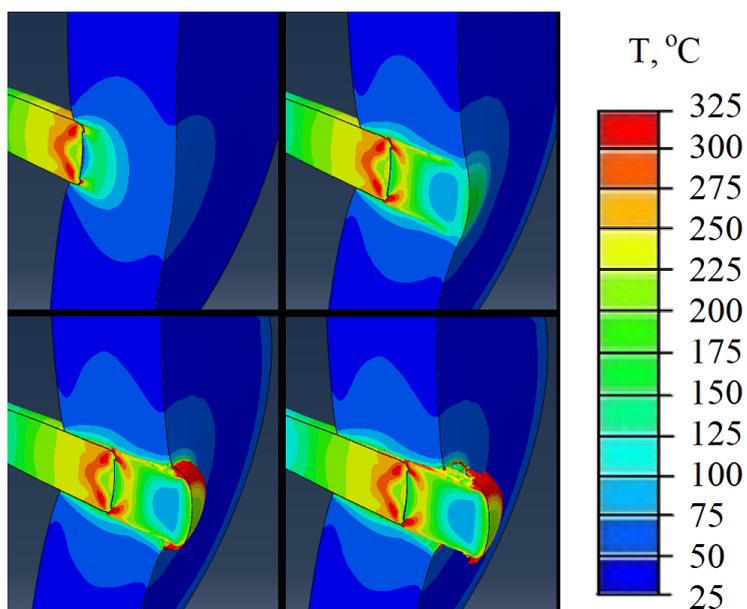


Рисунок 3.23 – Эволюция поля температуры в процессе выноса пробки в моменты времени (слева направо и сверху вниз): $0,25 \cdot 10^{-4}$ с, $0,5 \cdot 10^{-4}$ с, $0,75 \cdot 10^{-4}$ с, $1 \cdot 10^{-4}$ с

Для количественной оценки адекватности модели сравнивалась температура, измеренная на тыльной поверхности преграды (вдоль диаметра в момент отрыва пробки, $0,75 \cdot 10^{-4}$ с) в эксперименте (ИМСС УрО РАН), и ее расчетные значения. Данные приведены в таблице 3.2. Моделирование проводилось в трехмерной (3D) и осесимметричной (2D) постановках. 3D-постановка является более приближенной к реальному эксперименту и позволяет учесть больше различных факторов (несимметричное положение ударника, угол удара и т.д). Однако, в 2D-случае расчеты занимают на порядки меньше времени и есть возможность считать при более детальной дискретизации по пространству.

Таблица 3.2 – Сопоставление температур в расчете и эксперименте

№	Толщина преграды, мм	Скорость ударника, м/с	Температура в эксперименте, °С	Температура в 2D-расчете, °С	Температура в 3D-расчете, °С
1	10	390	190±21	210	230
2	10	417	260±29 (+)	230	250
3	7,5	390	260±29 (-)	340	350
4	7,5	417	340±38 (+)	350	360
5	5	391	210±24 (-)	370	380
6	5	390	380±42 (+)	370	380
7	5	417	340±38 (-)	380	420
8	5	368	300±33	330	350
9	5	208	135±15	170	190
10	5	94 (-)	49±6	60	70
11	5	172	165±19 (+)	160	170
12	5	111 (-)	53±6	70	80
13	5	161	155±18 (+)	140	150
14	5	156	165±19 (+)	140	150
15	5	161	180±20	140	150
16	5	138 (+\/-)	145±16	100	110
17	5	111 (-)	50±6	70	80
18	5	200	270±30 (?)	180	200
19	5	238	230±26 (+)	210	230
20	5	278	200±22 (-)	250	270

Одним из выводов, которые следуют из анализа данных в таблице 3.2, является факт того, что используемая в эксперименте инфракрасная камера (CEDIP Silver 450M) имеет недостаточную скорость съемки. Согласно документации, минимальный период съемки $2,5 \cdot 10^{-4}$ с. Расчет же показывает, что

при пробивании преграды в момент отрыва пробки от мишени за характерное время $2 \cdot 10^{-5}$ с температура повышается на $100 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Экспериментальные данные подтверждают, что не во всех испытаниях пик тепловыделений был зарегистрирован (например, в экспериментах № 5 и 6, соответствующих одинаковой толщине преграды и скорости соударения, температура отличается на $170 \text{ }^{\circ}\text{C}$). В таблице 3.2 символом «-» (напротив температуры) обозначены те ситуации, когда пик не зарегистрирован в эксперименте, соответственно «+» – зафиксированный пик. Не помеченные значения имеют дискуссионный характер, так как не понятно: является ли разница экспериментальных и расчетных температур погрешностью измерений\расчетов или связаны с временной разрешающей способностью инфракрасной камеры. Символом «?» обозначена единственная ситуация, когда температура, измеренная в эксперименте, оказалась выше той, что получена в расчете. Причиной тому может служить либо некорректно зарегистрированная скорость соударения, либо слишком «косой» удар, при котором существенный вклад в тепловыделение внесло трение. Также символом «-» (напротив скорости ударника) обозначены эксперименты, в которых не произошло пробивание преграды. В расчете в данных случаях пробивание так же не произошло. Символ «+\-» означает, что в эксперименте мишень была пробита, но в расчете нет. В расчете преграда пробивается при скорости соударения примерно 150 м/с . В эксперименте – 138 м/с , однако это лишь единичный выстрел, по которому нельзя однозначно судить. Тем не менее, погрешность в определении составляет 8% , что можно считать хорошим результатом, подтверждающим адекватность определения параметра p_c .

В случае зарегистрированных пиков тепловыделений данные моделирования хорошо согласуются с экспериментальными. Видно, что в трехмерном расчете температура получается больше. Это связано с тем, что в осесимметричной постановке присутствуют не все компоненты тензоров напряжений и деформаций, двойная свертка которых, умноженная на коэффициент и есть тепловыделение. Однако, 3D и 2D расчеты хорошо коррелируют между собой.

Еще одним способом количественного подтверждения адекватности модели является сопоставление экспериментального и расчетного профилей скорости свободной поверхности. Для получения такой зависимости в ИМСС УрО РАН был проведен эксперимент с обращенным ударом, когда мишень разгоняется и происходит соударение с мерным стержнем. При этом на тыльной поверхности мерного стержня системой VISAR регистрировалась скорость. По такой экспериментальной схеме был проведен вычислительный эксперимент. Сопоставление графиков скоростей свободной поверхности изображено на рисунке 3.24.

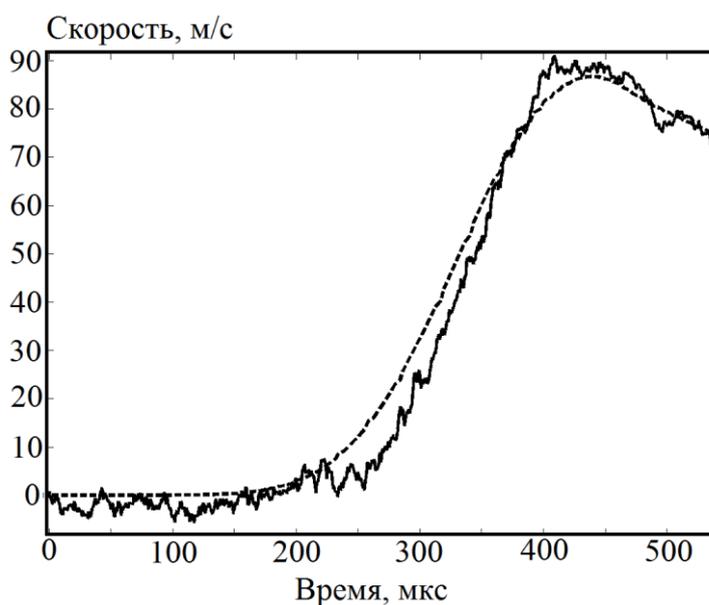


Рисунок 3.24 – Зависимость профиля скорости свободной поверхности при обратном ударе. Сплошная линия – эксперимент, пунктирная – расчет

Был исследован вопрос изменения плотности материала мишени в ходе процесса выноса «пробки». Установлено, что наибольшее сжатие происходит на начальном этапе деформирования (после соударения) на лицевой поверхности мишени в окрестности места контакта снаряда с преградой. Пример графика изменения плотности вдоль диаметра на лицевой стороне мишени представлен на рисунке 3.25. Видно, что максимальное сжатие не превосходит 6%. Было

показано, что для всех исследуемых скоростей соударения (от 100 до 400 м/с) относительное изменение плотности не превосходит 6%.

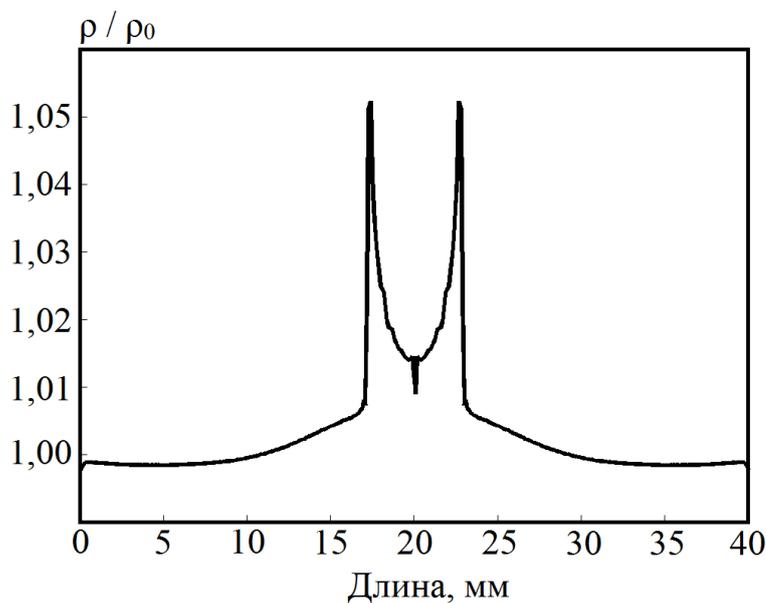


Рисунок 3.25 – Изменение плотности на лицевой стороне преграды вдоль диаметра для сплава АМгб в процессе соударения

3.5.3. Моделирование пробивания преград из сплава А6061 и стали 25ХНЗМФА

Пример поля температуры на тыльной поверхности преграды, полученного при моделировании пробивания мишени из сплава А6061 [91], изображен на рисунке 3.26. Появившаяся несимметричность при разрушении связана с использованием несимметричной конечно-элементной сетки. Симметричная сетка не использовалась потому, что модель должна адекватно описывать исследуемый процесс независимо от пространственного разбиения. Появление синей полосы (правый нижний рисунок 3.26) не означает падение температуры до 25 °С при разрушении. Это означает, что разрушенные конечные элементы были удалены из расчета. На рисунке 3.27 изображены примеры профилей температуры в расчете и эксперименте, проведенном в ИМСС УрО РАН. Для сплава А6061 измеренная температура не превосходила 65 °С (при скорости соударения 120 м/с), что хорошо согласуется с результатами моделирования. Несимметричность профиля в

эксперименте (рисунок 3.27) связана с несимметричным положением инфракрасной камеры. В динамике ее идеально симметричное расположение технически невозможно.

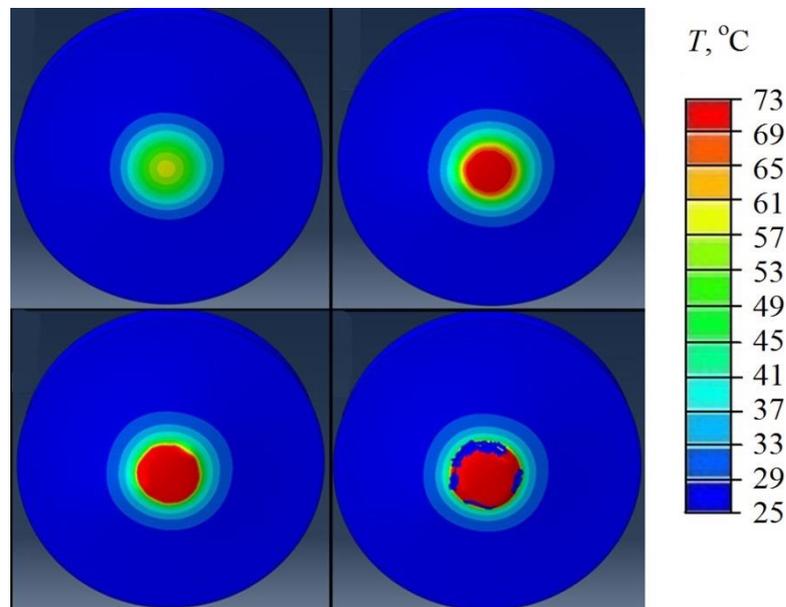


Рисунок 3.26 – Эволюция поля температуры на тыльной поверхности преграды в процессе пробивания мишени из А6061 в моменты времени (слева направо и сверху вниз): $0,25 \cdot 10^{-4}$ с, $0,5 \cdot 10^{-4}$ с, $0,75 \cdot 10^{-4}$ с, $1 \cdot 10^{-4}$ с

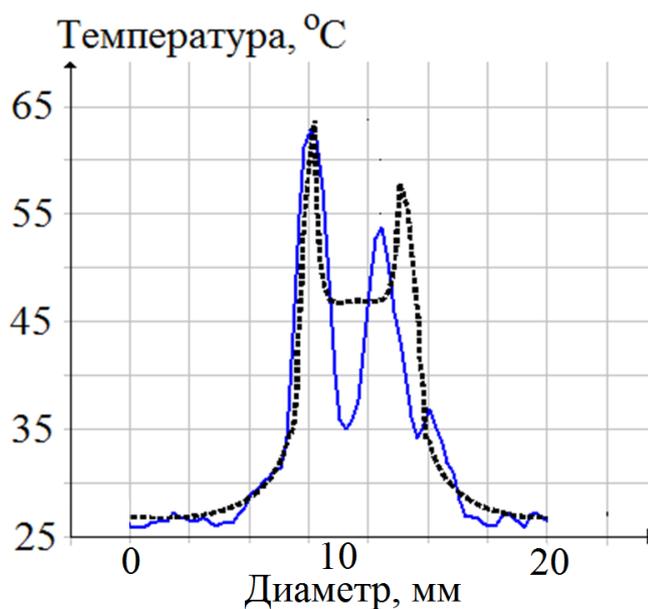


Рисунок 3.27 – Профиль температуры на тыльной поверхности преграды, полученный в расчете (пунктирная линия) и эксперименте (сплошная линия)

Пример расчетного температурного поля для стали 25ХНЗМФА [92] приведен на рисунке 3.28. Максимальная температура, зарегистрированная в эксперименте – 190 °С, при моделировании – 169 °С. Погрешность составляет 11%, что можно считать удовлетворительным соответствием.

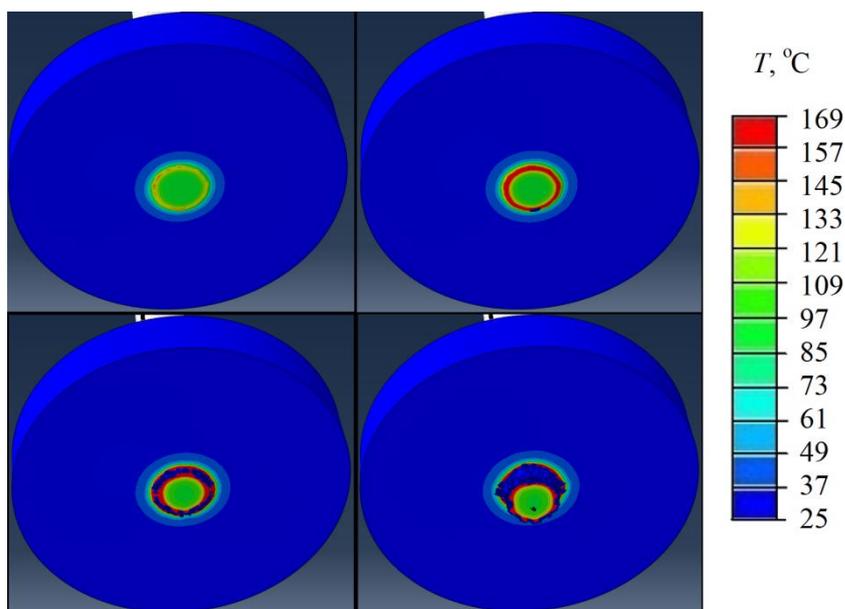


Рисунок 3.28 – Эволюция поля температуры на тыльной поверхности преграды в процессе пробивания мишени из стали 25ХНЗМФА в моменты времени (слева направо и сверху вниз): $0,25 \cdot 10^{-4}$ с, $0,5 \cdot 10^{-4}$ с, $0,75 \cdot 10^{-4}$ с, $1 \cdot 10^{-4}$ с

3.6. Оценка влияния нелокальных эффектов

Согласно [27], уравнения (2.17) и (2.18) в общем случае содержат слагаемое, отвечающее за нелокальные эффекты, и выглядят следующим образом:

$$\dot{\epsilon}^p = \Gamma_1 \sigma_d - \Gamma_2 \frac{\partial F}{\partial p} + \Gamma_2 \chi^2 \Delta p, \quad (3.1)$$

$$\dot{p} = \Gamma_2 \sigma_d - \Gamma_3 \frac{\partial F}{\partial p} + \Gamma_3 \chi^2 \Delta p, \quad (3.2)$$

где χ – коэффициент нелокальности, зависящий от характерного масштаба.

В осесимметричной постановке задачи по пробиванию преград было проведено сравнение расчета по уравнениям (2.12)-(2.21) с расчетом по уравнениям (2.12)-(2.16), (3.1), (3.2), (2.19-2.21), т.е. с учетом нелокальных эффектов. Сравнение профилей сдвиговой компоненты тензора плотности микросдвигов на лицевой поверхности преграды при $\chi = 0$ м и $\chi = 10^{-7}$ м изображено на рисунке 3.29.

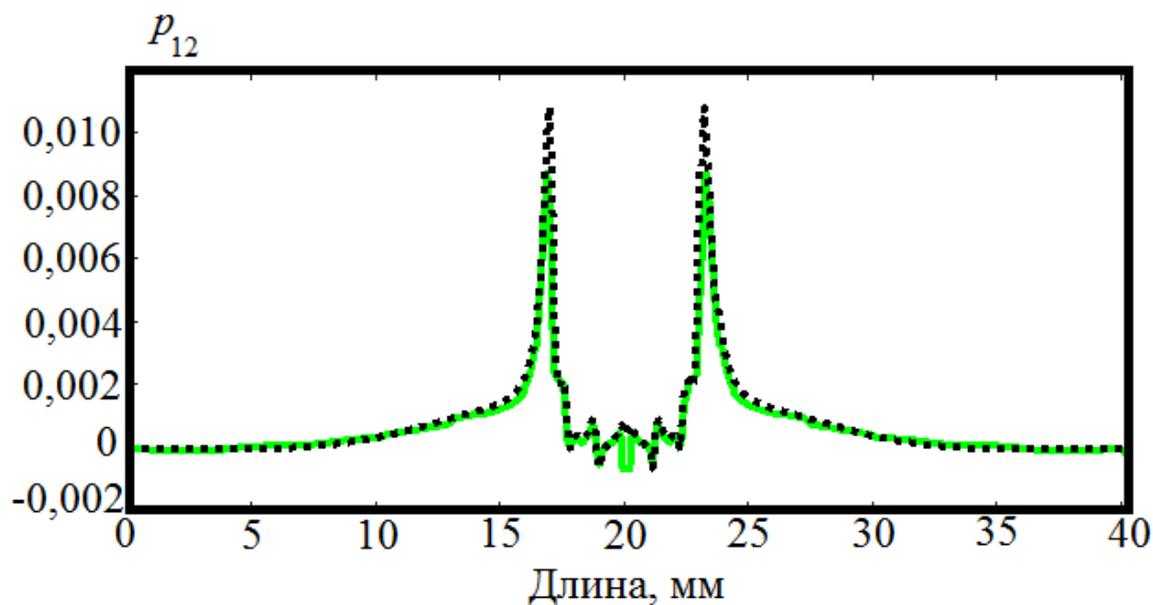


Рисунок 3.29 – Профиль сдвиговой компоненты тензора плотности микросдвигов на лицевой поверхности преграды, полученный в расчете с учетом (сплошная зеленая линия) и без учета (пунктирная черная линия) эффекта нелокальности в момент времени $1 \cdot 10^{-4}$ с

Видно, что наличие оператора Лапласа в уравнениях (3.1) и (3.2) «размазывает» локализацию деформации и поврежденности, если χ – константа. При значениях $\chi = 10^{-8}$ м и ниже уравнения (3.1) и (3.2) дают такой же результат, как (2.17) и (2.18). В работе [94] показано, что наличие диффузионного слагаемого может усиливать локализацию в случае, если коэффициент диффузии (в [94] речь шла о локализации тепла и коэффициенте теплопроводности) зависит от параметра, для которого записано кинетическое уравнение (в нашем случае –

это p , в [94] – температура). Т.е. речь идет о том, что уравнение (3.2) в более общем случае выглядит так:

$$\dot{p} = \Gamma_2 \sigma_d - \Gamma_3 \frac{\partial F}{\partial p} + \Gamma_3 \nabla \cdot (\chi^2(p) \cdot \nabla p). \quad (3.3)$$

В [90] вид функции $\chi(p)$ предлагается в виде полинома. Если источник при этом (в нашем случае это $\Gamma_2 \sigma_d - \Gamma_3 \frac{\partial F}{\partial p}$) так же является полиномом от p , то, согласно [94], локализация будет иметь место быть при определенном соотношении степеней полиномов у коэффициента диффузии и источника. При этом также предлагаются автомодельные решения для нахождения соответствующего масштаба локализации исследуемого параметра. Однако, данные рассуждения были проделаны и доказаны лишь для отдельно взятого уравнения диффузии в одномерном случае. При решении связанных задач механики деформируемого твердого тела в трехмерном случае ситуация намного сложнее, несмотря на аналогичный вид уравнения (3.3) с тем, что исследовалось авторами [94]. Решение системы (2.12)-(2.21) с заменой на уравнение (3.3) и аналогичное для пластической деформации не предоставляется возможным из-за отсутствия зависимости $\chi(p)$ ввиду того, что на данный момент не существует экспериментальной методики даже для измерения χ как константы, не говоря уже про функцию параметра p . Поэтому в рамках настоящей работы можно сделать вывод о том, что наличие оператора Лапласа в уравнениях (3.1), (3.2) оказывает несущественное влияние на решение при определенных значениях χ .

3.7. Количественная оценка вклада термического разупрочнения в процесс локализации пластической деформации

Для всех экспериментальных данных таблицы 3.2 (кроме тех, где не был зарегистрирован пик тепловыделений) была проведена оценка скорости деформации (максимальной и средней) и вклада температурного разупрочнения. Результаты представлены в таблице 3.3. Максимальная скорость деформирования

во всех случаях наблюдалась в момент соударения. Средняя скорость деформации вычислялась как среднее арифметическое скоростей деформаций, измеренных через равные интервалы по времени на протяжении всего процесса пробивания преграды. Интересным наблюдением является то, что максимальная скорость деформации квадратично зависит от скорости соударения, а у средней скорости деформирования данная зависимость ближе к линейной. Номер в таблице 3.3 соответствует номеру в таблице 3.2.

Таблица 3.3 – Оценка скорости деформации и вклада температурного разупрочнения при пробивании преград для сплава АМгб

№	Средняя скорость деформации, с ⁻¹	Максимальная скорость деформации, с ⁻¹	$T, ^\circ\text{C}$	Термическое разупрочнение, МПа	% от предела прочности
1	11500	205000	190±21	129±20	37±6
2	13900	225000	260±29	199±24	57±7
4	20000	260000	340±38	264±22	75±6
6	25000	230000	380±42	288±19	82±5
8	18500	206000	300±33	234±24	67±7
10	3100	16000	49±6	10±3	3±1
11	7200	48000	165±19	103±18	30±5
12	3900	22000	53±6	12±3	3±1
13	6600	43000	155±18	99±16	27±5
14	6300	40000	165±19	103±18	30±5
16	5300	32000	145±16	83±15	24±4
17	3900	22000	50±6	11±3	3±1
19	11700	89000	230±26	170±23	49±7

Термическое разупрочнение оценивалось исходя из измеренной температуры, согласно формуле (2.22) по данным [73]. Указано соответствующее

термическое разупрочнение и его процент от предела прочности для сплава АМгб ($\sigma_B = 350$ МПа). Речь идет о сравнении со статическим пределом прочности. Разумеется, величина σ_B зависит от скорости деформирования, но данная зависимость неизвестна.

На примере вычислительного эксперимента по одноосному нагружению был проведен теоретический анализ влияния скорости деформирования на величину термического разупрочнения. В ходе численных расчетов проводилось деформирование материала с различными скоростями деформации, при этом рассчитывалась температура в процессе нагружения, и учитывалось падение прочности с ростом температуры посредством (2.24). Вычислительный процесс проводился до наступления разрушения, согласно критерию (2.21). При этом фиксировалась максимальная T и, согласно (2.22) (аппроксимации данных из [73]), соответствующее термическое разупрочнение. Результаты представлены на рисунке 3.30. Там же для сопоставления приведены данные из таблицы 3.3.

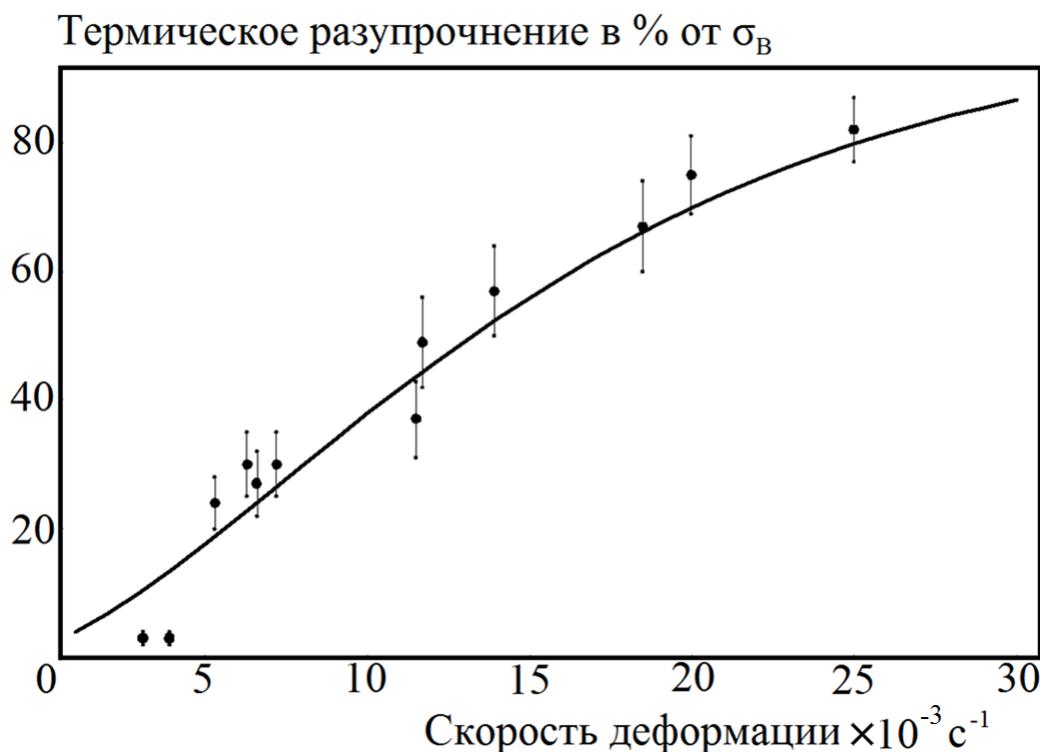


Рисунок 3.30 – Зависимость термического разупрочнения от скорости деформирования для сплава АМгб. Сплошная линия – теоретические данные, точки – эксперимент

Несоответствие первых трех точек на кривой (рисунок 3.30) связано с тем, что в эксперименте в этих случаях разрушения не произошло. В остальном же видно хорошее соответствие. Проведенное исследование подтверждает результат, полученный в разделе 3.3, согласно которому термическое разупрочнение начинает играть существенную роль в процессе локализации пластической деформации, начиная со скоростей деформирования 10^4 с^{-1} (для сплава АМгб). В данном случае это утверждение подтверждается и экспериментально.

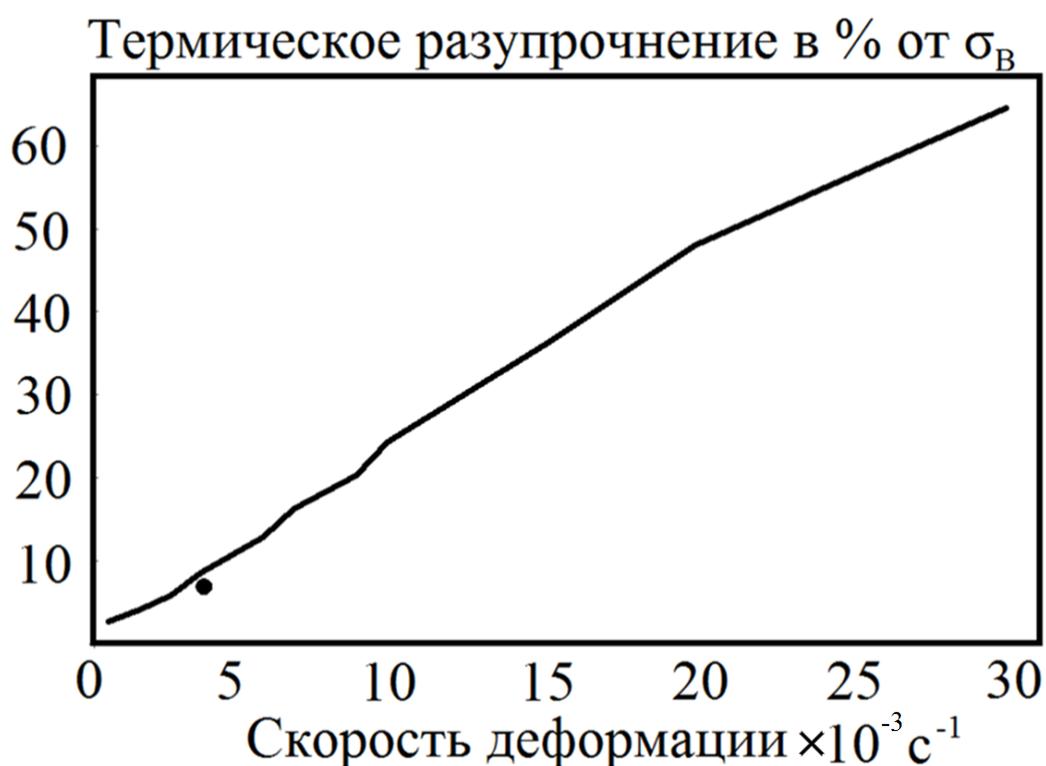


Рисунок 3.31 – Зависимость термического разупрочнения от скорости деформирования для сплава А6061. Сплошная линия – теоретические данные, точка – эксперимент

Для сплава А6061 было проведено теоретическое исследование влияния скорости деформирования на термическое разупрочнение, аналогично тому, что было проделано для сплава АМгб. Результаты представлены на рисунке 3.31. Но в данном случае всего одна точка экспериментальных данных, предоставленных ИМСС УрО РАН, поэтому нельзя подтвердить теоретическую кривую. Однако,

исследование было проведено полностью по идентичной процедуре, что и для сплава АМг6, начиная с идентификации параметров и заканчивая построением кривой. Потому есть основания полагать, что зависимость (рисунок 3.31) для сплава А6061 адекватно отражает действительность.

Сравнивая данные на рисунках 3.30 и 3.31, можно заметить, что зависимость для А6061 ближе к линейной, чем у АМг6 в том же диапазоне скоростей деформирования. Кроме того, существенный вклад термического разупрочнения в процесс локализации деформации для А6061 начинается при больших значениях скорости деформации (примерно $2 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$), чем для АМг6. Оба различия являются следствием того, что сплав А6061 более хрупкий, чем АМг6.

3.8. Анализ сходимости и зависимости численного решения от масштаба дискретизации сплошной среды

Был проведен анализ сходимости численных расчетов для задачи пробивания преград. В качестве исследуемых параметров были выбраны интенсивности тензоров напряжений и деформаций. Сходимость по температуре не рассматривалась, так как она следует из сходимости выбранных переменных, согласно уравнению, по которому она вычисляется. Шаг аппроксимации по пространству уменьшался с каждой итерацией, при этом норма разности текущего и предыдущего значений выбранных параметров, относилась к норме выбранного параметра на предыдущей итерации. Использовалась норма Чебышева. В качестве исследуемой области был выбран профиль вдоль диагонали на тыльной поверхности мишени. Значения анализируемых параметров фиксировались в момент, предшествующий полному отделению пробки от преграды (момент наибольшего значения деформаций). Соответствующие результаты изображены на рисунках 3.32-3.34. Значения напряжений и деформаций увеличивались с измельчением сетки но, как показывают графики 3.32 и 3.33, несущественно, то есть расчеты сходятся. Сходимость для тензора плотности микродефектов в данном случае не рассматривалась по причине того, что значение его интенсивности ограничено критическим значением, при котором происходит

разрушение. То есть в отличие от деформаций и напряжений величина интенсивности тензора плотности микросдвигов не растет с повышением степени дискретизации области интегрирования по пространству в силу ограниченности его значения критической величиной.

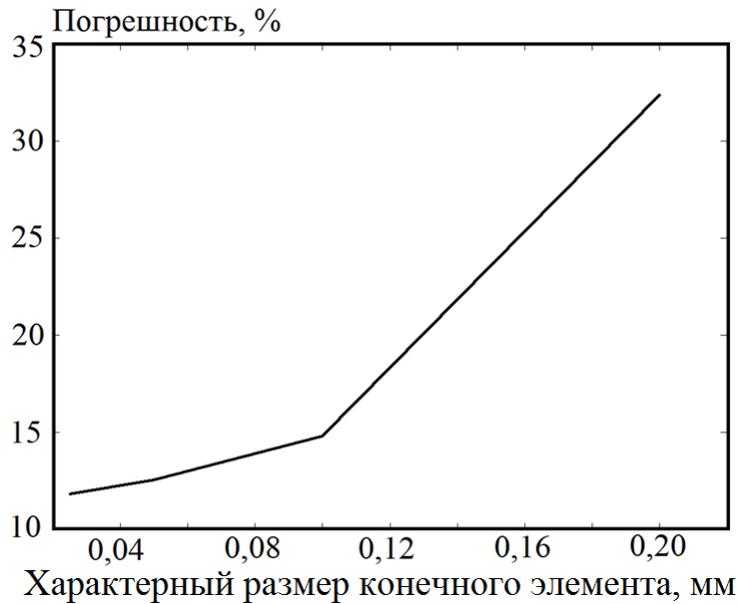


Рисунок 3.32 – График сходимости интенсивности тензора напряжений



Рисунок 3.33 – График сходимости интенсивности тензора деформаций

Особое внимание было уделено анализу сходимости при определении размера полосы разрушения, который, в соответствие с критерием (2.21) и алгоритмом удаления разрушенных элементов, зависит от размера сетки. График представлен на рисунке 3.34. Показано, что при больших шагах аппроксимации размер зоны разрушения равен размеру конечного элемента. Но, начиная с некоторого значения величины разбиения по пространству, размер полосы разрушения перестает зависеть от масштаба дискретизации сплошной среды. Очень важно в подобных задачах проводить расчеты с таким шагом, при котором размер области разрушения не зависит от разбиения области интегрирования, так как в этом случае картина разрушения моделируется наиболее адекватно. Данный результат также показывает, что в приведенном исследовании вопрос зависимости численного решения от сетки снимается.

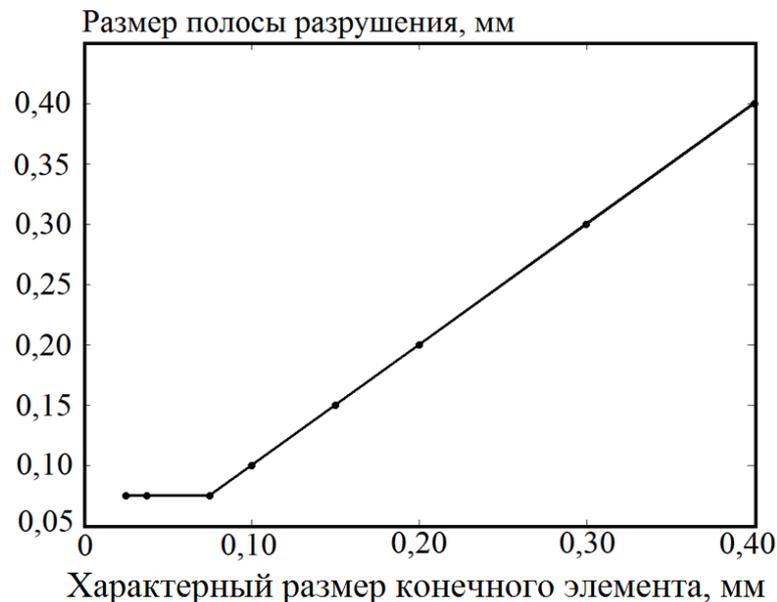


Рисунок 3.34 – График сходимости размера полосы разрушения

3.9. Выводы

Построенная математическая модель была успешно применена для моделирования процесса локализации пластической деформации и разрушения металлов при динамическом нагружении. Идентифицированные в одномерной

постановке параметры модели прошли верификацию в различных трехмерных расчетах. Проведен анализ НДС и проверена экспериментальная методика определения напряжений для «П-образцов». Исследован вопрос о возможности пренебрежения теплопроводностью в адиабатических условиях, и показана правомерность данного приближения. Количественно оценена роль структурной релаксации и термического разупрочнения в процессе локализации деформации, а также влияние скорости деформирования на соотношение указанных вкладов в общую релаксацию. Показано, что при скоростях деформирования $10^2 - 10^3 \text{ с}^{-1}$ (для сплава АМгб) большую роль в инициировании процесса локализации пластической деформации играет эволюция структуры материала, а не термическое разупрочнение. Введенная поправка в кинетический коэффициент позволила адекватно учесть зависимость прочностных характеристик материалов от температуры и термическое разупрочнение в процессе нагружения в адиабатических условиях. Предложена и апробирована методика идентификации и верификации параметра характерной температуры. Теоретическое исследование вклада термического разупрочнения, подкрепленное экспериментально, подтверждает вывод о том, что температура начинает вносить существенный вклад в релаксацию напряжений лишь при скоростях деформации 10^4 с^{-1} и выше (для сплава АМгб, для других материалов это значение может быть иным). При меньших скоростях деформирования большую роль играет структурная релаксация. Построенная модель учитывает оба механизма разупрочнения и адекватно описывает ситуации, в которых преобладает тот или иной, а также переходную область, на которой имеет место комбинированное влияние обоих факторов в процессе локализации пластической деформации.

Заключение

Итоги выполненного исследования. В диссертационной работе проведено изучение механизмов локализации пластической деформации и разрушения металлов при динамическом нагружении на основе структурно-феноменологической модели, описывающей связь структурных механизмов релаксации, обусловленных дефектами, с механизмами локализации пластической деформации. Основными результатами являются:

1. На основе широкодиапазонных определяющих соотношений среды с дефектами (микросдвиги) была построена математическая модель для описания деформационного поведения металлов и сплавов при динамическом нагружении (в диапазоне скоростей деформации 10^2 - 10^4 с⁻¹).
2. Предложена модификация модели, учитывающая зависимость от температуры одного из кинетических коэффициентов, что позволило учесть эффекты термического разупрочнения.
3. Предложена и апробирована методика определения констант модифицированной модели для описания температурного разупрочнения и эффекта повышения пластичности с ростом температуры деформирования.
4. Идентифицированы и верифицированы параметры модели для ряда материалов: АМг6, А6061, сталь 25ХНЗМФС, Д16.
5. Проведен анализ НДС П-образцов, в ходе которого было показано удовлетворительное соответствие экспериментальных постановок данного типа образцов плоскому деформированному состоянию.
6. Численно проверена предложенная экспериментальная методика для определения касательных напряжений при нагружении П-образцов. Численно подтверждена справедливость экспериментальной методики измерения температуры на боковой поверхности образцов в ходе нагружения.

7. Проверена гипотеза о возможности пренебрежения эффектами теплопроводности при динамическом нагружении. Показано, что при скоростях деформации 2000 с^{-1} и выше теплопроводностью можно пренебречь с достоверностью более 95%.
8. Построенная математическая модель была реализована в виде программы (пользовательской процедуры) в конечно-элементном пакете Abaqus для проведения вычислительного эксперимента.
9. Проведено моделирование процесса локализации пластического сдвига на примере экспериментальных схем «П-образец» и «Сдвиг-сжатие». Количественно оценены вклады структурной релаксации и температурного разупрочнения при динамическом нагружении. Показано, что для сплава АМгб существенное влияние термического разупрочнения на локализацию пластической деформации начинается при скоростях нагружения 10^4 с^{-1} и выше. При меньших скоростях определяющую роль в процессах локализации пластической деформации играют релаксационные механизмы, обусловленные кинетикой дефектов. Данные моделирования находятся в удовлетворительном соответствии с экспериментами, проведенными в ИМСС УрО РАН.
10. Проведено моделирование процессов локализации деформации и разрушения металлов применительно к постановкам задач пробивания дискообразных преград цилиндрическим ударником. Данные моделирования сравнивались экспериментами, проведенными в ИМСС УрО РАН, и находятся в удовлетворительном соответствии.
11. Проведен теоретический анализ вклада термического разупрочнения в процесс локализации пластической деформации и разрушения в зависимости от скорости деформации в диапазоне $10^2\text{-}3\cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, который показал, что для сплава АМгб существенное влияние термического разупрочнения начинается со скоростей деформации 10^4 с^{-1} , а для А6061 – $2\cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$. Для материала АМгб теоретический результат соответствует экспериментальным данным.

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы:

1. На основе построенной модели планируется проведение исследований вкладов термического и дефектного разупрочнений в релаксационные механизмы при динамическом нагружении для широкого класса материалов.
2. Предполагается проведение исследований для верификации применимости модели для расширенного диапазона для скоростей деформации $10^0 - 10^5 \text{ с}^{-1}$.
3. Предполагается обобщение модели для учёта эффектов нелокальности с зависимостью коэффициентов нелокальности от переменных состояния.
4. Планируется обобщение критериев разрушения для учета различных условий разрушения.
5. Предполагается расширение области применимости модели на случай неизотропных материалов.

Список литературы

1. Tresca H. On further applications of the flow of solids // Proc. Inst. Mech. Engrs. – 1878. – Vol. 30. – P. 301-345.
2. Kolsky H. An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading // Proc. Phys. Soc. London. – 1949. – Vol. 62-B. – P. 676.
3. Giovanola H. Adiabatic shear banding under pure shear loading // Mechanics of Materials. – 1988. – no 7. – P. 59-71.
4. Marchand A., Duffy J. An experimental study of the formation process of adiabatic shear bands in a structural steel // J. Mech. Phys. Solids. – 1988. – Vol. 36, no. 3. – P. 251-283.
5. Grady D.E. Dynamic of adiabatic shear // Journal de Physique IV, Colloque C3, suppl. au Jour. de Physique III. – 1991. – Vol. 1. – P. 653-660.
6. Nemat-Nasser S., Li Y.F., Isaacs J.B. Experimental/computational evolution of flow stress at high strain rates with application to adiabatic shear banding // Mech. Mater. – 1994. – Vol. 17, no 2-3. – P. 111-134.
7. Bai Y., Xue Q., Xu Y., Shen L. Characteristics and microstructure in the evolution of shear localization in Ti-6Al-4V alloy // Mech. Mater. – 1994. – Vol. 17, no 2-3. – P. 155-164.
8. Wright T. W., Ravichandran G. Canonical aspects of adiabatic shear bands // International Journal of Plasticity. – 1997. – Vol. 13, no 4. – P. 309-325.
9. Nesterenko V.F., Meyers M.A., Wright T.W. Self-organization in the initiation of adiabatic shear bands // Acta Mater. – 1998. – Vol. 46, No. 1. – P. 327-340.
10. Зольников К.П., Уваров Т.Ю., Псахье С.Г. Об анизотропии процессов пластической деформации и разрушения при динамическом нагружении // Письма в ЖТФ. – 2001. – Т. 27, № 7. – С. 1-7.
11. Xue Q., Meyers M.A., Nesterenko V.F. Self organization of shear bands in stainless steel // Materials Science and Engineering A. – 2004. – Vol. 384. – P. 35-46.

12. Псахье С.Г., Зольников К.П., Крыжевич Д.С., Тюменцев А.Н. О термофлуктуационном формировании локальных структурных изменений в кристалле в условиях динамического нагружения // Физическая мезомеханика. – 2005. – Т. 8, № 5 – С. 55-60.
13. Зиновьев А.В., Баланина М.Г., Бабичева Р.И., Еникеев Н.А., Дмитриев С.В., Zhou K. Деформация нанокристаллических бинарных алюминиевых сплавов с сегрегацией Mg, Co и Ti по границам зерен // Физика металлов и металловедение. – 2017. – Т. 118, № 1. – С. 69-78.
14. Псахье С.Г., Зольников К.П., Крыжевич Д.С., Липницкий А.Г. О термофлуктуационном зарождении дефектов структуры в материалах с идеальной кристаллической решеткой при динамическом нагружении // Физика горения и взрыва. – 2006. – Т. 42, № 4. – С. 135-138.
15. Rittel D., Ravichandran G., Venkert A. The mechanical response of pure iron at high strain rates under dominant shear // Materials Science and Engineering. – 2006. – No. A 432 – P. 191–201.
16. Rittel D, Wang Z.G., and Merzer M. Adiabatic shear failure and dynamic stored energy of cold work // Phys. Rev. Lett. – 2006. – No. 96, 075502. – P. 1-4.
17. Rittel D, Landau P., and Venkert A. Dynamic recrystallization as a potential cause for adiabatic shear failure // Phys. Rev. Lett. – 2008. – No. 101, 165501. – P. 1-4.
18. Ясный П.В., Марущак П.О., Панин С.В., А Сорочак.П., Глиха В. Анализ стадийности деформирования и разрушения стали 25Х1М1Ф при динамическом нагружении с позиции синергетики // AIP Conference Proceedings. – 2012. – Т. 15, № 11. – С. 2-10.
19. Ляпунова Е.А., Петрова А.Н., Бродова И.Г., Наймарк О.Б., Соковиков М.А., Чудинов В.В., Уваров С.В. Исследование морфологии многомасштабных дефектных структур и локализации пластической деформации при пробивании мишеней из сплава А6061 // Письма в ЖТФ. – 2012. – Т. 38, № 1. – С.13-20.

20. Ляпунова Е.А., Петрова А.Н., Бродова И.Г., Наймарк О.Б., Соковиков М.А., Чудинов В.В., Уваров С.В. Исследование закономерностей локализации пластической деформации и формирования многомасштабных дефектных структур в процессе динамического нагружения сплава А6061 // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15, № 2. – С. 61-67.
21. Беликова А.Ф., Буравова С.Н., Петров Е.В. Локализация деформации при динамических нагрузках // Журнал технической физики. – 2013. – Т. 83, № 8. – С. 68-75.
22. Скрипняк В.В., Скрипняк Е.Г., Ваганова И.К., Скрипняк В.А. Многоуровневое моделирование процессов деформации и разрушения структурированных твердых тел. Проблема определения представительного объема для динамических условий нагружения // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2013. – Т. 56, № 7-3. – С. 80-82.
23. Трусов П.В., Швейкин А.И., Нечаева Е.С., Волегов П.С. Многоуровневые модели неупругого деформирования материалов и их применение для описания эволюции внутренней структуры // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15, № 1. – С. 33-56.
24. Панин В.Е. Физические основы мезомеханики среды со структурой // Изв. Вуз. Физика. – 1992. – Т. 35, № 4. – С. 5-18.
25. Макаров П.В. Моделирование процессов деформации и разрушения на мезоуровне // Изв. РАН. МТТ. – 1999. - № 5. – С. 109-130.
26. Johnson G.R., Cook W.H. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures // Engineering Fracture Mechanics. – 1985. – Vol. 21, No. 1. – P. 31-48.
27. Наймарк О. Б. Коллективные свойства ансамблей дефектов и некоторые нелинейные проблемы пластичности и разрушения // Физическая мезомеханика. – 2003. – Т. 6, № 4. – С. 45-72.
28. Osovski S., Rittel D., Landau P., Venkert A. Microstructural effects on adiabatic shear band formation // Scripta Materialia. – 2012. – Vol. 66. – P. 9-12.

29. Zerilli F.J., Armstrong R.W. Dislocation-mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculations // *J. Appl. Phys.* – 1987. – Vol. 61, No. 5. – P. 1816-1825.
30. Voyiadjis G.Z., Abed F.H. Microstructural based models for bcc and fcc metals with temperature and strain rate dependency // *Mechanics of Materials.* – 2005. – Vol. 37. – P. 355-378.
31. Follansbee P.S., Kocks U.F. A constitutive description of the deformation of copper based on the use of the mechanical threshold stress as an internal state variable // *Acta metal.* – 1988. – Vol. 36, No. 1. – 81-93.
32. Follansbee P.S. *Fundamentals of strength. Principles, experiment and application of an internal state variable constitutive formulation.* – New Jersey: John Wiley & Sons Inc, 2014. – 518 p.
33. Preston D.L., Tonks D.L., Wallace D.C. Model of plastic deformation for extreme loading condition // *J. Appl. Phys.* – 2003. – Vol. 93. – P. 211-220.
34. Годунов С.К., Демчук А.Ф., Козин Н.С., Мали В.И. Интерполяционные формулы зависимости максвелловской вязкости некоторых металлов от интенсивности касательных напряжений и температур // *ПМТФ.* – 1974. – № 4. – С. 114-118.
35. Мержиевский Л.А., Шамонин С.А. О выборе зависимости для времени релаксации касательных напряжений // *Динамика сплошной среды.* – 1986. – № 74. – С. 55.
36. Bonder S.R., Partom Y. Constitutive equations for elastic-viscoplastic strain-hardening materials // *J. Appl. Mech.* – 1975. – Vol. 42. – P. 385-389.
37. Zener, C., Hollomon, J.H. Effect of strain rate upon plastic flow of steel // *J. Applied Phys.* – 1944. – Vol. 15, No. 1. – P. 22-32.
38. Molinari A., Clifton R.J. Analytical characterization of the shear localization in thermoviscoplastic materials // *J. Applied Mech.* – 1987. – Vol. 54, No. 4. – P. 806-812.
39. Ravi-Chandar K. On the failure mode transitions in polycarbonate under dynamic mixed mode loading // *Int. J. Solids and Structures.* – Vol. 32, No. 6/7. – 925-938.

40. Wright T. The Physics and Mathematics of Adiabatic Shear Bands. Cambridge. – Cambridge: University Press, 2002. – 241 p.
41. Bai Y.L. Thermo-plastic instability in simple shear // J. Mech. Phys. Solids. – 1982. – Vol. 30, No. 4. – P. 195-207.
42. Burns T.J. Does a shear band result from a thermal explosion? // Mech. Mater. – 1994. – Vol. 17, No 2-3. – P. 261-271.
43. Belytschko T., Krongauz Y., Organ D., Fleming M., Krysl P. Meshless methods: An overview and recent developments // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. – 1996. – Vol. 139. – P. 3-47.
44. Li S., Liu W., Qian D., Guduru P., Rosakis A. Dynamic shear band propagation and micro-structure of adiabatic shear band // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. – 2001. – Vol. 191. – P. 73-92.
45. Li S., Liu W., Rosakis A., Belytschko T., Hao W. Mesh-free Galerkin simulation of dynamic shear band propagation and failure mode transition // International Journal of Solids and Structures. – 2002. – Vol. 39. – P. 1213-1240.
46. Zhou M., Rosakis A.J., Ravichandran G. Dynamically propagating shear bands in impact-loaded prenotched plates. II - Numerical Simulations // J. Mech. Phys. Solids. – 1996. – Vol. 44, No. 6. – P. 1007-1032.
47. Needleman A., Tvergaard V. Analysis of a brittle-ductile transition under dynamic shear loading // Int. J. Solids and Structures. – 1995. – Vol. 32, No. 17/18. – P. 2571-2590.
48. Batra R.C., Lear M.H. Simulation of brittle and ductile fracture in an impact loaded prenotched plate // International Journal of Fracture. – 2004. – Vol. 126, No 2. – P. 179-203.
49. McVeigh C., Vernerey F., Liu W.K., Moran B., Olson G. An interactive microvoid shear localization mechanism in high strength steels // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2007. – Vol. 55, No 2. – P. 225-244.
50. Козлова М.А., Конышева И.Ю., Кривошеина М.Н. Упрочнение и разрушение ортотропных металлов при динамическом нагружении // Физическая мезомеханика. – 2006. – Т. 9, спец. выпуск. – С. 53-56.

- 51.Кривошеина М.Н., Туч Е.В., Хон Ю.А. Применение критерия Мизеса-Хилла для моделирования динамического нагружения сильно анизотропных материалов // Известия РАН. Серия физическая. – 2012. – Т. 76, № 1. – С. 91-96.
- 52.Ильюшин А.А. Пластичность. Часть 1. Упруго-пластические деформации. – Москва: ОГИЗ, 1948. – 376 с.
- 53.Medyanik S., Liu W., Li S. On criteria for adiabatic shear band propagation // J. Mech. Phys. Solids . – 2007. – Vol. 55, No 7. – P. 1439-1461.
- 54.Dolinski M., Rittel D., Dorogoy A. Modeling adiabatic shear failure from energy considerations // J. Mech. Phys. Solids. – 2010. – Vol. 58. – P. 1759-1775.
- 55.Dmitry Bilalov, Mikhail Sokovikov, Vasiliy Chudinov, Vladimir Oborin, Alena Terekhina, Oleg Naimark Numerical simulation and experimental investigation of strain and damage localization in metals under dynamic loading // AIP Conference Proceedings. – 2014. – Vol. 1623. – P. 67-70.
- 56.Соковиков М.А. Структурное моделирование и численный анализ пластической неустойчивости при высокоскоростном ударе: Автореф. дис. канд. физ.-мат. наук. – Пермь, ИМСС УрО РАН, 1998. – 16 с.
- 57.Баяндин Ю.В. Исследование автомодельных закономерностей формирования пластических фронтов в металлах при интенсивных воздействиях / Дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.04. – Пермь, ИМСС УрО РАН, 2007. – 119 с.
- 58.Наймарк О.Б., Баяндин Ю.В., Леонтьев В.А., Пантелеев И.А., Плехов О.А. Структурно-скейлинговые переходы и некоторые термодинамические и кинетические эффекты в материалах в объемном субмикро(нано)-кристаллическом состоянии // Физическая мезомеханика. – 2009. – Т.12, № 4. – С. 47-60.
- 59.Пантелеев И.А. Масштабно-инвариантные закономерности разрушения горных пород и развитие сейсмических событий: Автореф. дис. канд. физ.-мат. наук. – Пермь, ИМСС УрО РАН, 2010. – 16 с.

60. Савельева Н.В. Моделирование упругопластического перехода и разрушения материалов при ударно-волновом нагружении / Дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18. – Пермь, ПНИПУ, 2015. – 109 с.
61. Аннин Б.Д., Коробейников С.Н. Допустимые формы упругих законов деформирования в определяющих соотношениях упруго-пластичности // Сиб. Журн. Индустр. Матем. – 1998. – Т. 1, № 1. – С. 21-34.
62. Новокшанов Р.С., Роговой А.А. О построении эволюционных определяющих уравнений // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2001. - № 9. – С. 103-109.
63. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упругопластические деформации. – М.: Наука, 1986. – 232 с.
64. Левитас В. И. Большие упруго-пластические деформации материалов при высоком давлении. – Киев: Наук. думка, 1987. – 228 с.
65. Черных К.Ф., Литвиненкова З.Н. Теория больших упругих деформаций. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1988. – 256 с.
66. Hill R. Aspects of invariance in solid mechanics // Advances in Appl. Mech. N. Y.: Acad. Press. – 1978. – Vol. 18. – P. 1-75.
67. Herrmann W. Inelastic constitutive relations // High-Pressure Shock Compression of Solids. Berlin: Springer-Verl. – 1992. – P. 115-185.
68. Reinhardt W.D., Dubey R.N. Application of objective rates in mechanical modeling of solids // Trans. ASME J. Appl. Mech. – 1996. – Vol. 63, No. 3. – P. 692–698.
69. Halleux J.P., Donea J. A discussion of Cauchy stress formulation for large strain analysis // Finite Element Methods for Nonlinear Problems. Berlin: Springer-Verl. – 1986. – P. 61-74.
70. Weber G.G., Lush A.M., Zavaliangos A., Anand L. An objective time-integration procedure for isotropic rate-independent and rate-dependent elastic-plastic constitutive equations // Internat. J. Plasticity. – 1990. – Vol. 6. – P. 701-744.

71. Швейкин А.И., Ашихмин В.Н., Трусов П.В. О моделях ротации решетки при деформировании металлов // Вестник ПГТУ. Механика. – 2010. – № 1. – С. 111-127.
72. Соковиков М.А., Баяндин Ю.В., Ляпунова Е.А., Плехов О.А., Чудинов В.В., Наймарк О.Б. Локализация пластического сдвига и механизмы разрушения при динамическом нагружении металлов // Вычислительная механика сплошных сред. – 2013. – Т. 6, № 4. – С. 467-474.
73. Машиностроение. Том II-3: Цветные металлы и сплавы. Композиционные металлические материалы / Под общ. ред. К.В. Фролова. – М.: Машиностроение, 2001. – 880 с.
74. Машиностроение. Том II-2: Стали. Чугуны / Под общ. ред. К.В. Фролова. – М.: Машиностроение, 2001. – 781 с.
75. Таблицы физических величин / Под общ. ред. И.К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.
76. Банкаина О.С., Дзюба А.С., Хватан А.М. Метод построения диаграмм деформирования Б-Е по справочным механическим характеристикам материала // Труды ЦАГИ. – 2000. – № 2639. – С. 36-38.
77. Скрипняк Н.В. Динамика разрушения алюминий-магниевого сплава АМг6 // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 6. – С. 890.
78. Глушак Б.Л., Игнатова О.Н., Пушков В.А., Новиков С.А., Гири́н А.С., Сине́цын В.А. Динамическое деформирование алюминиевого сплава АМг-6 при нормальной и повышенной температурах // Прикладная механика и техническая физика. – 2000. – Т. 41, № 6. – С. 139-143.
79. Астанин В.В., Галиев Ш.У., Иващенко К.Б. Численно-экспериментальное исследование упругопластического взаимодействия ударника с преградой // Проблемы прочности. – 1987. – №11. – С. 97-100.
80. Еременко С.Ю. Методы конечных элементов в механике деформируемых тел. – Харьков: Изд-во «основа», 1991. – 272 с.
81. Белоцерковский О.М. Численное моделирование в механике сплошных сред. – М.: Физматлит, 1994. – 448 с.

82. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. – М.: Физматлит, 1992. – 424 с.
83. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
84. Иванов Г.В., Волчков Ю.М., Богульский И.О., Анисимов С.А., Кургузов В.Д. Численное решение динамических задач упругопластического деформирования твердых тел. – Новосибирск: Сиб. Универ. Изд-во, 2002. – 352 с.
85. Образец для испытания на сдвиг (варианты) и способ испытаний его: пат. 2482463 Российская Федерация / Наймарк О.Б., Баяндин Ю.В., Соковиков М.А., Плехов О.А., Уваров С.В., Банников М.В., Чудинов В.В. – № 2011114711/28; заявл. 14.04.2011; опубл. 20.05.2013, Бюл. № 14.
86. Билалов Д.А., Соковиков М.А., Чудинов В.В., Оборин В.А., Баяндин Ю.В., Терехина А.И., Наймарк О.Б. Численное моделирование и экспериментальное исследование локализации пластической деформации при динамическом нагружении образцов в условиях близких к чистому сдвигу // Вычислительная механика сплошных сред. – 2017. – Т. 10, № 1. – С. 103-112.
87. Rittel D., Lee S., Ravichandran G. A shear compression specimen for large strain testing // Experimental Mechanics. – 2002. – Vol. 42, No. 1. – P. 58-64.
88. Билалов Д.А., Соковиков М.А., Чудинов В.В., Оборин В.А., Баяндин Ю.В., Терехина А.И., Наймарк О.Б. Исследование локализации пластического сдвига в алюминиевых сплавах при динамическом нагружении // Вычислительная механика сплошных сред. – 2015. – Т. 8, №3. – С. 319-328.
89. Соковиков М.А., Билалов Д.А., Чудинов В.В., Уваров С.В., Плехов О.А., Терехина А.И., Наймарк О.Б. Неравновесные переходы в ансамблях дефектов при динамической локализации пластической деформации // Письма в Журнал технической физики. – 2014. – Т. 40, Выпуск 23. – С. 82-88.

90. Dmitry Bilalov, Mikhail Sokovikov, Yuri Bayandin, Vasilii Chudinov, Vladimir Oborin and Oleg Naimark Numerical simulation and experimental investigation of strain localization in AlMg6 alloy under dynamic loading // AIP Conference Proceedings. – 2015. – Vol. 1683. – 020025.
91. Билалов Д.А., Соковиков М.А., Чудинов В.В. Многомасштабные механизмы локализации пластической деформации при пробивании преград // Деформация и разрушение материалов. – 2017. – № 5. – С. 43-47.
92. Froustey С., Наймарк О.Б., Пантелеев И.А., Билалов Д.А., Петрова А.Н., Ляпунова Е.А. Многомасштабные механизмы структурной релаксации и разрушения в условиях адиабатического сдвига // Физическая мезомеханика. – 2017. – Т. 20, № 1. – С. 33-44.
93. Bilalov D.A., Sokovikov M.A., Bayandin Yu.V., Chudinov V.V., Oborin V.A. and Naimark O.B. Numerical simulation of plastic strain localization and failure mode transition in metals under dynamic loading // Structural Integrity Procedia. – 2016. – Vol. 2 . – P. 1951-1958.
94. Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений. – М.: Наука, 1987. – 480 с.